

Synthèse Artificial Inteligence LINFO1115

Jacques HOGGE

May 22, 2023

Contents

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Introduction | 6 |
| 1.1 | Turing test | 6 |
| 2 | 2.1-2.3 | 7 |
| 2.1 | Agents and environnements | 7 |
| 2.2 | Concept of Rationality | 7 |
| 2.3 | Nature et environnements | 8 |
| 3 | Solving probleme by search | 10 |
| 3.1 | Structure d'un agent | 10 |
| 3.2 | Problem solving Agent | 10 |
| 3.2.1 | Definition Probleme | 10 |
| 3.2.2 | Solution | 11 |
| 3.2.3 | State space | 11 |
| 3.2.4 | Search Tree | 11 |
| 3.2.5 | State and Nodes | 12 |
| 3.2.6 | Repeated States | 12 |
| 3.3 | Searching for Solutions | 12 |
| 3.3.1 | Stratégies | 13 |
| 3.4 | Uninformed Search | 13 |
| 3.4.1 | Breadth-First Search(BFS) | 13 |
| 3.4.2 | Uniform-Cost search (UCS) | 15 |
| 3.4.3 | Depth-first Search (DFS) | 15 |
| 3.4.4 | Depth-Limited Search | 15 |
| 3.4.5 | Iterative Deepening | 15 |
| 3.4.6 | Bidirectional Search | 17 |
| 3.5 | Informed Search | 17 |
| 3.5.1 | Heuristic Fonction | 17 |
| 3.5.2 | Triangle inequality | 18 |
| 3.5.3 | Monotonicity | 18 |
| 3.5.4 | Greedy Best-First Search(GBFS) | 18 |
| 3.5.5 | A* | 19 |
| 3.5.6 | Memory-bounded heuristic search | 21 |
| 3.6 | Heuristic en pratique | 22 |
| 4 | Local Search | 23 |
| 4.1 | Optimisation probleme | 23 |
| 4.2 | Neighbourhood | 23 |
| 4.3 | Heuristic et Metaheuristics | 24 |
| 4.4 | Hill Climb Algo | 24 |
| 4.4.1 | Varaintes | 25 |
| 4.5 | Random Walk | 25 |
| 4.6 | Simulated annealing | 25 |
| 4.7 | Local Beam Search | 26 |
| 4.8 | Genetic Algorithms (GAs) | 26 |
| 4.9 | Tabu search Metaheuristics | 28 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 4.10 | Intensification vs. Diversification | 28 |
| 4.11 | Other Local Search | 28 |
| 5 | Constraint Satisfaction Problem (CSP) | 29 |
| 5.1 | Constraint Propagation | 30 |
| 5.1.1 | Arc-consistency algorithm | 30 |
| 5.2 | Backtracking Search for CSPs | 31 |
| 5.2.1 | Incremental formulation | 31 |
| 5.2.2 | Backtracking search | 31 |
| 5.2.3 | Variable ordering | 33 |
| 5.2.4 | Interleaving search and inference | 33 |
| 5.2.5 | Intelligent Backtracking | 33 |
| 5.3 | Local Search for CSP | 33 |
| 5.3.1 | Complete state formulation | 33 |
| 5.3.2 | Min Conflict | 34 |
| 5.4 | Structure of the problems | 34 |
| 5.4.1 | Independent subproblems | 34 |
| 5.4.2 | Tree-structure Subproblems | 34 |
| 6 | Adversarial Search and Games | 35 |
| 6.1 | Game | 35 |
| 6.2 | MinMax Algo | 35 |
| 6.3 | Alpha-Beta pruning | 37 |
| 6.3.1 | Move ordering | 38 |
| 6.4 | Imperfect Decisions | 38 |
| 6.4.1 | Evaluation Function | 38 |
| 6.4.2 | Cutting off the search | 38 |
| 6.4.3 | Forward pruning | 38 |
| 6.5 | Stochastic Games | 38 |
| 6.5.1 | Expectminimax | 39 |
| 7 | Logical Agent | 39 |
| 7.1 | Knowledge Based Agents | 39 |
| 7.1.1 | Operation KBA | 39 |
| 7.1.2 | Knowledge representation | 40 |
| 7.2 | Exemple : the Wumpus World | 40 |
| 7.3 | Logique | 40 |
| 7.4 | Implication (entailment) | 41 |
| 7.5 | Proposition logique | 41 |
| 7.5.1 | Syntax | 41 |
| 7.5.2 | Sémantique | 42 |
| 7.5.3 | Inference | 42 |
| 7.6 | Propositional Theorem Proving | 43 |
| 7.6.1 | Preuve inference | 43 |
| 8 | First-Order Logic | 43 |
| 8.1 | Propositional logic | 43 |
| 8.2 | Syntax and semantics of FOL | 44 |

| | | |
|-----------|--|-----------|
| 8.2.1 | Complex sentences | 46 |
| 8.2.2 | Quantifiers | 46 |
| 8.3 | Using FOL | 46 |
| 8.3.1 | Ex Wumpus | 46 |
| 8.4 | Complement on FOL | 46 |
| 9 | Inference in First-Order Logic | 48 |
| 9.1 | Propositional vs FOL inference | 48 |
| 9.1.1 | Reduction to Propositional Logic | 48 |
| 9.2 | Unification | 49 |
| 9.2.1 | Most General Unifier | 49 |
| 9.2.2 | Standardize apart | 49 |
| 9.2.3 | Generalized Modus Ponens | 49 |
| 9.3 | Forward Chaining | 49 |
| 9.3.1 | First-order definite clauses | 51 |
| 9.3.2 | Analyse | 51 |
| 9.4 | Backward chaining | 51 |
| 9.4.1 | Logic programming: Prolog | 51 |
| 9.5 | Résolutions | 51 |
| 9.5.1 | Skolemization | 52 |
| 9.5.2 | Resolution inference rule | 52 |
| 9.5.3 | Introducing answers | 53 |
| 10 | Automated Planning | 54 |
| 10.1 | Definition of classical planning | 54 |
| 10.1.1 | Représentation du State | 55 |
| 10.1.2 | Représentation des Actions | 55 |
| 10.1.3 | Représentation des objectifs | 55 |
| 10.2 | Algorithms for classical planning | 57 |
| 10.2.1 | Complexité | 57 |
| 10.2.2 | Forward and backward search | 57 |
| 10.2.3 | Forward state-space search | 57 |
| 10.2.4 | Backward state-space Search | 57 |
| 10.2.5 | Planning as Boolean satisfiability | 57 |
| 10.3 | Heuristics for planning | 58 |
| 10.3.1 | Relaxed problem | 58 |
| 10.3.2 | Set covering Problem | 58 |
| 10.3.3 | Restricted precondition | 58 |
| 10.3.4 | Ignore-delete-list heuristic | 58 |
| 10.3.5 | Domain-independent pruning | 58 |
| 11 | Learning from examples | 58 |
| 11.1 | Feedback | 58 |
| 11.2 | Supervised Learning | 59 |
| 11.2.1 | Classification VS. Regression | 59 |
| 11.2.2 | Ockam's Razor | 59 |
| 11.3 | Learning Decision Trees | 59 |
| 11.4 | Decision tree from exemple | 60 |

| | |
|---|----|
| 11.5 The Decision-Tree-Learning Algorithm | 61 |
| 11.6 Entropy | 62 |
| 11.7 Learning Curves | 62 |
| 11.8 Ensemble learning | 62 |
| 11.8.1 Bagging | 63 |
| 11.8.2 Random Forest | 63 |
| 11.8.3 Boosting | 63 |

1 Introduction

Une intelligence artificielle est un système qui peut :

- penser comme un humain ?
- agir comme un humain ?
- ...

1.1 Turing test

une IA est "réussie" si un humain pense que il parle avec un humain

2 2.1-2.3

2.1 Agents and environnements

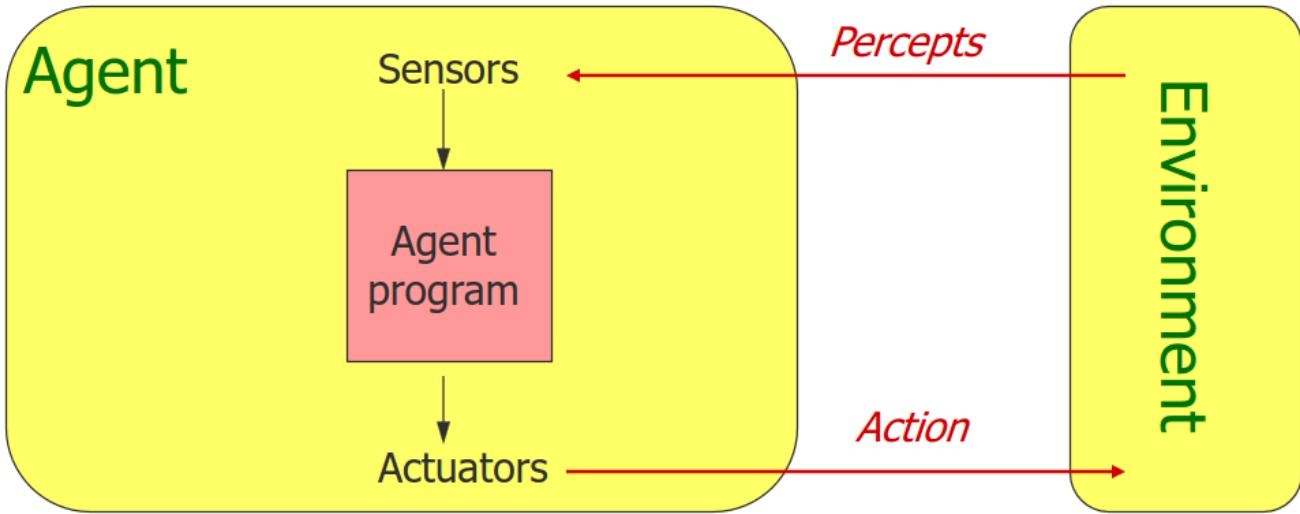


Figure 1: Agent

- **Agent** : Entité qui interagi avec son environnement, perception avec des sensors et action avec des actuators
- **Percept** : Perception de l'agent à un instant t
- **Percept sequence** : Historique complet des percept d'un agent

2.2 Concept of Rationality

Rationalité : "Faire la bonne action", l'action qui amène au meilleur résultat. Mais un ordinateur ne sait pas ce qu'est la bonne chose à faire. On va donc avoir besoin d'une **Performance measure** qui va calculer un score si l'action est bonne ou pas.

Agent rationnel : Pour chaque séquence d'action possible, un agent rationnel doit sélectionner une action qui maximise la **Performance measure**.

La rationalité d'une action dépend de :

1. Une **Performance measure** qui dépend des critères de succès
2. La connaissance préalable de l'environnement par l'agent
3. Les actions que l'agent peut faire
4. La séquence de perception actuelle de l'agent

Attention, **Rationality \neq Omniscience**

Agent omniscient : sait le réel résultat de ses actions

Agent autonome : apprend ce qu'il peut faire pour compenser ce qu'il ne sait pas faire. (machine learning)

2.3 Nature et environnements

Environnement de travail d'un agent est spécifique à (PEAS) Performance, Environment, Actuators, Sensors.

| Agent Type | Performance Measure | Environment | Actuators | Sensors |
|---------------------------|-------------------------------------|---|---|---|
| Medical diagnosis system | Healthy patient, reduced costs | Patient, hospital, staff | Display of questions, tests, diagnoses, treatments, referrals | Keyboard entry of symptoms, findings, patient's answers |
| Satellite image | Correct image categorization | Downlink from orbiting satellite | Display of scene categorization | Color pixel arrays |
| Part-picking robot | Percentage of parts in correct bins | Conveyor belt with parts; bins | Jointed arm and hand | Camera, joint, angle sensors |
| Refinery controller | Purity, yield, safety | Refinery, operators | Valves, pumps, heaters, displays | Temperature, pressure, chemical sensors |
| Interactive English tutor | Student's score on test | Set of students, testing agency | Display of exercises, suggestions, corrections | Keyboard entry |
| Taxi driver | Safe, fast, legal, max profit | Roads, other traffic, customer, pedestrians | Accelerator, display, brake, signal | Cameras, sonar, speedometer, FPS,... |

Figure 2: Exemple PEAS

Les propriétés sont les suivantes:

Fully observable vs. Partially observable : Toutes les informations pertinentes sont accessibles (échecs vs poker)

Single agent vs. Multiagent : il y a t'il plus que 1 agent, si oui c'est une compétition ou coopération ? (crossword puzzle vs chess)

Deterministic vs. Stochastic : (Chess vs.Poker)

- Le prochain état (state) de l'environnement dépend entièrement de l'action de l'agent.
- L'environnement pour l'agent est moins déterministe car il ne dispose pas de toutes les informations sur l'environnement.(Il ne peut pas déterminer avec précision l'état suivant à cause du hasard).

Episodic vs. Sequential : L'expérience de l'agent est divisée en épisodes atomiques indépendants les uns des autres.

Static vs. Dynamic : L'environnement peut changer quand l'agent est entrain de réfléchir.

Discrete vs. Continuous : Le nombre différent de state est fini et l'ensemble des actions est discret (chess vs. taxi driving)

Known vs. Unknown : le résultat de chaque action est donné. Ce n'est pas la même chose que d'être totalement observable, par exemple les jeux vidéo, on connaît toutes les informations via

l'écran mais on ne sait pas ce que fait le bouton.

| Task Environment | Observable | Agents | Deterministic | Episodic | Static | Discrete |
|--|------------|--------|---------------|------------|---------|------------|
| Crossword puzzle Chess with a clock | Fully | Single | Deterministic | Sequential | Static | Discrete |
| | Fully | Multi | Deterministic | Sequential | Semi | Discrete |
| Poker Backgammon | Partially | Multi | Stochastic | Sequential | Static | Discrete |
| | Fully | Multi | Stochastic | Sequential | Static | Discrete |
| Taxi driving Medical diagnosis | Partially | Multi | Stochastic | Sequential | Dynamic | Continuous |
| | Partially | Single | Stochastic | Sequential | Dynamic | Continuous |
| Image analysis Part-picking robot | Fully | Single | Deterministic | Episodic | Semi | Continuous |
| | Partially | Single | Stochastic | Episodic | Dynamic | Continuous |
| Refinery controller Interactive English tutor | Partially | Single | Stochastic | Sequential | Dynamic | Continuous |
| | Partially | Multi | Stochastic | Sequential | Dynamic | Discrete |

3 Solving probleme by search

3.1 Structure d'un agent

Un agent est composé de 2 partie :

- **Architecture** : c'est les composants de l'ordinateur sur le quelle l'agent tourne
- **Programme** : Se sont les fonctions qui Map les perceptions en actions

Exemple d'un programme d'agent:

- Table de conduite de l'agent (**table driven**)
- une table essor : Tous les states atteignable depuis le state actuelle
- **Path** : Séquence de states connecté par une sequence d'action
- **Operators** : Manière de modifier un state avec une action
- **Goals Test** : Fonction qui teste si un state est le résultat final
- **Step Cost** : Cout numérique de passer du state s avec l'action a pour passer au state s'
- **Path Cost** : Fonction qui donne un cout a chaque path
- **Solution** : Séquence d'action de l'initial state jusqu'au goal state
- **Optimal Solution** : Solution avec le path avec le plus petit cout parmi toutes les solutions
- **Node** : Data structure qui constitue les graph et arbre de recherche
- **Frontier** : Ensemble de Node générée au quelle les ancêtre on été Goal-tested (visited)
- *C'étais long mais bon fallait le faire*

3.2 Problem solving Agent

3.2.1 Definition Probleme

Un problème peut être définie avec :

1. States ou Initial State
2. Une description des actions possible et valide par l'agent
3. Une description de quoi chaque action fait (transition model)

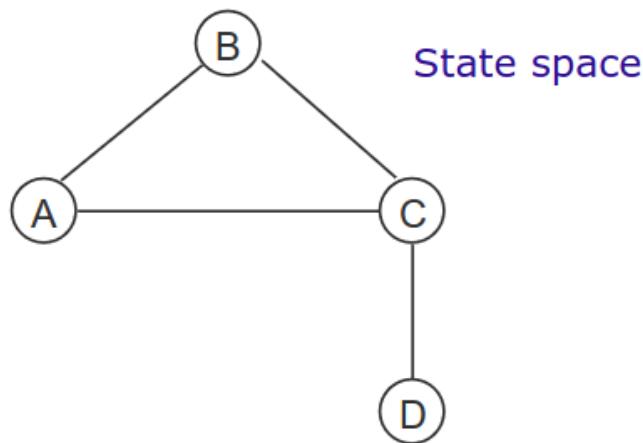
4. Un Goal test
5. Un Path cost qui utilise un step cost

3.2.2 Solution

Une solution est une séquence d'action qui commence du state initial et qui termine à un des goal state. La solution est optimal si elle a la plus petite path cost parmis toutes les solutions

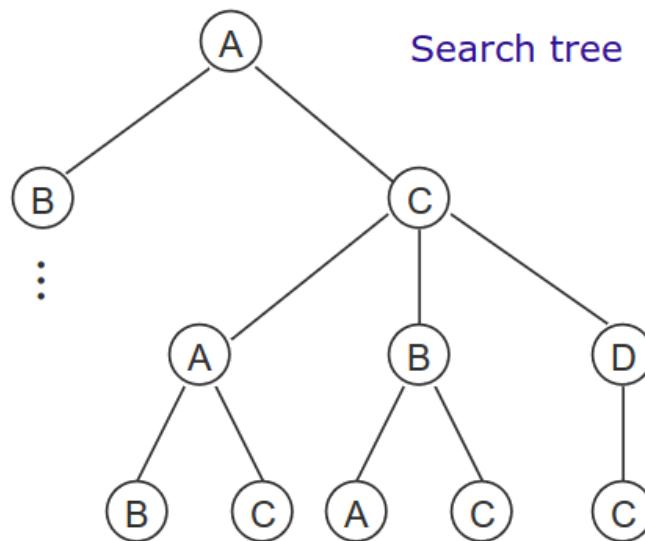
3.2.3 State space

Ensemble qui représente le problème avec les actions, les couts, ... (graph représentation). Possibilité d'un ensemble infini de states.



3.2.4 Search Tree

Représentation du problème sous la forme d'arbre, avec les path entre les states et les goals. multiple path. Et un seul path d'un node à la racine.



3.2.5 State and Nodes

- **State** représentation d'un configuration physique qui represente un state intermédiaire.
- **Node** data structure qui constitue le search tree

il peut y avoir plusieurs nodes avec le même state

3.2.6 Repeated States

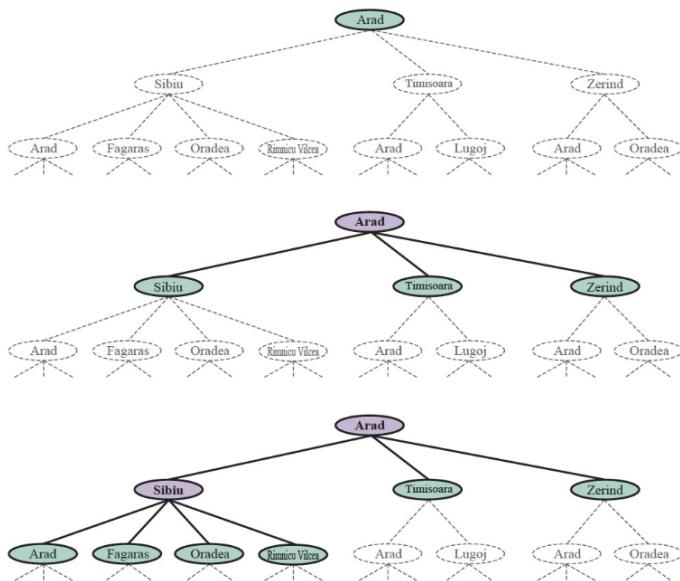
On va éviter de visiter des Nodes qui on déjà été visité avant, pour cela, on va utiliser la représentation en arbre (search tree) et on ne pas va *Expand* les nodes déjà visité.

3.3 Searching for Solutions

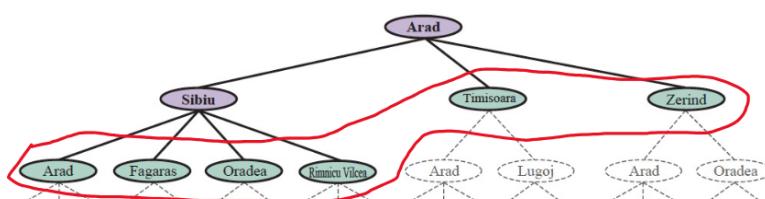
Trouver une solution est le fait de traverser un state space (graph ou tree) et du initial state au goal state avec un ensemble d'actions valide.

Expanding : appliquer chaque action légal au state actuel.

Example



Frontier : Ensemble des node non-Expanded au quelle les ancêtres on déjà été visité. La frontière peut être représenté grâce a une Data structure Queue (lol zizi), On peut utiliser un Priority, LIFO, FIFO, ...



3.3.1 Stratégies

Il y a 2 types de recherches:

1. **uninformed search** où la seul information de l'agent est "suis-je le but final ?".
2. **informed search** où l'agent a les informations d'avant.

On peut évaluer ces recherche avec 4 critères:

- **Completeness** : l'agent trouve un solution s'il en existe au moins une.
- **Time complexity** : Souvent en terme du nombre de nodes générés/Expanded
- **Space complexity** : Nombre de node en mémoire
- **Optimality** : Trouve solution avec le cout minimal

On va utiliser 3 variables :

- **b** : Facteur de branchement maximal du Search tree
- **d** : Profondeur de la solution la moins couteuse
- **m** : Profondeur max de l'arbre (peut etre ∞)

3.4 Uninformed Search

| | BFS | UCS | DFS | DLS | IDS | BDS |
|-----------------|--------------------|--------------------|------------|-----------------------------|-----------------|------------------|
| | level by level | cheap path | last depth | limited depth | iterative depth | bi direct |
| Complete | if b finite | if sp > 0 | NO | if l \geq d | YES | YES |
| Optimal | if sc = 1 | YES | NO | if l == d | if += 1 | if sc = 1 |
| Time | b^d | $b^{1+C/\epsilon}$ | b^m | b^l | b^d | $b^{d/2}$ |
| Space | b^d | $b^{1+C/\epsilon}$ | bm | bl | bd | $b^{d/2}$ |
| Frontier | FIFO | Priority | LIFO | LIFO | LIFO | FIFO |

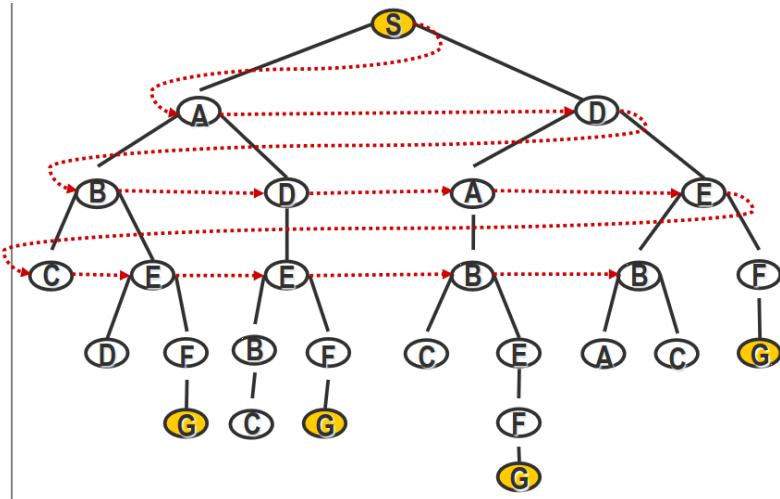
3.4.1 Breadth-First Search(BFS)

Le but est de vérifier par niveau de l'arbre. Problème la mémoire est vite remplie. On commence du root node et ensuite on passe au sub-nodes qui sont dans une FIFO Queue qui représente la frontière.

Il est **complet** si **b** est fini, il est **Optimal** si le cout part étapes est de 1 (souvent il n'est pas optimal)

La complexité temporelle et de $\mathcal{O}(b^d)$ ¹ et la complexité spatial est de $\mathcal{O}(b^d)$

¹ $1 + b + b^2 + \dots + b^d + b(b^d - 1) = \mathcal{O}(b^{d+2}) = \mathcal{O}(b^d)$



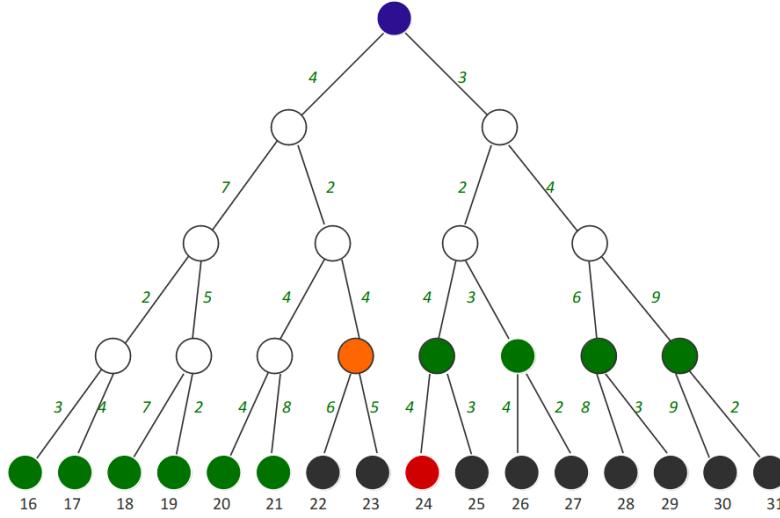
```

function BEST-FIRST-SEARCH(problem,f) returns a solution node or failure
  node  $\leftarrow$  NODE(STATE=problem.INITIAL)
  frontier  $\leftarrow$  a priority queue ordered by f, with node as an element
  reached  $\leftarrow$  a lookup table, with one entry with key problem.INITIAL and value node
  while not Is-EMPTY(frontier) do
    node  $\leftarrow$  POP(frontier)
    if problem.Is-GOAL(node.STATE) then return node
    for each child in EXPAND(problem, node) do
      s  $\leftarrow$  child.STATE
      if s is not in reached or child.PATH-COST < reached[s].PATH-COST then
        reached[s]  $\leftarrow$  child
        add child to frontier
  return failure

```

3.4.2 Uniform-Cost search (UCS)

Comme le BFS sauf que le Node avec le cout le plus petit est exploré en premier. Il y a un cout pour passer d'un node à l'autre. La frontière est implémenté avec un Priority Queue.

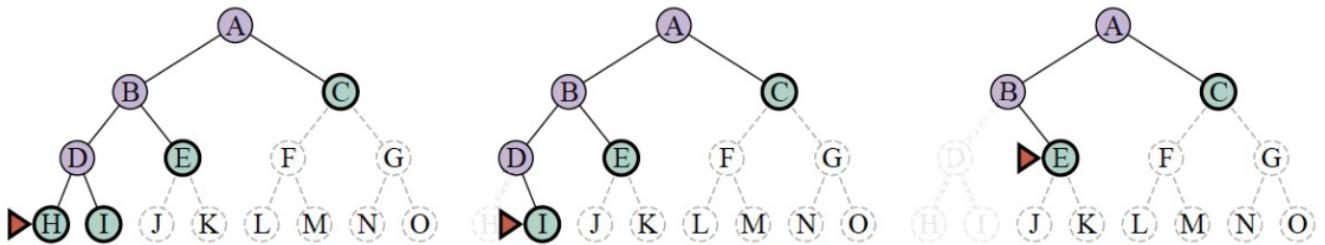


L'algo est **Complet** si le cout entre chaque step est strictement positif ($\geq \epsilon$), **Time et Space complexity** = $\mathcal{O}(b^{C^*/\epsilon})$ où C^* est le cout optimal de la solution, et il est **Optimal** car les node sont expanded par ordre croissant grâce à la Priority Queue.

3.4.3 Depth-first Search (DFS)

Concrètement, on visite toutes une branche de l'arbre jusqu'à arriver à la *Leaf*, si on ne trouve pas le goal on passe à la prochaine, etc. La Frontière est implémenté avec un Queue LIFO.

Cette algo n'est pas **Complete** car il peut tomber dans une boucle infinie, la **Complexity time** est de $\mathcal{O}(b^m)$ et la **Space complexity** est de $\mathcal{O}(mb)$, **Il n'est pas optimal**



3.4.4 Depth-Limited Search

Pareil de DFS sauf que la on met une limite de profondeur(depth) l .

3.4.5 Iterative Deepening

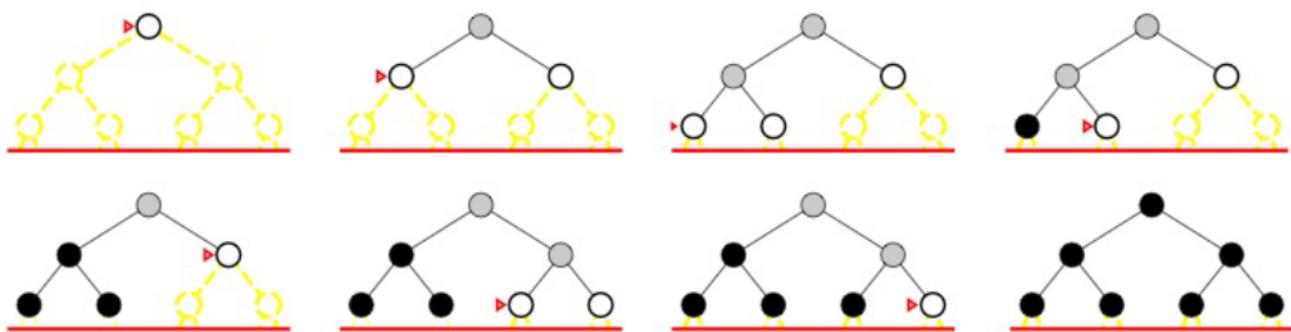
Pareil que DLS mais si $l < d$ alors on ne trouveras jamais de solutions, donc on va incrémenter petit à petit l

Plusieurs nodes sont visité plusieurs fois, mais ce n'est pas très grave car il n'y en a pas beaucoup.

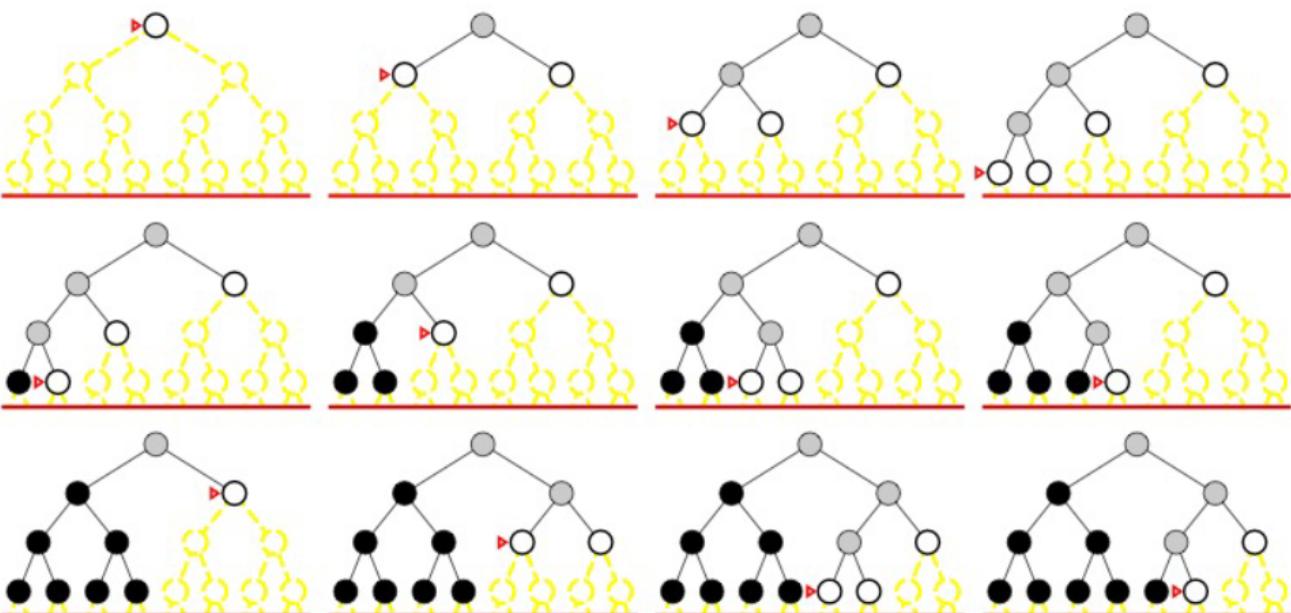
$l = 1$



$l = 2$



$l = 3$



Cet algo est **Complete** et **Optimal** si on incrémente de 1 à 1

la **Complexité temporel** est $\mathcal{O}(b^d)$ et la **Space complexity** est $\mathcal{O}(bd)$

3.4.6 Bidirectional Search

On commence du root jusqu'au Goal et aussi du Goal jusqu'au root et on stoppe quand les 2 s'intersecte. Il y quelque difficulté.

- Prédécesseurs du goal doivent être générés (pas toujours possible)
- Search doit être coordonnée entre les 2 recherches
- Problème si plusieurs Goal
- Tous les nodes doivent rester en mémoire

3.5 Informed Search

En utilisant des connaissances spécifiques au problème, trouver et/ou déduire des informations sur les States futurs et les paths futures.

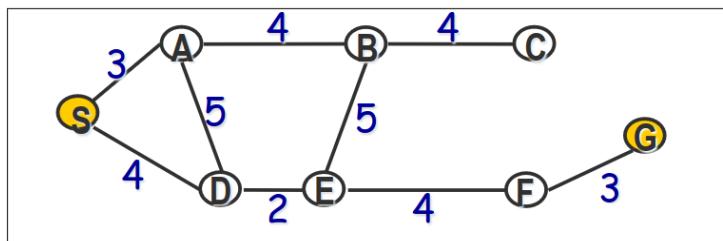
BFS est un algo de recherche où les nodes sont sélectionnés pour être *Expand* basé sur **une fonction d'évaluation** $f(n)$, cela donne un cout et on choisit le node avec le plus petit cout avec une Priority Queue.

Attention on calcule une évaluation et non pas la distance exacte

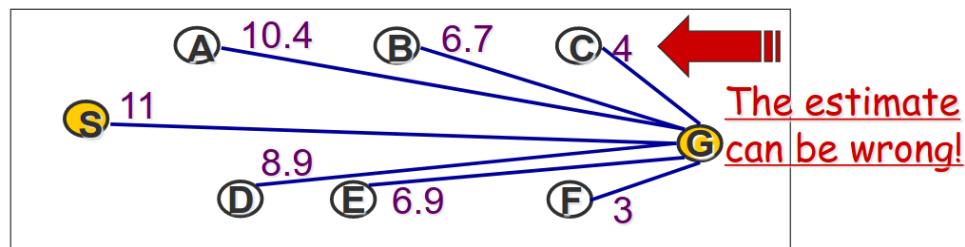
3.5.1 Heuristic Fonction

Noté $h(n)$ est une fonction qui estime le cout d'un node vers le goal. c'est une approximation car on ne connaît pas le cout exacte.

Finding a route on a road map



Define $h(n)$ = the straight-line distance from n to G



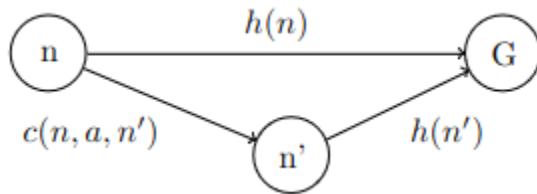
Il y a 3 types de fonction Heuristique :

- **Optimistic** : Admissible car elle pense que le cout pour résoudre le problème est inférieur au cout réel
- **Admissible** : Ne surestime jamais le cout pour atteindre le goal. Le cout qu'il estime est plus grand que le plus petit cout possible par rapport au node actuel. $h(n) = 0$ si c'est un Goal state.
- **Consistent** : L'estimation de un node n au goal est plus petit que le cout réel de n a un nouveau node n' avec l'action a plus l'estimation de n' au goal

$$h(n) \leq c(n, a, n') + h(n') \quad (1)$$

un consistent heuristi est admissible

3.5.2 Triangle inequality



Chaque coté du triangle ne peut pas être plus long que la somme des autres cotés.

- **$h(n)$** : Estime le cout entre n et G
- **$C(n,a,n')$** : cout pour aller en n' depuis n avec l'action a
- **$h(n')$** : cout estimé entre n' et G

3.5.3 Monotonicity

Si $h(n)$ est consistant alors $f(n)$ le long d'un path quelconque n'est pas décroissant. Supposons que n' est un successeur de n alors :

$$\begin{aligned}
 g(n') &= g(n) + c(n, a, n') \\
 f(n') &= g(n') + h(n') \\
 &= g(n) + c(n, a, n') + h(n') \\
 c(n, a, n') + h(n') &\geq h(n) \\
 g(n) + c(n, a, n') + h(n') &\geq g(n) + h(n) \\
 &\geq f(n) \\
 f(n') &\geq f(n)
 \end{aligned}$$

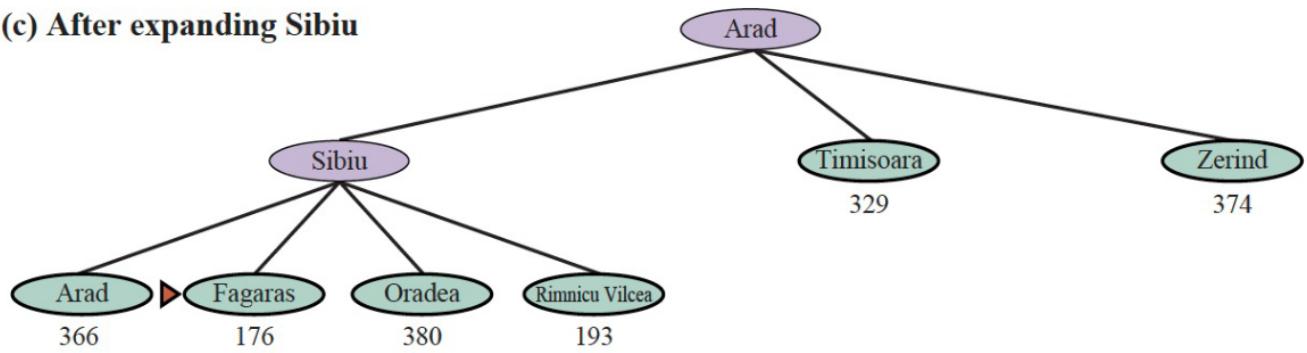
3.5.4 Greedy Best-First Search(GBFS)

Tente d'étendre le node qui est le plus proche du Goal.

Attention il n'est pas optimal et pas complet car il peut loop

Sa **Time complexity** et **Space complexity** est $\mathcal{O}(b^m)$

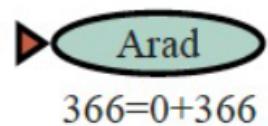
(c) After expanding Sibiu



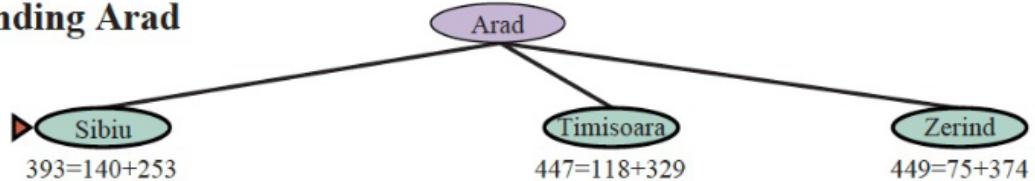
3.5.5 A*

Fusion de GBFS et Uniform cost. Minimise le cout total estimé de la solution

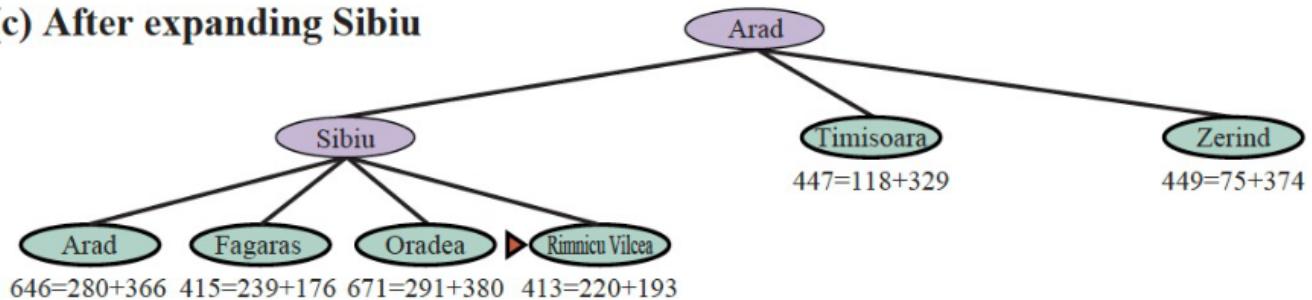
(a) The initial state



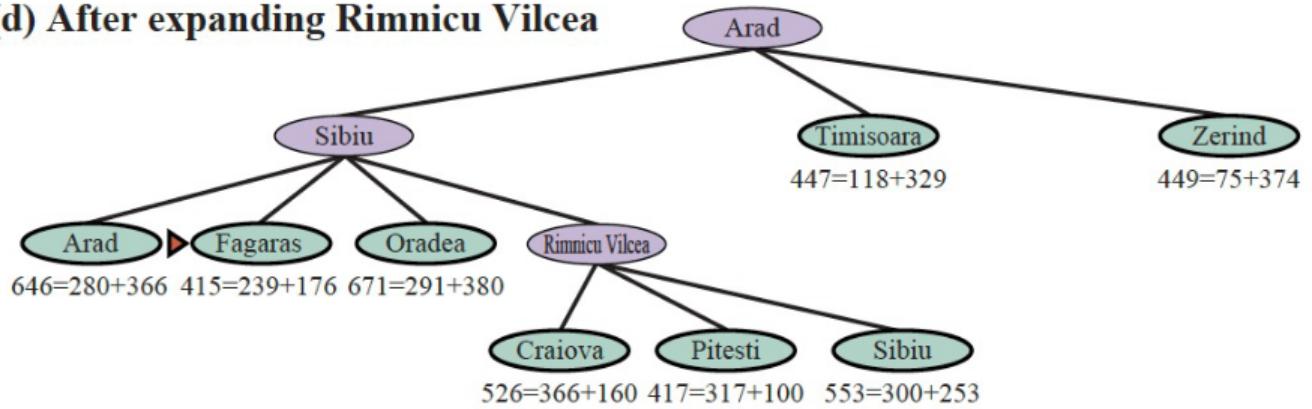
(b) After expanding Arad



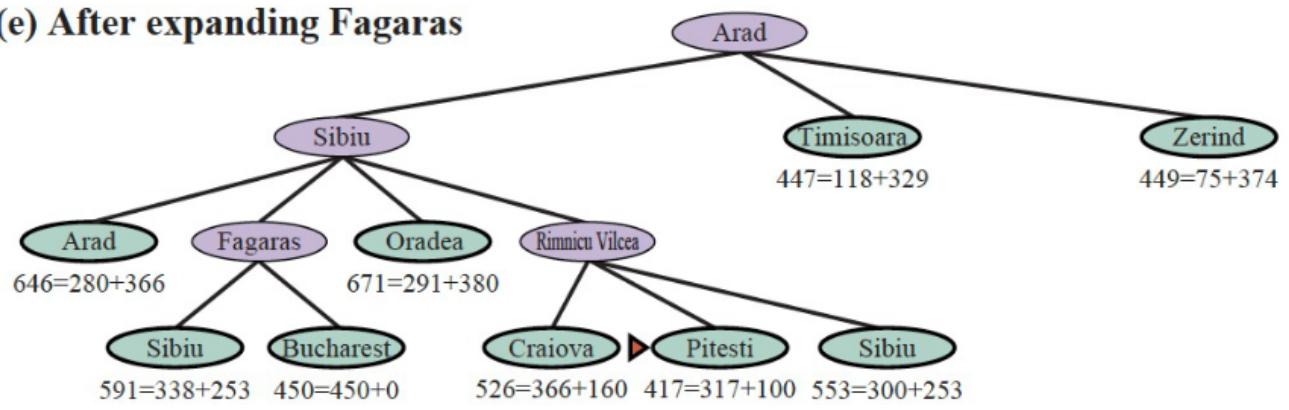
(c) After expanding Sibiu



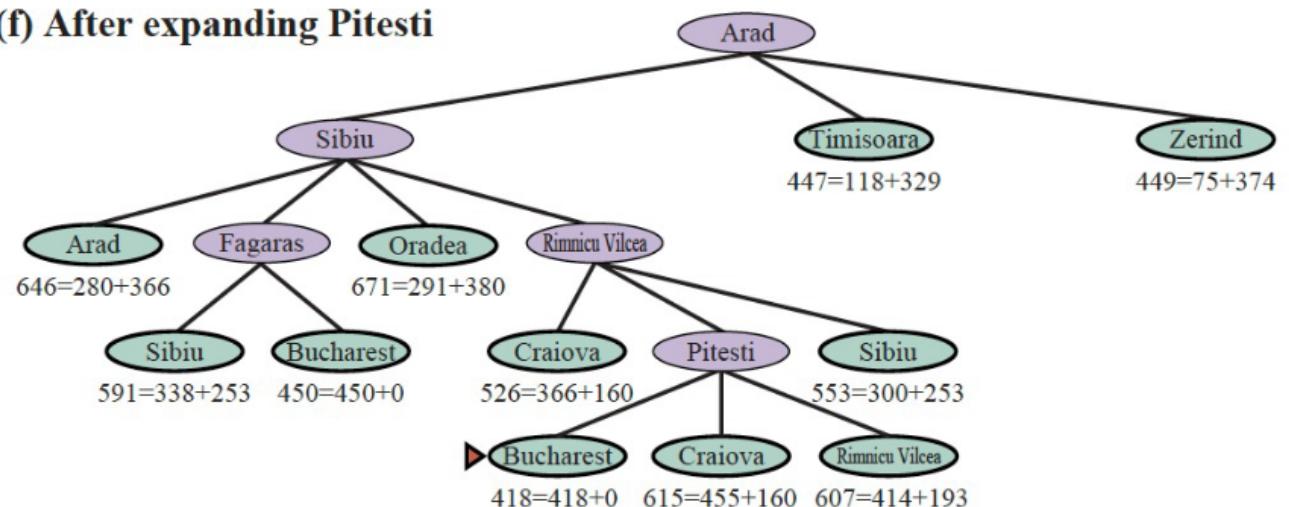
(d) After expanding Rimnicu Vilcea



(e) After expanding Fagaras



(f) After expanding Pitesti



A* utilise la distance et additionne la distance actuelle vers le goal. $g(n)$ le cout de la solution vers le node n et $h(n)$ la fonction heuristique

$$f(n) = g(n) + h(n) \quad (2)$$

$h(n)$ ne doit pas surestimer le cout vers le goal

Time et Space complexity = $\mathcal{O}(b^d)$ un bon algo mais prend trop de mémoire.

L'algo est **Complete** si le cout ne peut pas être négatif, il est **optimal** si la fonction heuristique est admissible (tree) ou consistent(graph)

Propriété de A* :

- Avec $h(n)$ consistent, la séquence de nodes étendues par A^* est pas d'ordre décroissance $def(n)$
- A^* est optimal si $h(n)$ est consistent
- A^* étend tous les nodes avec $f(n) \leq C^*$ (C^* est le cout optimal)
- A^* étend au moins un node du contour de C^* avant de le trouver
- A^* étend aucun node avec $f(n) > C^*$

Pour la preuve que A^* est optimal → Voir slides

3.5.6 Memory-bounded heuristic search

On tente ici de réduire la mémoire que on a besoin, et on va utiliser les fonctions heuristiques pour nous aider.

Iterative-deepening A* (IDA*) A^* avec une limite de depth l qui est incrémenté itérativement.

IDA* expend seulement les nodes avec $f\text{-cost}() \leq l$ que les nodes non expand a la dernière itérations.

Ce n'est pas efficace quand le nombre des $f\text{-cost}()$ sont élevés.

Propriétés :

- **Complet**
- **Time complexity** : exponentiel
- **Space complexity** : Linéaire
- **Optimal et $h()$ consistent**
- **Efficace si absence de monotonie**

Recursive best-first search (RBFS) Pareil que DFS mais ne va pas au bout de la branche, mais utilise f_{limit} pour garder la trace de la valeur f-value du meilleur chemin alternatif a partir de l'ancêtre du node actuel.

- **Time complexity** : Dépend de $h(n)$
- **Space complexity** : $\mathcal{O}(bd)$ si $h(n)$ est admissible

Utilise trop de mémoire

SMA* Run avec A^* tant que la mémoire est pas pleine. Quand elle est plaine, on doit supprimer un node pour le remplacer, on va donc retirer le pire node (avec la plus grande valeur f-value)

Propriétés :

- **Complet** si assez de mémoire pour le path de la solutions la plus courte

- **Optimal** si assez de mémoire pour enregistrer le path de la meilleur solutions
- **Time complexity** : Pareil que A* si assez de mémoire pour le tree
- **Space complexity** : utilise ce qui est disponible

3.6 Heuristic en pratique

On doit utiliser un heuristique **Admissible** et **Consistent**.

Pour comparer 2 heuristique, il faut comparer :

- le nombre de nodes générées
- le facteur de branchage b^*

4 Local Search

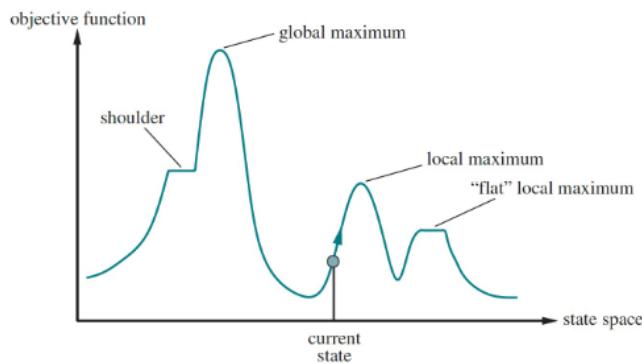
On ne s'occupe pas du path dans cette partie, notre but est d'avoir le Goal

- Utilise peu de mémoire
- Peut trouver des solutions dans une infinité de recherche
- Trouve des solutions raisonnables (pas optimal)

On améliore itérativement la solution actuelle. La prochaine solution est dans le voisinage (**neighborhood**) de la solution actuelle.

4.1 Optimisation problème

On a une **Fonction objective** que on peut maximiser ou minimiser. On veut trouver le Max/Min Global (par ex: distance, nb de queens sur le plateau ...). Le problème sont les Max/Min locaux et on peut rester coincé dessus.



4.2 Neighbourhood

Size

Si on décide de choisir un grand *voisinage*, on va avoir des paths plus petits pour la solution, mais on va avoir besoin de plus de temps pour parcourir toutes les possibilités. Il faut trouver un juste milieu entre longueur des paths et temps d'explorations

Connectivity

Pour chaque solution, il y a un path à une solution optimale. Cela a 2 avantages :

- Pas besoin de recommencer la stratégie (on ne bloque jamais)
- Nécessaire pour la propriété de convergence

Contraintes

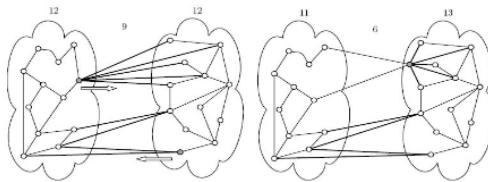
Il y a 2 approches possibles pour combiner faisabilité avec requièremment optimal

- Approche 1
 - Maintenir la faisabilité à tout moment
 - Explorer seulement les solutions faisables

- Approche 2
 - Ne pas maintenir la faisabilité à tout moment ; assouplir un sous-ensemble de contraintes
 - Explorer un plus grand *Search Space*
 - Conduire à chercher des solutions faisable et de qualités

Un exemple car c'est un peu trop théorique : Graph partitioning S

- Balanced property not maintained
 - $N'(V_1, V_2) = \{ (V_1 \setminus \{a\}, V_2 \cup \{a\}) \mid a \in V_1 \}$
 $\cup \{ (V_1 \cup \{a\}, V_2 \setminus \{a\}) \mid a \in V_1 \}$



- Objective function combines optimality and feasibility:
e.g.
 - $f(V_1, V_2) = \alpha \# \{(v, w) \in E \mid v \in V_1 \wedge w \in V_2\} + \beta (\#V_1 - n/2)^2$

4.3 Heuristic et Metaheuristics

Heuristics Se concentre sur choisir la prochaine solution et conduire la recherche avec des optimum local basé sur l'information locale (solutions actuelle et le neighbourhood). utilise peu de mémoire

Metaheuristics Tente d'échapper les optimum locaux pour trouver le global optimum basé sur la collecte d'information avec les exécutions faites avant. Prend plus de mémoire car learning derrière.

Systematic heuristics Exploration (partiellement possible) du voisinage pour déterminer solution suivante.

4.4 Hill Climb Algo

```

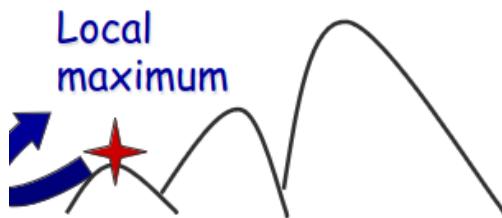
function HILL-CLIMBING(problem) returns a state that is a local maximum
  current  $\leftarrow$  problem.INITIAL
  while true do
    neighbor  $\leftarrow$  a highest-valued successor state of current
    if VALUE(neighbor)  $\leq$  VALUE(current) then return current
    current  $\leftarrow$  neighbor
  
```

On choisit un état de départ, et on avance dans la direction des valeurs qui augmentent et on stop l'itération quand on ne peut plus aller plus loin. Cette algo va rapidement à la meilleure solution mais à plusieurs problèmes :

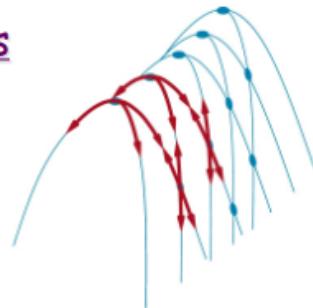
- S'arrête si c'est un Max/Min local
- Si on a un plateau, l'algorithme se stop (on peut mettre une limite d'itération si on tombe dessus)
- Si on a une séquence de Max/Min locaux alors on a du mal à naviguer

Hill climb dépend énormément de la forme du state space et vu que il ne fera jamais de down-hill, si il tombe sur un maxLocal il reste bloqué

Foothills:



Ridges



4.4.1 Variantes

Il existe plusieurs variantes :

- **Stochastic hill climbing** : Choisis en mode random parmi les mouvements qui monte
- **First-choice hill climbing** : On choisit le premier bon successeur que l'on trouve, pratique si le nombre de successeur est large
- **Random restart** : On commence de plusieurs points random

4.5 Random Walk

On sélectionne en mode random un élément du neighbourhood et on décide si on doit l'accepter comme la prochaine solution. Il y a plusieurs approches possibles :

- Amélioration aléatoire
- Heuristique de Metropolis : accepter de dégrader la solution

4.6 Simulated annealing

Algorithme qui combine Hill climb, un scheduler et un metropolis step.

- Toujour avance en montant (uphill) si possible
- Parfois aller en descendant (downhill)

On commence avec beaucoup de random et on reduit graduellement l'intensité du random dans l'algo (Analogie avec la métalurgie qui chauffe du fer et le laisse refroidir lentement)

Opérations :

1. Toujours aller uphill si possible
2. parfois (random) aller downhill (quand la température est haute faut laisser redescendre)
3. C'est assurée d'être optimal si réduction lente.

4.7 Local Beam Search

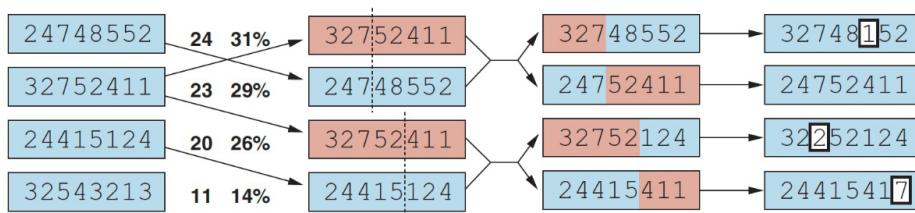
Mélange de hillclimb et annealing en gardant un seul state en mémoire. L'idée est de :

1. garder k states en mémoire
2. chaque step, générer tous les successeurs des k states
3. On stop si un state est un goal
4. Sinon, on sélectionne les k meilleur successeurs de la liste complète de tous les successeurs

L'algo souffre d'un manque de diversité car les states converges rapidement vers la régions

4.8 Genetic Algorithms (GAs)

Basée sur la théorie de l'évolution (woké en panique). On commence avec k supposition de début (populations), chaque individus de la population a un string de longueur fixe qui représente son gène. On produit la prochaine génération en **reproduisant** les individus de la populations en ajoutants quelque random mutations. Chaque individus possède un score de fitness

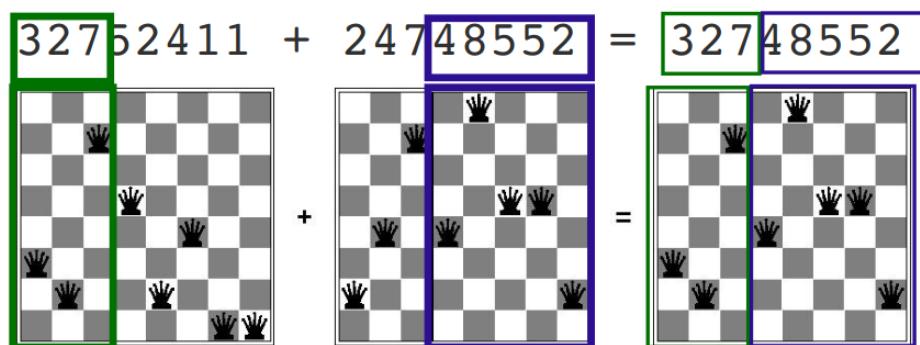
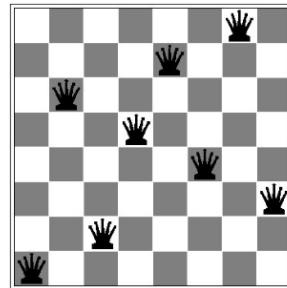


Exemple 8-queens:

Les mutations randoms peuvent amener à une bonne situation et permet d'explorer de nouvelle partie du search space

un problème avec cet algo est que le crossover est pas applicable à tous les problèmes.

16257483



- Individuals with a high fitness have a higher chance to contribute to the next generation (reproduction)

```

function GENETIC-ALGORITHM(population,fitness) returns an individual
repeat
    weights  $\leftarrow$  WEIGHTED-BY(population,fitness)
    population2  $\leftarrow$  empty list
    for i = 1 to SIZE(population) do
        parent1, parent2  $\leftarrow$  WEIGHTED-RANDOM-CHOICES(population, weights, 2)
        child  $\leftarrow$  REPRODUCE(parent1, parent2)
        if (small random probability) then child  $\leftarrow$  MUTATE(child)
        add child to population2
    population  $\leftarrow$  population2
until some individual is fit enough, or enough time has elapsed
return the best individual in population, according to fitness

function REPRODUCE(parent1, parent2) returns an individual
    n  $\leftarrow$  LENGTH(parent1)
    c  $\leftarrow$  random number from 1 to n
    return APPEND(SUBSTRING(parent1, 1, c), SUBSTRING(parent2, c + 1, n))

```

4.9 Tabu search Metaheuristics

Sélectionne le meilleur voisin **qui a pas encore été visité**. Un problème est que c'est difficile de garder la trace de tous les nodes déjà visités. Une solution est de garder en mémoire un suffixe de la séquence de node visité.

4.10 Intensification vs. Diversification

| | Intensification | Diversification |
|-------------|--|--|
| Goal | Accroître la recherche dans les domaines prometteurs | Explorer de nouveaux endroits |
| Risk | Convergence prématuée (Max/Min Local) | Convergence vers l'optimal peut prendre du temps |
| Mean | Favorise les bonnes solutions | Choix probabiliste des solutions |

4.11 Other Local Search

- Variable Neighborhood Search
- Guided Local Search
- Adaptive Local Search
- Ant Colony Optimization
- Statistic Local Search ²

²voir slides

5 Constraint Satisfaction Problem (CSP)

Un CSP est composé de 3 composant :

- **X** : ensemble des variables X_1, X_2, \dots, X_n
- **D** : ensemble des domaines D_1, D_2, \dots, D_n , un pour chaque variables
- **C** : ensemble des contraintes qui spécifie les combinaison de valeur possible

Les éléments de **C** consiste en une paire $\langle Scope, rel \rangle$ ou *scope* est un tuple de toutes les variables impliqué et *rel* leurs relations

Une solution consiste en une affectation qui ne viole aucune contrainte

Exemple avec les 8-queens car trop dur a comprendre : On veut placer 8 reines sur un échquier de sorte a ce que elle ne puisse pas se chevaucher.

On a donc nos variables X_i qui sont les positions (colone) de la reine dans la ligne i ($1 \leq i \leq 8$)³

Notre domaine de X_i est alors $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

Nos contraintes sont que

- 2 reines ne peuvent pas être sur la même colonne ($X_i \neq X_j$)
- 2 reines ne peuvent pas être sur la même diagonale ($X_i - X_j \neq i - j \wedge X_i - X_j \neq j - i$)

On a donc 8 variables avec 84 contraintes (je vais pas les lister va voir les slides)

On peut représenter cela sous la forme d'un graph où les nœuds représentent les variables et les arêtes les contraintes

Il y a différent type de CSP qui dépend du domaine :

- Discret et domaine fini
- Discret et domaine infini
- Continus et domaine infini

Il y a aussi différentes types de contrainte :

- Contrainte Unary : sur seulement une variable (SA ≠ Green cf exemple Color mapping Australie slide)
- Contrainte binaire : Sur 2 variables ($x + y \leq 12$)
- Contrainte High-order : Sur plusieurs variables (peuvent être transformé en binaire avec des variables additionnel)

Ici on considère seulement les CSP avec contrainte binaire

³On sait que il ne peut y avoir que 1 seule reine par ligne et colonne car sinon elles se chevauchent, on est donc obligé d'utiliser toutes les lignes et colonnes par une seule reine

5.1 Constraint Propagation

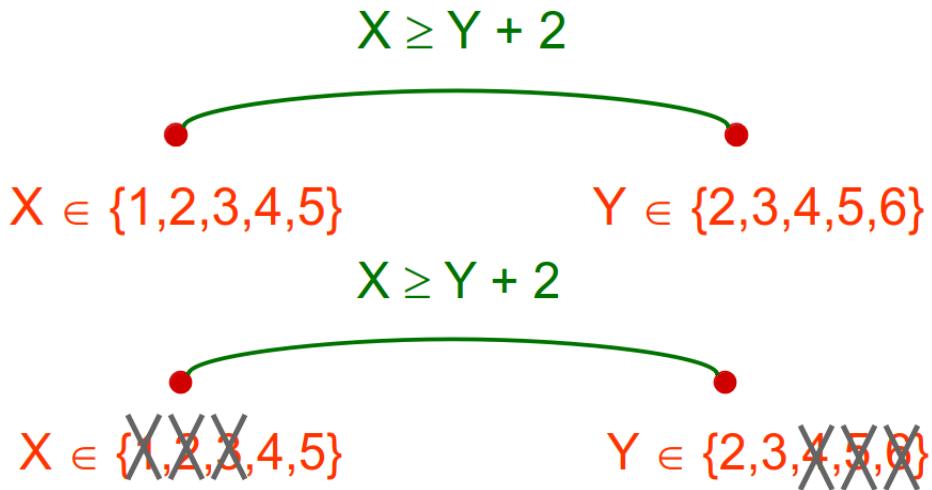
Quand une variable est assignée, on propage ça aux autres contraintes et on réduit le search space⁴
Le but est de réduire le plus possible le search space et trouver un CSP équivalent à l'original mais avec un domaine plus petit

Il y a 2 méthodes pour réduire le domaine en considérant les contraintes comme **Locale**

- **Arc consistency:** on considère des contraintes entre 2 variables

X_i est un arc consistant de X_j si pour toutes les valeurs dans D_j il y a une valeur dans D_i qui satisfait la contrainte binaire (X_i, X_j)

$$X, Y \in \{0, 1, \dots, 9\}, X = Y^2 \rightarrow X \in \{0, 1, 2, 3\} \wedge Y \in \{0, 1, 4, 9\} \quad (3)$$



- **Path Consistency:** on considère des contraintes entre n variables

Bound consistency: Une forme plus faible de *Arc consistency*. On considère seulement les limites du domaine, donc on retire toujours les valeurs sur les limites et jamais au milieu

Global consistency: Pour les contraintes spéciales, c'est géré avec un "ad hoc specialized method". pour un nombre arbitraire de variable

5.1.1 Arc-consistency algorithm

Avec une complexité de $\mathcal{O}(n^2 d^3)$

un peu d'explication :

1. on commence un queue avec un arc initial
2. temps que il y a (X_i, X_j) dans la queue
3. si *REVISITE*
4. alors pour tous les valeurs voisines de X_i sans compter X_j , on ajoute (X_k, X_i) dans la queue

⁴Voir exemple slide 22-27 Chap 5

```

function AC-3(csp) returns false if an inconsistency is found and true otherwise
  queue  $\leftarrow$  a queue of arcs, initially all the arcs in csp

  while queue is not empty do
     $(X_i, X_j) \leftarrow \text{POP}(\text{queue})$ 
    if REVISE(csp,  $X_i$ ,  $X_j$ ) then
      if size of  $D_i = 0$  then return false
      for each  $X_k$  in  $X_i.\text{NEIGHBORS} - \{X_j\}$  do
        add  $(X_k, X_i)$  to queue
    return true

function REVISE(csp,  $X_i$ ,  $X_j$ ) returns true iff we revise the domain of  $X_i$ 
  revised  $\leftarrow$  false
  for each  $x$  in  $D_i$  do
    if no value  $y$  in  $D_j$  allows  $(x,y)$  to satisfy the constraint between  $X_i$  and  $X_j$  then
      delete  $x$  from  $D_i$ 
      revised  $\leftarrow$  true
  return revised

```

REVISE supprime toutes les valeurs dans X_i tels que elles ne satisfont pas les contrainte entre X_i et X_j .

5.2 Backtracking Search for CSPs

5.2.1 Incremental formulation

- le **Init state** est une affectation vide
- La **fonction de succession** assigne une valeur a une variable non assignée si aucune contrainte est violé
- Le **Goal test** verifie si l'affectation actuelle est complete
- Le **Path cost** Valeur constante pour chaque etapes qui indique le coup/profondeur du path

L'arbre de recherche a une profondeur de n (nombre de variables) et le nombre de state possible est $\mathcal{O}(d^n)$ avec d la taille du domaine.

La taille de l'arbre est de $\mathcal{O}(n!d^n)$ en raison que le premier niveau est $n.d$, le deuxieme $(n-1).d$ etc.

CSP seach algo doit seulement considerer une seule variables pour le successeur a chaque node car avec la **commutativité** quand on assigne une valeur a une variable, nous obtenons la même affectation partielle quel que soit l'ordre

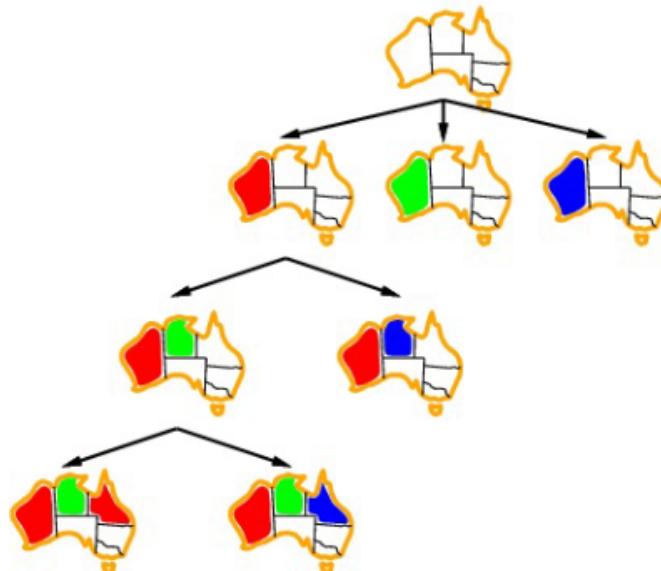
5.2.2 Backtracking search

c'est une recherche par DFS qui choisit une valeur pour une variables et qui reviens en arrière quand une variable plus de valeur qui ne viole pas les contrainte disponibles

Backtracking search

```
function BACKTRACKING-SEARCH(csp) returns a solution or failure
    return BACKTRACK(csp, {})

function BACKTRACK(csp, assignment) returns a solution or failure
    if assignment is complete then return assignment
    var  $\leftarrow$  SELECT-UNASSIGNED-VARIABLE(csp, assignment)
    for each value in ORDER-DOMAIN-VALUES(csp, var, assignment) do
        if value is consistent with assignment then
            add {var = value} to assignment
            inferences  $\leftarrow$  INFERENCE(csp, var, assignment)
            if inferences  $\neq$  failure then
                add inferences to csp
                result  $\leftarrow$  BACKTRACK(csp, assignment)
                if result  $\neq$  failure then return result
                remove inferences from csp
                remove {var = value} from assignment
    return failure
```



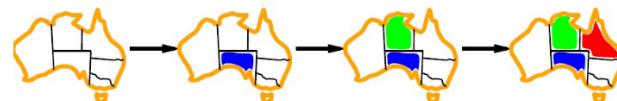
5.2.3 Variable ordering

On va optimiser le fait de choisir des variables et des valeurs le tous afin de réduire la recherche

- Minimum Remaining Value (MRV) : on choisit la variable avec le moins de valeur légale
- Degree heuristic : on choisit la variable qui entraîne le plus grand nombre de contraintes (réduit le facteur de branchement)
 - Minimum Remaining Value



- Most constrained variable



5.2.4 Interleaving search and inference

On veut réduire le *Search Space* pour être plus efficace. Lorsque nous choisissons une valeur pour une variable, nous avons une toute nouvelle possibilité de déduire de nouvelles réductions de domaine sur les variables voisines.

Forward checking : Quand X est attribué à v :

- On regarde à chaque variables T non assignées qui sont connectées à X
- Retirer du domaine Y la valeur incompatible avec la valeur choisie pour X .

5.2.5 Intelligent Backtracking

Au lieu de faire un bon en arrière quand on arrive bloqué, on back up à la variable responsable du problème (calculable avec forward checking). On garde un **conflict set** qui garde pour chaque valeur la liste des assignments qui sont en conflit avec la valeur.

5.3 Local Search for CSP

5.3.1 Complete state formulation

- **Initial state** : une valeur à chaque variables
- **Succesor function** : change la valeur d'une variable
- **Goal test** : check si l'assignement actuelle est consistant et complet
- **Path cost** : Valeur constante par étapes

Quand on choisit une valeur pour les variables, on choisit avec le minimum de conflit possible

```

function MIN-CONFLICTS(csp, max_steps) returns a solution or failure
  inputs: csp, a constraint satisfaction problem
            max_steps, the number of steps allowed before giving up

  current  $\leftarrow$  an initial complete assignment for csp
  for i = 1 to max_steps do
    if current is a solution for csp then return current
    var  $\leftarrow$  a randomly chosen conflicted variable from csp.VARIABLES
    value  $\leftarrow$  the value v for var that minimizes CONFLICTS(csp, var, v, current)
    set var = value in current
  return failure

```

5.3.2 Min Conflict

5.4 Structure of the problems

5.4.1 Independent subproblems

On divise le CSP en sous-problème indépendant entre eux pour ainsi former k CSP différents. On peut les résoudres séparément et la solution est donc l'unions des différentes solutions.

Avec ça, le complexité temporelle est de $\mathcal{O}(d^{n/k}k)$

5.4.2 Tree-structure Subproblems

Si le tree est *directed arc consistency* il peut etre résolué en $\mathcal{O}(nd^2)$

Pour le transformer en tree :

- : retire des nodes :
 - choisis un sous-ensemble S de taille c
 - pour chaque assignement possible aux variables de S qui s'attisfaisent toutes les contraintes dans S ,
 - * Retire dans le domaine, n'importe quelle variables qui sont incohérente avec l'assignement de S ,
 - * Si CSP a une solution, on la retourne avec assignement S
- Grouper les nodes:
 - chaque variable apparait au moins une fois dans un sous-problème
 - 2 variables connectées par une contrainte doivent etres ensembles dans au moins un sous-problème
 - si une variables apparaît dans 2 sous-problèmes, alors elle doit etre dans tous les sous-problèmes sur le path pour connecté tous les sous-problème.

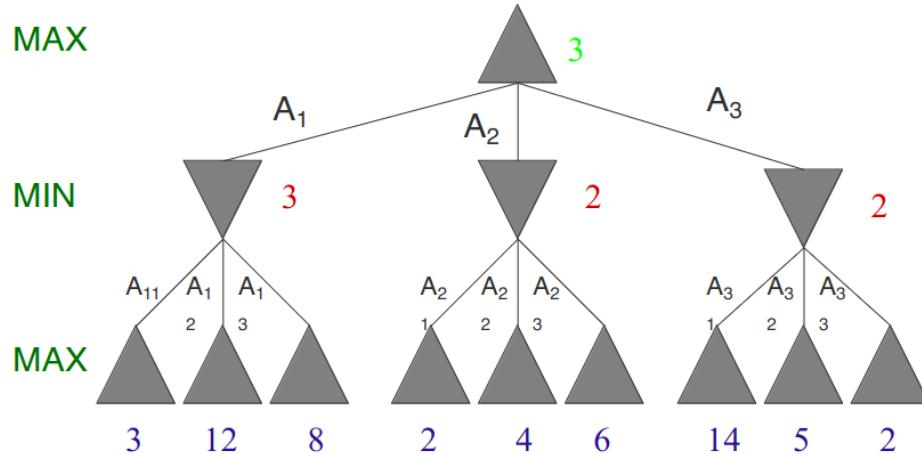
6 Adversarial Search and Games

6.1 Game

Un environnement multiagent peut etre vu comme un jeu et donc un problème résolut par recherche. Un jeux est défini par :

- **Initial state** : S_0 positions de debut du jeu
- **Player(s)** : quelle joueur a bougé
- **Actions(s)** : ensemble des mouvement légaux qu'il a fait
- **Result(s,a)** : modèle de transition qui définit le résultat du movement
- **Terminal set (s)** : test terminal du state
- **Utility(s,p)** : valeur numérique du résultat du jeux pour le player p

6.2 MinMax Algo



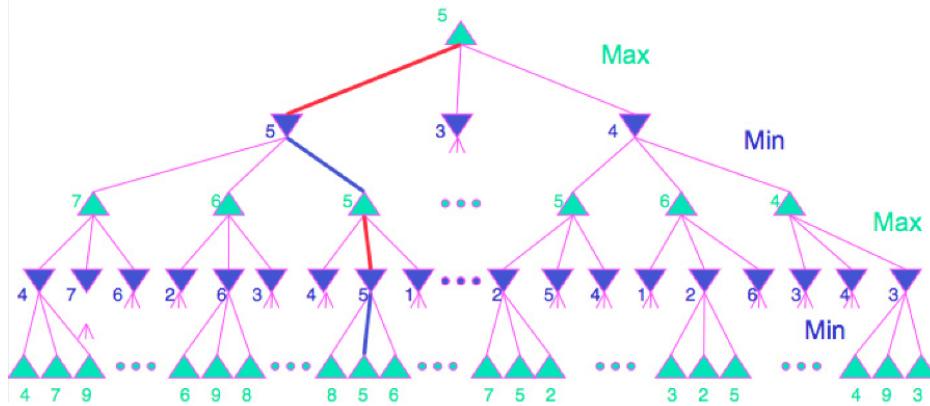
Optimal pour les jeux déterministique et a 2 joueurs.

Chaque niveau représente a un joueur de jouer en fonction du state, un joueur (MAX) veut maximiser la valeur le deuxième joueur (MIN) lui veut minimiser

MinMax génère le tree entierement et applique une fonction d'utilité sur les derniers state (les leafs de l'arbre). Ensuite on remonte l'arbre en choisissant le MIN ou le MAX value en fonction du niveau de l'arbre (tours du joueurs). Le node final au dessus représente le meilleur mouvement possible

MinMax est basé sur DFS, est complet si le tree est finie. Il a une complexité de $\mathcal{O}(b^m)$ avec b le facteur de branchement et m la profondeur max du tree.

Il est possible de modifier l'algo pour avoir plus de 2 joueurs, il suffit de garder un vecteur a chaque node ou les éléments du vecteur sont les utilité de chaque joueurs. Chaque joueur va choisir le mouvement qui maximise l'utilité



```

function MINIMAX-SEARCH(game, state) returns an action
    player  $\leftarrow$  game.TO-MOVE(state)
    value, move  $\leftarrow$  MAX-VALUE(game, state)
    return move

```

```

function MAX-VALUE(game, state) returns a (utility, move) pair
    if game.IS-TERMINAL(state) then return game.UTILITY(state, player), null
    v, move  $\leftarrow -\infty$ 
    for each a in game.ACTIONS(state) do
        v2, a2  $\leftarrow$  MIN-VALUE(game, game.RESULT(state, a))
        if v2 > v then
            v, move  $\leftarrow$  v2, a
    return v, move

```

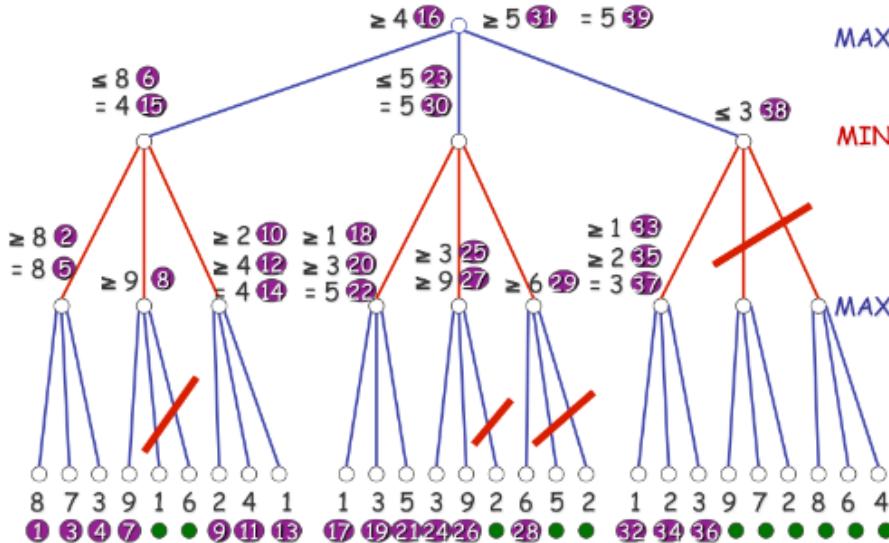
```

function MIN-VALUE(game, state) returns a (utility, move) pair
    if game.IS-TERMINAL(state) then return game.UTILITY(state, player), null
    v, move  $\leftarrow +\infty$ 
    for each a in game.ACTIONS(state) do
        v2, a2  $\leftarrow$  MAX-VALUE(game, game.RESULT(state, a))
        if v2 < v then
            v, move  $\leftarrow$  v2, a
    return v, move

```

6.3 Alpha-Beta pruning

On cherche à "élaguer" l'arbre afin de retirer les branches au quelle nous sommes sur que il n'y a pas de meilleurs valeurs et donc inutile. Il n'affecte pas le résultat final.



```
function ALPHA-BETA-SEARCH(game, state) returns an action
    player ← game.TO-MOVE(state)
    value, move ← MAX-VALUE(game, state, -∞, +∞)
    return move
```

```
function MAX-VALUE(game, state, α, β) returns a (utility, move) pair
    if game.IS-TERMINAL(state) then return game.UTILITY(state, player), null
    v ← -∞
    for each a in game.ACTIONS(state) do
        v2, a2 ← MIN-VALUE(game, game.RESULT(state, a), α, β)
        if v2 > v then
            v, move ← v2, a
            α ← MAX(α, v)
        if v ≥ β then return v, move
    return v, move
```

```
function MIN-VALUE(game, state, α, β) returns a (utility, move) pair
    if game.IS-TERMINAL(state) then return game.UTILITY(state, player), null
    v ← +∞
    for each a in game.ACTIONS(state) do
        v2, a2 ← MAX-VALUE(game, game.RESULT(state, a), α, β)
        if v2 < v then
            v, move ← v2, a
            β ← MIN(β, v)
        if v ≤ α then return v, move
    return v, move
```

α : Valeur du meilleur (plus grande) choix trouvé d'ici là depuis les paths visités pour MAX

β : Valeur du meilleur (plus petit) choix trouvé d'ici là depuis les paths visités pour MIN

Si les successeurs de l'arbre sont idéalement visités, la complexité temporelle est alors de $\mathcal{O}(b^{d/2})$ et si visité random $\mathcal{O}(b^{3d/4})$

6.3.1 Move ordering

La disposition des nodes est idéal si le meilleur node est le plus a gauche. On peut tenter de réaranger les nodes afin d'avoir les meilleur le plus a gauche, et trouver le **Killer move**

6.4 Imperfect Decisions

En pratique il est souvent impossible de faire une research complete car trop grand. Ce que on fait, on fait une search dans seulement un partie du graph. Cela requière a cutoff pour stopper la génération du graph. Mais donc on ne peut pas savoir la valeur, on va donc devoir l'estimer avec une fonction heuristique.

6.4.1 Evaluation Function

La fonction doit etre :

- Consistent avec la fonction d'utilité
- équilibré entre présicions et temps de calcul
- Dois reflétér la réal chance de gagné
- Fonction linéaire avec du poid sont souvent

6.4.2 Cutting off the search

Approche direct est de stop quand on arrive a une hauteur limite mais il y a un problème si l'état est favorable à un changement rapide dans l'état suivant.

Pour résoudre ce problème, la fonction d'évaluation doit être appliquée uniquement à la position quiescentes, c'est-à-dire stables. (qui ne risquent pas de connaître de fortes variations de valeur dans un avenir proche).

Il y a l'**effet d'horizon** : Nous pouvons retarder les catastrophes, mais nous ne pouvons pas les prévenir. Cela peut arriver à cause d'une coupure car l'horizon n'est pas assez profond. Si un agent est confronté à un mouvement qui cause de graves dommages et qui est inévitable à la fin, il essaiera de l'éviter le plus longtemps possible. l'éviter le plus longtemps possible. Au bout du compte, il perdra autant, voire plus.

6.4.3 Forward pruning

Quelques moves a certains nodes sont "élagué" direct sans considérations directed, il coupe les moves "mauvais" Avec le **Beam search**, on considère un ensemble de n mouvement plutot que le tous les mouvements possibles

6.5 Stochastic Games

Ce sont des jeux avec un degré d'improbabilité parmis les elements randoms. Cela requiert une chance pour chaque nodes en plus des Min Max

6.5.1 Expectminimax

Cet algo ajoute de la chance aux nodes en plus de MAX MIN. Complexité de $\mathcal{O}(b^m n^m)$ ou n est le nombre de chance d'event distincte

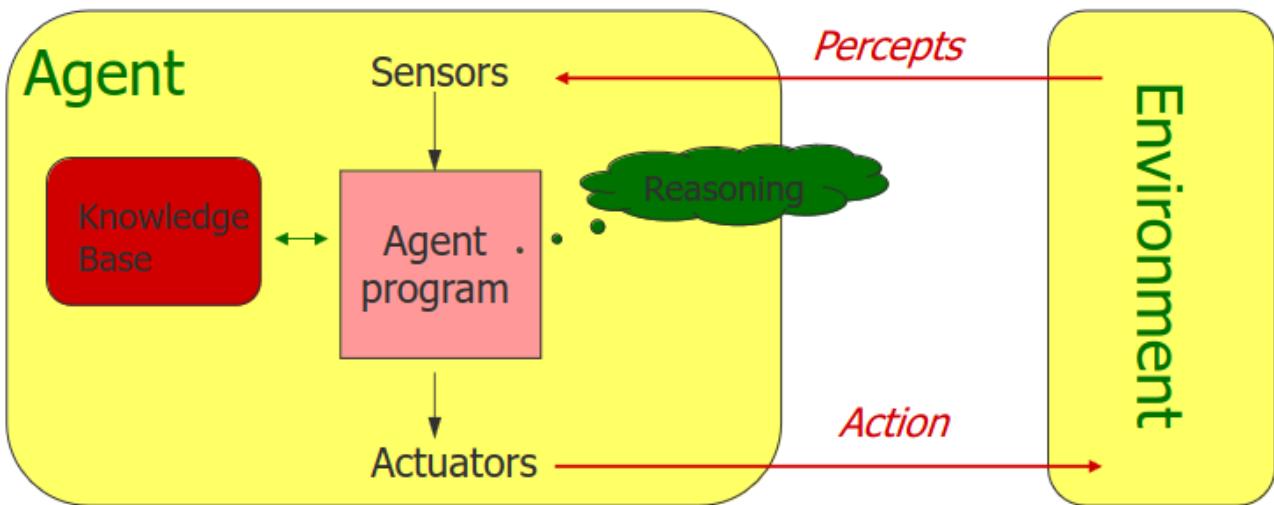
7 Logical Agent

7.1 Knowledge Based Agents

On peut raisonner avec de la connaissance. Il y a 2 types de connaissances :

1. **Logique classique** : Vrai ou fausse
2. **Autre logique** : connaissance incertaine

L'agent peut etre représenté de la sorte :



Le composant central d'un KBA est un ensemble de phrase.

Sentences : affirmations sur le monde

7.1.1 Operation KBA

1. **TELL** : Ajoute une nouvelle phrase
2. **ASK** : Demande se qui est connue
3. **MAKE-PERCEP-SENTENCE** : Construit une phrase affirmant que l'agent a perçu le percept donné à un moment donné.
4. **MAKE-ACTION-QUERY** : Construit une phrase qui ASK quelle action devrait etres faite maintenant
5. **MAKE-ACTION-SENTENCE** : Construit une phrase affirmant que l'action choisie a été exécutée

```

function KB-AGENT(percept) returns an action
  static: KB, a knowledge base
    t, a counter, initially 0, indicating time
    TELL(KB, MAKE-PERCEPT-SENTENCE(percept, t))
    action  $\leftarrow$  ASK(KB, MAKE-ACTION-QUERY(t))
    TELL(KB, MAKE-ACTION-SENTENCE(action, t))
    t  $\leftarrow$  t + 1
  return action

```

Update state

Result of action

7.1.2 Knowledge representation

Le langage dans laquelle la phrase est représenté. Il y a 2 approches

- **Declarative approach** : Nous ne disons à l'agent que ce qu'il a besoin de savoir. Les phrases sont dites une à une (par TELL) jusqu'à ce que l'agent sache comment opérer dans son environnement.
- **Procedural approach** : Nous codons les comportements souhaités directement sous forme de programme.

7.2 Exemple : the Wumpus World

Une grille avec un créature qui mange les agents. Il y a des puits dans des cases (à éviter) et le but est de trouver le trésor sans se faire manger ni tomber dans les puits.⁵

- Pas entièrement observable (perception local)
- Déterministe
- Pas épisodique (séquentielle au niveau des actions préformées)
- Statique (Monstre et puits ne bouge pas)
- Discret
- Un seul agent

7.3 Logique

- **Syntax** : Spécifie toutes les phrases bien formé ($x + y = 4$ OK $x2y+ = \text{KO}$)
- **Sémantique** : Définir la vérité des phrases par rapport à chaque monde possible
Définir la vérité des phrases par rapport à chaque monde possible
 - $x = 1, y = 3$
 - $x = 2, y = 2$
 - ...

⁵pages 209-210-211 du livre

- **Interprétation** : abstraction mathématique d'un monde possible, en donnant une interprétation une phrase est vrai ou fausse.
- **Modele de phrase** : α est un interprétation ou la phrase est vraie.
" m est un model de α " $\rightarrow \alpha$ est vrai dans l'interprétation de m
- **$M(\alpha)$** : ensemble des modeles de α
- $\text{KB} \models \alpha$: α est vrai si KB est vrai
- $\text{KB} \vdash \alpha$: On peut prouver α avec KB

7.4 Implication (entailment)

Implication entre la phrase α et β , β est un conséquence logique de α

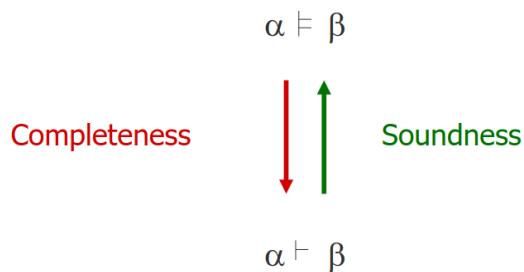
$$\alpha \models \beta \text{ IFF } M(\alpha) \subset M(\beta) \quad (4)$$

β est vrai dans chaque model de α (ex : $x = 0 \models xy = 0$)

si $\text{KB} \models \alpha_1$ on peut conclure que α_1 est vrai

Verifier $\text{KB} \models \alpha$ en utilisant le Model checking

1. énumération des interprétations
2. Trouver les interprétations qui sont un models de α
3. Check que β est vrai dans ces models $\alpha \vdash \beta$



7.5 Proposition logique

7.5.1 Syntax

- True, False
- Symbols (P,Q,A, ...)
- Connecteur logiques :
 - Négations : \neg
 - Conjonctions : \wedge
 - Disjonctions : \vee

- Implication : \Rightarrow
- Equivalence : \Leftrightarrow
- parenthese (,)

$$\begin{aligned}
 Sentence &\rightarrow AtomicSentence \mid ComplexSentence \\
 AtomicSentence &\rightarrow True \mid False \mid P \mid Q \mid R \mid \dots \\
 ComplexSentence &\rightarrow (Sentence) \\
 &\quad \mid \neg Sentence \\
 &\quad \mid Sentence \wedge Sentence \\
 &\quad \mid Sentence \vee Sentence \\
 &\quad \mid Sentence \Rightarrow Sentence \\
 &\quad \mid Sentence \Leftrightarrow Sentence
 \end{aligned}$$

OPERATOR PRECEDENCE : $\neg, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$

7.5.2 Sémantique

On fait ça avec un table de vérité

| P | Q | $\neg P$ | $P \wedge Q$ | $P \vee Q$ | $P \Rightarrow Q$ | $P \Leftrightarrow Q$ |
|-------|-------|----------|--------------|------------|-------------------|-----------------------|
| false | false | true | false | false | true | true |
| false | true | true | false | true | true | false |
| true | false | false | false | true | false | false |
| true | true | false | true | true | true | true |

exemple Wumpus : Un carré est venteux si et seulement si un carré voisins est un puits

$$B_{1,1} \Leftrightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1})$$

Voir exemples slides 40-41-42 chap 7

7.5.3 Inference

Le but est de décider si $KB \models \alpha$

On veut savoir si $P_{1,2}$ n'est pas un puit : $\neg P_{1,2}$

- Imaginons nous avons des infos : $B_{1,1}, B_{2,1}, P_{1,1}, P_{1,2}, P_{2,1}, P_{2,2}, P_{3,1}$
- on a donc 2^n interprétations possibles ($n = \text{nombre de symbol}$) donc ici 2^7

Il faut donc enuméré sur chaque interprétation et check si $\alpha = P_{1,2}$ est True dans chaque models de KB

Complexité temporelle de $\mathcal{O}(2^n)$ et spatiale de $\mathcal{O}(n)$

```

function TT-ENTAILS?(KB,  $\alpha$ ) returns true or false
  inputs: KB, the knowledge base, a sentence in propositional logic
             $\alpha$ , the query, a sentence in propositional logic
  symbols  $\leftarrow$  a list of the proposition symbols in KB and  $\alpha$ 
  return TT-CHECK-ALL(KB,  $\alpha$ , symbols, {})

function TT-CHECK-ALL(KB,  $\alpha$ , symbols, model) returns true or false
  if EMPTY?(symbols) then
    if PL-TRUE?(KB, model) then return PL-TRUE?( $\alpha$ , model)
    else return true // when KB is false, always return true
  else
    P  $\leftarrow$  FIRST(symbols)
    rest  $\leftarrow$  REST(symbols)
    return (TT-CHECK-ALL(KB,  $\alpha$ , rest, model  $\cup$  {P = true})
           and
           TT-CHECK-ALL(KB,  $\alpha$ , rest, model  $\cup$  {P = false}))
```

7.6 Propositional Theorem Proving

- Equivalence logique : $\alpha \equiv \beta$
- Valide (tautologie) : Toutes les intrerprétation sont valide (True)
- Satifaisant : True dans certaine interprétation mais pas toutes
- Unsatisfait : True pour aucune des interprétations.

$\alpha \models \beta$ IF $(\alpha \wedge \neg\beta)$ est insatisfait

7.6.1 Preuve inference

- Modus Ponens :
$$\frac{\alpha \Rightarrow \beta, \alpha}{\beta}$$
- And-elimination :
$$\frac{\alpha \wedge \beta}{\alpha}$$
- Two sens de Morgan :
$$\frac{\neg(\alpha \wedge \beta)}{\neg\alpha \vee \neg\beta} \Leftrightarrow \frac{\neg\alpha \vee \neg\beta}{\neg(\alpha \wedge \beta)}$$

TODO A TERMINER

8 First-Order Logic

8.1 Propositional logic

Une proposition logique est :

- **Déclarative** : les relations entre les variables sont décrites par des phrases
- **Expressive** : peut présenter des informations partielles en utilisant la disjonction
- **Compositionel** : Si $A = \text{"il pleut"}$ et $B = \text{"j'aime la biere"}$ alors $A \wedge B = \text{"il pleut et j'aime la biere"}$
- **Manque d'expressivité** pour décrire l'environnement de manière concise (ex : ne peut pas dire "les puits provoquent des brises dans les cases adjacentes")

First-Order Logic (FOL) assume que le monde contient :

- Objects : personne, voiture, maison, ...
- Relation :
 - Unary : propriété avec les objets
 - N-ary : Relations entre les objets
 - Ex : la relation de fraternité est l'ensemble ($\langle \text{Bob}, \text{Richard} \rangle, \langle (\text{Richard}, \text{Bob}) \rangle$)
- Fonctions : father_of, successeur, ...

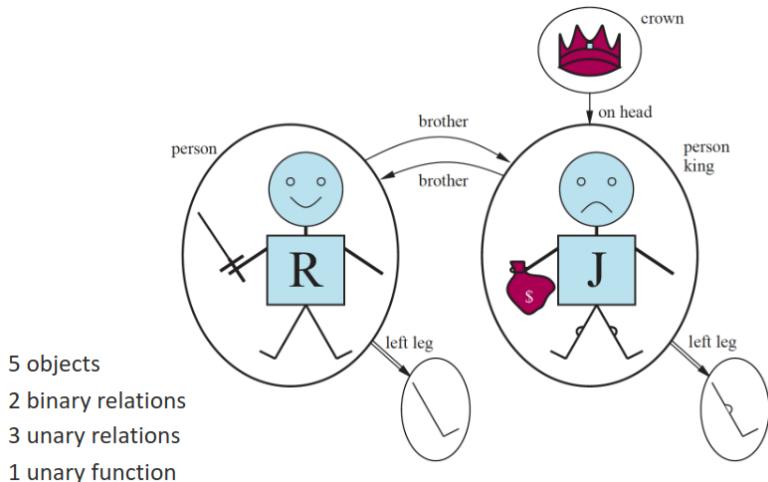
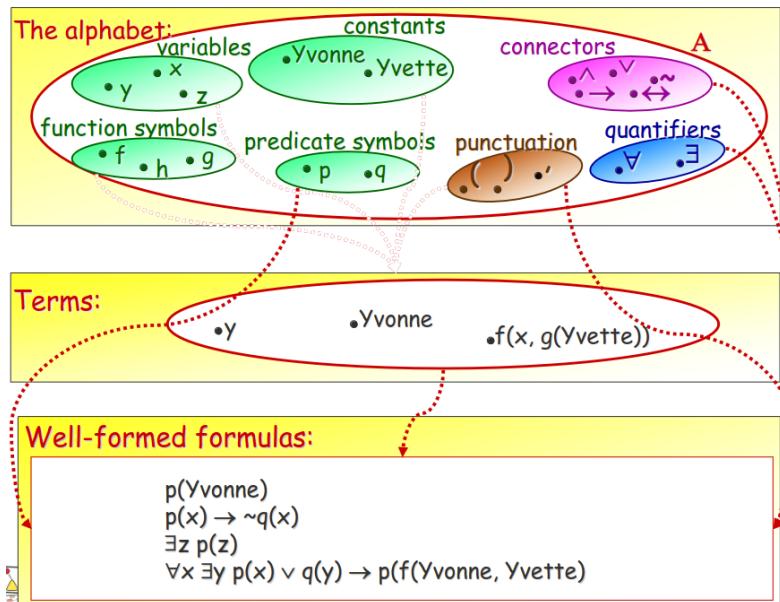
8.2 Syntax and semantics of FOL

$$\begin{aligned}
 Sentence &\rightarrow AtomicSentence \mid ComplexSentence \\
 AtomicSentence &\rightarrow Predicate \mid Predicate(Term, \dots) \mid Term = Term \\
 ComplexSentence &\rightarrow (Sentence) \\
 &\quad \mid \neg Sentence \\
 &\quad \mid Sentence \wedge Sentence \\
 &\quad \mid Sentence \vee Sentence \\
 &\quad \mid Sentence \Rightarrow Sentence \\
 &\quad \mid Sentence \Leftrightarrow Sentence \\
 &\quad \mid Quantifier \ Variable, \dots Sentence \\
 \\
 Term &\rightarrow Function(Term, \dots) \\
 &\quad \mid Constant \\
 &\quad \mid Variable \\
 \\
 Quantifier &\rightarrow \forall \mid \exists \\
 Constant &\rightarrow A \mid X_1 \mid John \mid \dots \\
 Variable &\rightarrow a \mid x \mid s \mid \dots \\
 Predicate &\rightarrow True \mid False \mid After \mid Loves \mid Raining \mid \dots \\
 Function &\rightarrow Mother \mid LeftLeg \mid \dots \\
 \\
 \text{OPERATOR PRECEDENCE} &: \neg, =, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow
 \end{aligned}$$

- **Alphabet** : Variables, constantes; fonctions, ...
- **Termes** : Combinaison de l'alphabet
- **Formule bien formé**

Interprétation :

- D le domaine



- Une fonction (totale) qui map les constantes à D
- Une fonction (totale) qui maps les fonctions de symboles à des fonctions ($D \rightarrow D$)
- Une fonction (totale) qui maps les symboles prédicts à des prédictions ($D \rightarrow \text{Booleans}$)

Voir exemple slides p18 chap 8

8.2.1 Complex sentences

Elles sont construites en combinant des phrases atomiques en utilisant des connecteurs logiques ($\neg, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$) et des parenthèses.

- $\neg \text{Brother}(\text{LeftLeg}(\text{Richard}), \text{Bob})$
- $\text{Brother}(\text{Richard}, \text{Bob}) \wedge \text{Brother}(\text{Bob}, \text{Richard})$
- ...

8.2.2 Quantifiers

Peut être utilisé pour exprimer des propriétés de collections d'objets

- Plus besoin d'en numéroté chaque objet
- \forall dans une conjonction (quantificateur universel) ex: $\forall x \text{Human}(x) \Rightarrow \text{Mortal}(x)$
- \exists dans une disjonction (quantificateur existentiel) ex : $\exists x \text{Bird}(x) \wedge \text{Can_Fly}(x)$

Attention $\forall x \forall y$ est la même chose que $\forall y \forall x$ pareil pour \exists

Mais $\exists x \forall y$ n'est pas la même chose que $\forall y \exists x$

$\forall x P$ est pareil que $\neg \exists x \neg P$, pareil pour $\exists x P$ est pareil que $\neg \forall x \neg P$

8.3 Using FOL

- One's mother is one's parent who is a female
 - $\forall c, m \text{Mother}(m, c) \Leftrightarrow \text{Parent}(m, c) \wedge \text{Female}(m)$
- A grandparent is a parent of one's parent
 - $\forall c, g \text{Grandparent}(g, c) \Leftrightarrow \exists p \text{Parent}(g, p) \wedge \text{Parent}(p, c)$
- A theorem : siblinghood is symmetric
 - $\forall x, y \text{Sibling}(x, y) \Leftrightarrow \text{Sibling}(y, x)$

FOL peut être utilisé pour modéliser nombre naturel, ensemble de sous ensemble, listes, ...

8.3.1 Ex Wumpus

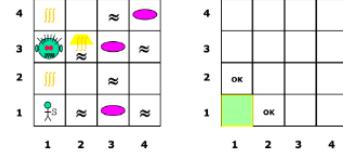
8.4 Complement on FOL

Voir slides 41-52

More precise axioms than with propositional logic

Sensors: Stench, Breeze, Glitter, Bump, Scream

- Percept has five values
- Time is important
- A typical sentence
 - Percept ([Stench, Breeze, Glitter, None, None], 7)
- The actions are terms
 - Turn(right), Turn(left), Forward, Shoot, Grab, Release
- Computing best action with a query
 - $\exists a: \text{BestAction}(a, 7)$



- Connecting percepts to actions

$$\forall s, b, u, c, t \text{ Percept}([s, b, \text{Glitter}, u, c], t) \Rightarrow \text{Action}(\text{Grab}, t)$$

- requires many rules

- Can be simplified by intermediate predicates

$$\forall b, g, u, c, t \text{ Percept}([\text{Stench}, b, g, u, c], t) \Rightarrow \text{Stench}(t)$$

$$\forall b, g, u, c, t \text{ Percept}([\text{None}, b, g, u, c], t) \Rightarrow \neg \text{Stench}(t)$$

$$\forall s, g, u, c, t \text{ Percept}([s, \text{Breeze}, g, u, c], t) \Rightarrow \text{Breeze}(t)$$

$$\forall s, g, u, c, t \text{ Percept}([s, \text{None}, g, u, c], t) \Rightarrow \neg \text{Breeze}(t)$$

...

$$\forall t \text{ Glitter}(t) \Rightarrow \text{BestAction}(\text{Grab}, t)$$

- Defining squares with [x,y] reference instead of atomic names

- Adjacency between two squares

$$\forall x, y, a, b \text{ Adjacent}([x, y], [a, b]) \Leftrightarrow$$

$$(x=a \wedge y=b-1) \vee (x=a \wedge y=b+1)$$

$$\vee (x=a-1 \wedge y=b) \vee (x=a+1 \wedge y=b)$$

- Modeling the breeze of pits

$$\forall s \text{ Breezy}(s) \Leftrightarrow \exists r \text{ Adjacent}(r, s) \wedge \text{Pit}(r)$$

- ...

9 Inference in First-Order Logic

On va voir comment les algo font pour répondre une question FOL

9.1 Propositional vs FOL inference

Universal Instantiation (UI) Pour n'importe quelle phrase α , variables v , et *ground term* g (terme sans variables)

$$\frac{\forall v \alpha}{\text{subst}(\{v/g\}, \alpha)} \quad (5)$$

v peut etre remplacer par n'importe quelle instance

$\text{subst}(\omega, \alpha)$ applique la substitution ω sur α

ex :

$\forall x \text{King}(x) \wedge \text{Greedy}(x) \Rightarrow \text{Evil}(x)$ Avec on peut déduire que $\text{King}(\text{Bob}) \wedge \text{Greedy}(\text{Bob}) \Rightarrow \text{Evil}(\text{Bob})$

Existential instantiation Pour n'importe quelle phrase α , variables v , et nouveau symbole constant k

$$\frac{\exists \alpha}{\text{subst}(\{v/k\}, \alpha)} \quad (6)$$

v peut etre remplacé avec un nouveau symbole

ex :

$\exists x \text{mother}(\text{bob}, x)$ on peut déduire $\text{mother}(\text{Bob}, \text{ANewMother})$

ANewMother est un constante de Skolem, équivalence déductive (pas d'équivalence logique)

Avec ces deux instantiations, on peut réduire FOL a des symboles de propositions.

9.1.1 Reduction to Propositional Logic

Le problème est que il y a une infinité de *ground terms* mais grace a Herbrand, on sait que :

*If a sentence α is entailed by a FOL KB, it's entailed by a **finite** subset of the propositionalized KB*

Application $n = 0$ a ∞ :

- creer un KB propositionnelle en l'instanciant avec un terme de profondeur n
- regarder si α est entaillé par le KB

Si α est pas entaillé l'algo loop a l'infini

Turing : Entaillement pour FOL est semidécidable

9.2 Unification

C'est une substitution qui fait que des expression logique différente semble identique
ex :

$\text{Parent}(\text{Bob}, \text{x})$ et $\text{Parent}(\text{y}, \text{z})$

- $\{\text{y}/\text{Bob}, \text{x}/\text{z}\} : \text{Parent}(\text{Bob}, \text{z})$
- $\{\text{y}/\text{Bob}, \text{x}/\text{Lucia}, \text{z}/\text{Lucia}\} : \text{Parent}(\text{Bob}, \text{Lucia})$

L'algo $\text{Unify}(p, q)$ prend 2 phrase atomique p et q et retourne une sibstitution qui fait que p et q sont identique.

$$\text{Unify}(p, q) = \emptyset \text{ où } \text{Subst}(\emptyset, p) = \text{Subst}(\emptyset, q)$$

\emptyset est l' unificateur des 2 phrases. il y en possiblement plus que 1

9.2.1 Most General Unifier

MGU pour les KOG, fait que "la substitution qui s'engage le moins sur les les variables contraignantes"

ex :

$$\text{Unify}(\text{Parent}(\text{Bob}, \text{x}), \text{Parent}(\text{y}, \text{z})) = \{\text{y}/\text{Bob}, \text{x}/\text{z}\}$$

MGU est unique

9.2.2 Standardize apart

Si 2 phrase partages des variables alors on peut les unifiers, pour eviter les conflits de noms, on renome un des variables.

$$\text{Unify}(\text{Pare}(\text{Bob}, \text{x}), \text{Parent}(\text{y}, \text{z})) = \text{Unify}(\text{Parent}(\text{Bob}, \text{w}), \text{Parent}(\text{q}, \text{r}))$$

9.2.3 Generalized Modus Ponens

avec $\text{Subst}(\emptyset, p_i) = \text{Subst}(\emptyset, p'_i)$ pour tous les I

$$\frac{p'_1, p'_2, \dots, p'_n, (p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_n \Rightarrow q)}{\text{Subst}(\emptyset, q)} \quad (7)$$

ex :

$$\frac{\text{King}(\text{Bob}), \text{Greedy}(\text{y}), (\text{King}(\text{x}) \wedge \text{Greedy}(\text{y}) \Rightarrow \text{Evil}(\text{x}))}{\text{Evil}(\text{Bob})} \quad (8)$$

Avec $\emptyset = \{\text{x}/\text{Bob}, \text{y}/\text{Bob}\}$

9.3 Forward Chaining

z

```

function UNIFY( $x, y, \theta$ ) returns a substitution to make  $x$  and  $y$  identical
  inputs:  $x$ , a variable, constant, list, or compound
            $y$ , a variable, constant, list, or compound
            $\theta$ , the substitution built up so far
  if  $\theta = \text{failure}$  then return failure
  else if  $x = y$  then return  $\theta$ 
  else if VARIABLE?( $x$ ) then return UNIFY-VAR( $x, y, \theta$ )
  else if VARIABLE?( $y$ ) then return UNIFY-VAR( $y, x, \theta$ )
  else if COMPOUND?( $x$ ) and COMPOUND?( $y$ ) then
    return UNIFY(ARGS[ $x$ ], ARGS[ $y$ ], UNIFY(OP[ $x$ ], OP[ $y$ ],  $\theta$ ))
  else if LIST?( $x$ ) and LIST?( $y$ ) then
    return UNIFY(REST[ $x$ ], REST[ $y$ ], UNIFY(FIRST[ $x$ ], FIRST[ $y$ ],  $\theta$ ))
  else return failure

function UNIFY-VAR( $var, x, \theta$ ) returns a substitution
  inputs:  $var$ , a variable
            $x$ , any expression
            $\theta$ , the substitution built up so far
  if  $\{var/val\} \in \theta$  then return UNIFY( $val, x, \theta$ )
  else if  $\{x/val\} \in \theta$  then return UNIFY( $var, val, \theta$ )
  else if OCCUR-CHECK?( $var, x$ ) then return failure
  else return add  $\{var/x\}$  to  $\theta$ 

```

9.3.1 First-order definite clauses

- Trouver toutes les règles dont les prémisses sont satisfaites
- Ajouter leurs conclusions au faits connus
- Répéter l'opération jusqu'à ce qu'une réponse soit apportée à la question ou qu'aucun fait nouveau n'est ajouté

```

function FOL-FC-ASK(KB,  $\alpha$ ) returns a substitution or false
  inputs: KB, the knowledge base, a set of first-order definite clauses
            $\alpha$ , the query, an atomic sentence

  while true do
    new  $\leftarrow \{\}$       // The set of new sentences inferred on each iteration
    for each rule in KB do
       $(p_1 \wedge \dots \wedge p_n \Rightarrow q) \leftarrow \text{STANDARDIZE-VARIABLES}(rule)$ 
      for each  $\theta$  such that  $\text{SUBST}(\theta, p_1 \wedge \dots \wedge p_n) = \text{SUBST}(\theta, p'_1 \wedge \dots \wedge p'_n)$ 
        for some  $p'_1, \dots, p'_n$  in KB
         $q' \leftarrow \text{SUBST}(\theta, q)$ 
        if  $q'$  does not unify with some sentence already in KB or new then
          add  $q'$  to new
           $\phi \leftarrow \text{UNIFY}(q', \alpha)$ 
          if  $\phi$  is not failure then return  $\phi$ 
        if new =  $\{\}$  then return false
        add new to KB
  
```

9.3.2 Analyse

Soundness : Il ne dérive que les phrases qui sont impliquées, parce que Generalize Modus Ponens le fait.

Completeness : Il répond à toutes les requêtes dont les réponses sont impliquées par le KB, mais peut ne pas se terminer en raison de la semi-décidabilité de l'implication avec des clauses définies.

9.4 Backward chaining

Commence avec les prémisses de l'objectif

- Chaque prémisses doit être supporté par le KB
- Commencer avec la premières hypothèses et chercher soutien du KB

La fonction est un algo récursive tel que une depth-first.

9.4.1 Logic programming: Prolog

Algorithm = Logic + Control

TODO

9.5 Résolutions

Chaque phrase d'un FOL peut être convertie en CNF (conjunctive Normal Form)

```

function FOL-BC-ASK(KB, goals, θ) returns a set of substitutions
  inputs: KB, a knowledge base
    goals, a list of conjuncts forming a query
    θ, the current substitution, initially the empty substitution { }
  local variables: ans, a set of substitutions, initially empty
  if goals is empty then return {θ}
  q' ← SUBST(θ, FIRST(goals))
  for each r in KB where STANDARDIZE-APART(r) = (p1 ∧ … ∧ pn ⇒ q)
    and θ' ← UNIFY(q, q') succeeds
    ans ← FOL-BC-ASK(KB, [p1, …, pn | REST(goals)], COMPOSE(θ, θ')) ∪ ans
  return ans

```

1. **Eliminer Implications** : $p \Rightarrow q$ devient $\neg p \vee q$
2. **Bouger les \neg qui sont devant** :
 - $\neg(p \vee q)$ devient $\neg p \wedge \neg q$
 - $\neg(p \wedge q)$ devient $\neg p \vee \neg q$
 - $\neg\forall x, p$ devient $\exists x \neg p$
 - $\neg\exists x, p$ devient $\forall x \neg p$
 - $\neg\neg p$ devient p
3. **standardiser les variables** : $(\forall x P(x)) \vee (\exists x Q(x))$ devient $(\forall x P(x)) \vee (\exists y Q(y))$
4. **Bouger les quantifiers à gauche** : $p \vee \forall x q$ devient $\forall x p \vee q$
5. **Skolemization** : Voir prochaine sections
6. **De Morgan**

9.5.1 Skolemization

Objectif est de:

- retirer tous les quantifiers existants
- Replacer les variables par des toutes nouvelles constantes qui n'existe pas de le KB

ex : $\exists x Q(x)$ devient $Q(A)$ avec où *A* est unique

Pour les phrases plus complexe, on utilise des fonctions de symbole (Skolem functions) pour indiquer des valeur spécifique.

ex : $\forall Animal(x, A)$ devient $\forall Animal(x, F(x))$

9.5.2 Resolution inference rule

Pour p_i and q_i où $UNIFY(p_j, \neg q_k) = \emptyset$

$$\frac{p_1 \vee \dots \vee p_j \dots \vee p_m, q_1 \vee \dots \vee q_k \dots \vee q_n}{SUBST(\emptyset, (p_1 \vee \dots \vee p_{j-1} \vee p_{j+1} \dots \vee p_m \vee q_1 \vee \dots \vee q_{k-1} \vee q_{k+1} \dots \vee q_n))} \quad (9)$$

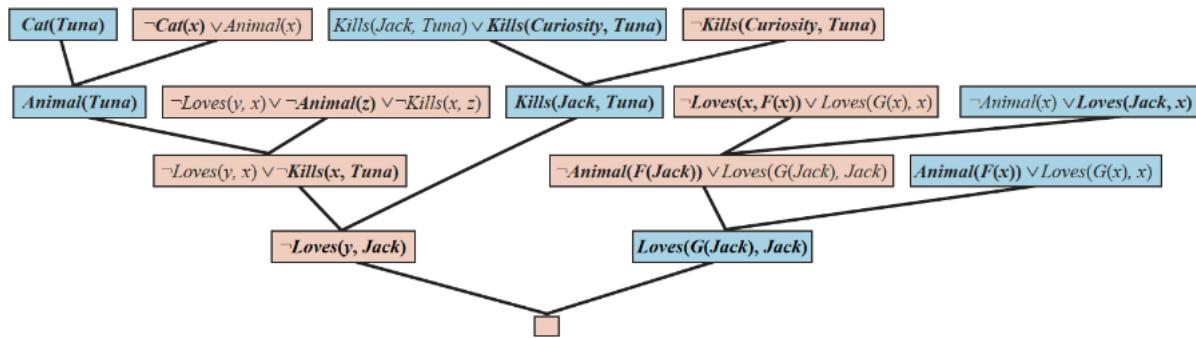
$$\begin{array}{c}
 \text{Animal}(F(x)) \vee \text{Loves}(G(x), x) \\
 \neg \text{loves}(u, v) \vee \neg \text{Kills}(u, v) \\
 \hline
 \text{Animal}(F(x)) \vee \neg \text{Kills}(G(x), x)
 \end{array}$$

With $\theta = \{ u/G(x), v/x \}$

exemple plus concret :

α est un conséquence logique de KB si $\text{KB} \models \alpha$ IFF $(\text{KB} \wedge \neg \alpha)$ insatisfait

On transforme juste $\neg \alpha$ en CNF et montre que $\text{KB} \wedge \alpha$ insatisfait car apres application des règles de résolutions.



9.5.3 Introducing answers

- Resolution : non constructive proof
- If goal is **Kills(Curiosity,Tuna)**
a yes/no answer is OK
- If goal is $\exists x \text{ Kills}(x, \text{Tuna})$
a yes/no answer is not very helpful ...
- Possible to get an answer (substitution) that makes the goal to fail
 - Use the goal $\exists x \text{ Kills}(x, \text{Tuna}) \wedge \text{Answer}(x)$
 - Stop with the clause **Answer(α)**
 - α is the answer

10 Automated Planning

10.1 Definition of classical planning

Trouver une séquence d'action pour accomplir l'objectif, c'est une combinaison de différentes techniques de IA:

- Seaching (Uninformed et informed)
- CSP
- Positional logic
 - Modélisation
 - Inference (SAT)
- FOL
 - modelisation

L'environnement est :

- Entierement observable
- déterministe
- fini
- statique
- discret

C'est similaire à un *Search problem* :

- Input :
 - Ensemble de state
 - Action (State → State)
 - Initial state
 - Goal (1 ou un ensemble de state)
- Output
 - Séquence d'actions
- Difficulté :
 - Taille de l'espace de recherche
 - Méthode de recherche
 - Introduire décomposition du problème

10.1.1 Représentation du State

C'est un conjonction de (Grand et function free) atoms ($\{A, B\} = A \wedge B$)

$$At(Plane1, Melbourne) \wedge In(Plane1, Bob) \quad (10)$$

Closes-World Assumption : si pas d'information sur $p(a)$ alors $p(a) = False$

10.1.2 Représentation des Actions

Spécifiés avec une **signature** (noms et paramètres), **Préconditions** (conjunction of literals), **Ef-fets** (conjunction of literals)

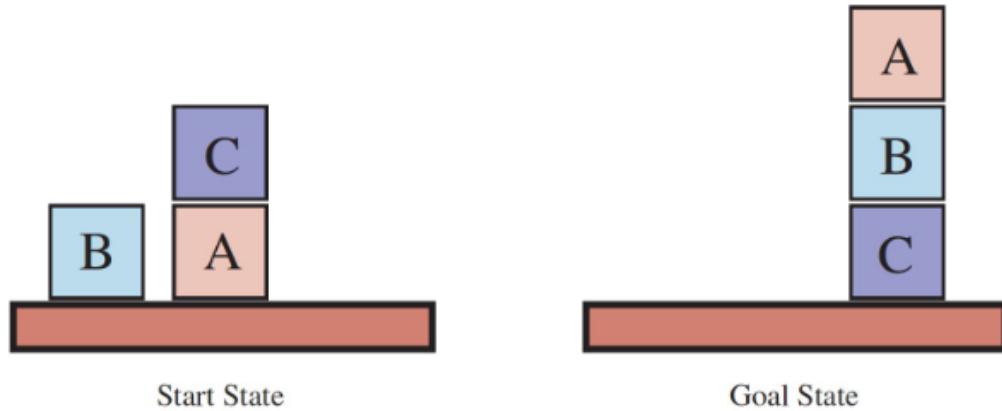
Une action est **Applicable** dans une state s si et seulement si le préconditions de a est une conséquence logique de s si et seulement si s satisafait les préconditions de a

10.1.3 Représentation des objectifs

Une objectif = une state partiellement spécifié

C'est comme une précondition : une conjonction de littéraux (+ ou -)

Un state satisfait un Goal si il contient tous les atoms du goals



$\text{On}(C, \text{Table})$
 $\text{On}(A, \text{Table})$
 $\text{On}(B, \text{Table})$

$\text{On}(A, B)$
 $\text{On}(B, C)$

$\text{Init}(\text{On}(A, \text{Table}) \wedge \text{On}(B, \text{Table}) \wedge \text{On}(C, A))$
 $\wedge \text{Block}(A) \wedge \text{Block}(B) \wedge \text{Block}(C) \wedge \text{Clear}(B) \wedge \text{Clear}(C) \wedge \text{Clear}(\text{Table}))$
 $\text{Goal}(\text{On}(A, B) \wedge \text{On}(B, C))$
 $\text{Action}(\text{Move}(b, x, y),$
 PRECOND: $\text{On}(b, x) \wedge \text{Clear}(b) \wedge \text{Clear}(y) \wedge \text{Block}(b) \wedge \text{Block}(y) \wedge$
 $(b \neq x) \wedge (b \neq y) \wedge (x \neq y),$
 EFFECT: $\text{On}(b, y) \wedge \text{Clear}(x) \wedge \neg \text{On}(b, x) \wedge \neg \text{Clear}(y))$
 $\text{Action}(\text{MoveToTable}(b, x),$
 PRECOND: $\text{On}(b, x) \wedge \text{Clear}(b) \wedge \text{Block}(b) \wedge \text{Block}(x),$
 EFFECT: $\text{On}(b, \text{Table}) \wedge \text{Clear}(x) \wedge \neg \text{On}(b, x))$

10.2 Algorithms for classical planning

10.2.1 Complexité

PlanSAT : Demande si il existe un plan qui résoud le planning probleme

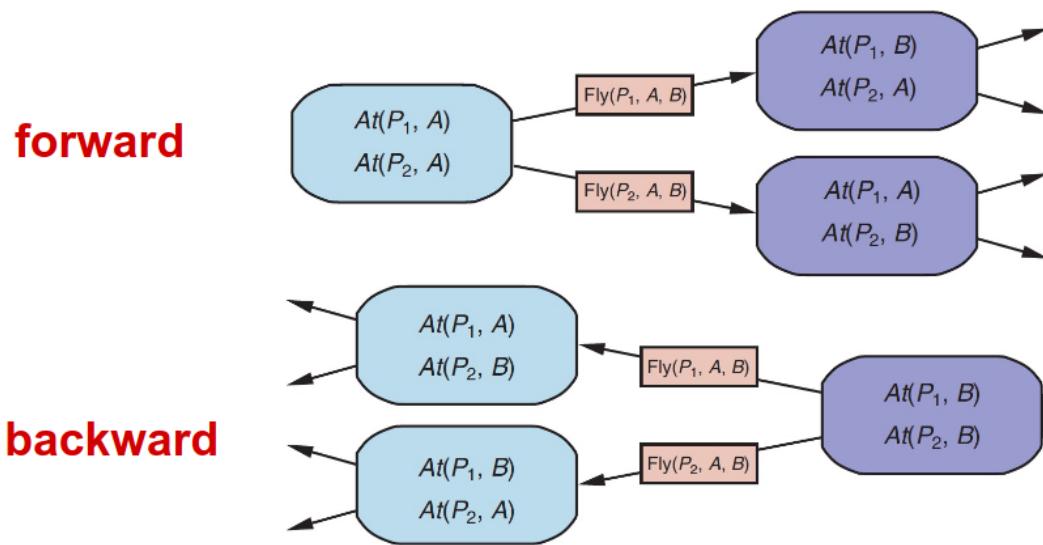
Bounded PlanSAT : Demande si il existe une solutions de longueur k ou moins

Les 2 problemes sont décidable (nombre fini de state)

Les 2 problemes sont dans **PSPACE** (plus difficile que NP) mais pas dans NP, PlanSAT est dans P, Bounded PlanSAT est dans NP-Complet.

10.2.2 Forward and backward search

c'est possible d'utiliser *classical state-space search methods* et avec préconditions/effets, il es possible de rechercher dans n'importe quelle directions



10.2.3 Forward state-space search

Similaire a la Search Methode (Ch. 3)

Explore pas mal d'actions inutile, de plus state space est tres large(branching factor) c'est pour ca que une fonction heuristique précises est tres utile

10.2.4 Backward state-space Search

On commence du goal et on applique des actions a l'envers jusqu'a trouver une séquence d'étapes qui arrive au state initial. Marche seulement comment on sait faire une actions a l'envers pas toujours le cas. Dure de trouver un bon heuristique.

10.2.5 Planning as Boolean satisfiability

Planning par tester la satisfaisabilité le phrase propositionnel $InitialState \wedge AllPossibleActionDescription \wedge Goal$

A TERMINER

10.3 Heuristics for planning

Recherche forward ou backward est inutile sans un bon heuristique

On cherche à approximer le nombre d'action pour arriver à l'objectif depuis un état donnée

10.3.1 Relaxed problem

On définit un nouveau problème qui est plus facile à résoudre que le problème initial, le coût de la solutions de ce problème devient l'heuristique du problème initial. On peut par exemple ignorer préconditions heuristique,

10.3.2 Set covering Problem

On retire toutes les préconditions, et on ignore les littéraux supprimés par actions.

10.3.3 Restricted precondition

On retire seulement quelques littéraux spécifiques dans les préconditions

10.3.4 Ignore-delete-list heuristic

Retirer la liste supprimer de toutes les actions (supprimer l'action négatifs dans les effet)

10.3.5 Domain-independent pruning

Plusieurs états ne sont juste des variantes d'autre états et donc un peu inutile de les visiter et donc on va élaguer certaine branche qui sont symétrique

11 Learning from examples

Learning : Améliorer la performance des prochaines tâches après avoir fait des observations. On ne peut pas anticiper toutes les situations possibles. Les tâches futures peuvent changer ...

On se concentre seulement sur les learning problem depuis une collection de input/output, apprendre une fonction qui prédit l'output pour un nouveau input

11.1 Feedback

3 types de feedback et détermine les 3 types d'apprentissage

- **Supervised Learning** : l'agent observe les inputs et outputs et apprend une fonction qui match les inputs et outputs
- **Unsupervised Learning** : l'agent apprend des patrons des inputs même si aucun output est donné
- **Reinforcement Learning** : l'agent apprend par une succession de récompenses ou de punitions en fonction de ses actions

11.2 Supervised Learning

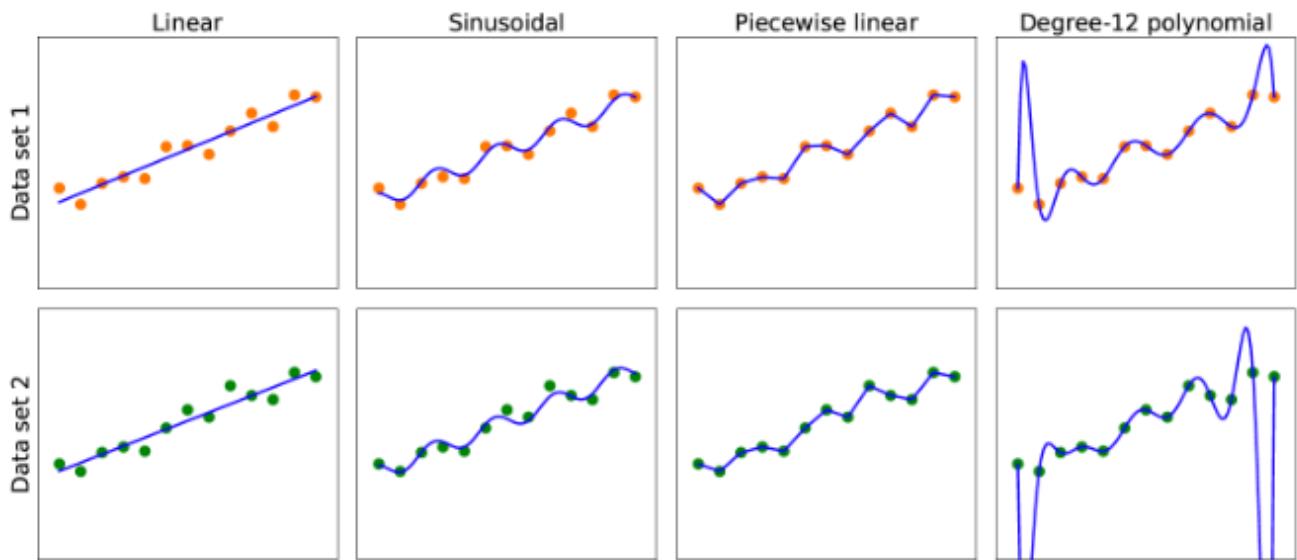
On donne un ensemble d'entraînement $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ où y_i est générée par une $f(x_i)$ inconnues. On découvre une fonction h qui approxime f

Pour mesurer la précision de l'hypothèse h on test sur un ensemble de test qui est différent de l'ensemble des test utilisé pour le learning de l'agent. Un Hypotheses se généralise bien si elle prédit correctement la valeur de y pour de nouveaux exemple

11.2.1 Classification VS. Regression

- **Classification** : la valeur de sortie est tirée d'un ensemble fini de valeurs
- **Regression** : L'output est un nombre

11.2.2 Ockam's Razor



On choisit toujours l'hypothèses la plus simple et consistente

On donne plus de priorité aux solutions de degré à 1/2 et moins au plus grand (7/8)

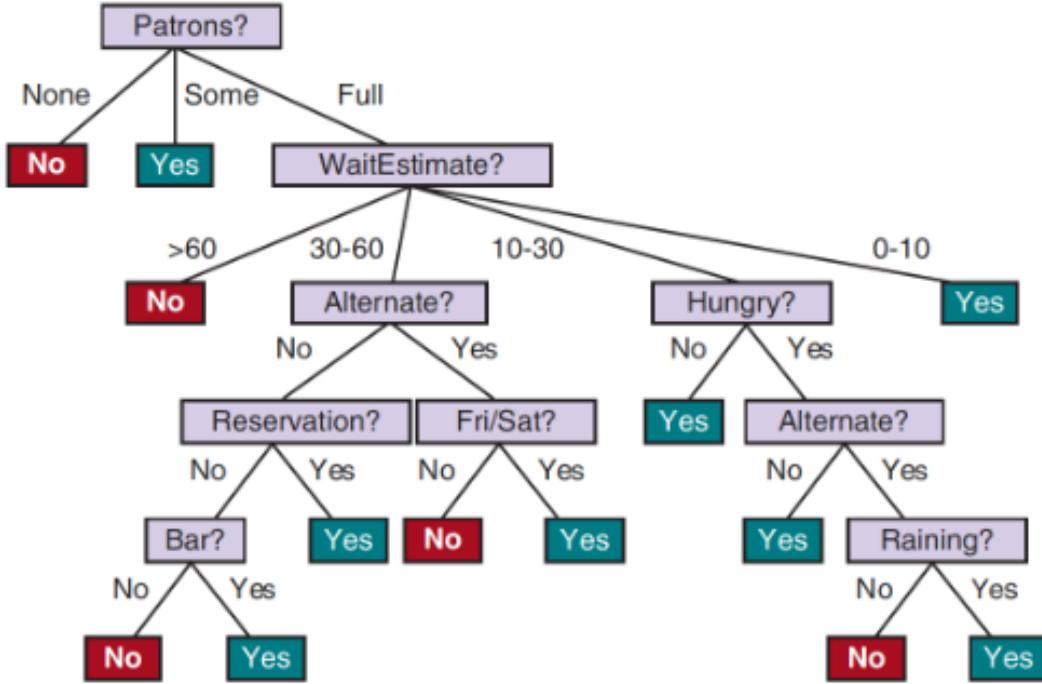
il faut choisir h^* qui est le plus probable avec les données

$$h^* = \arg \max_{h \in H} P(h|data) \quad (11)$$

$$h^* = \arg \max_{h \in H} P(data|h).P(h) \quad (12)$$

11.3 Learning Decision Trees

Représente une fonction qui prend un vecteur de valeur en inputs et retourne une décision (un simple valeur). Il trouve cette décision avec une séquence de tests, car chaque nœud de l'arbre est un test d'une valeur de l'input et les leaf donnent la décision.



1. *Alternate* : Seulement Si il y a un restaurant alternatif a coté
2. *Bar* : Seulement si le restaurant a un bar confortable
3. *Fri/Sat* : True vendredi et samedis
4. *Hungry* : Seulement si on a faim
5. *Patron* : Combien de personne dans le restaurant (None, Some, Full)
6. *Price* : Fourchette de prix
7. *Raining* : Si il pleut dehors
8. *Reservation* : Si on a fait une réservation
9. *Type* : le type de restaurant (francais, Thaie, italien, Burger)
10. *WaitEstimate* : Temps d'attente moyen (0, 10, 10-30, 30-60, >60)

$$Goal \Leftrightarrow (Path_1 \vee Path_2 \vee \dots \vee Path_n) \quad (13)$$

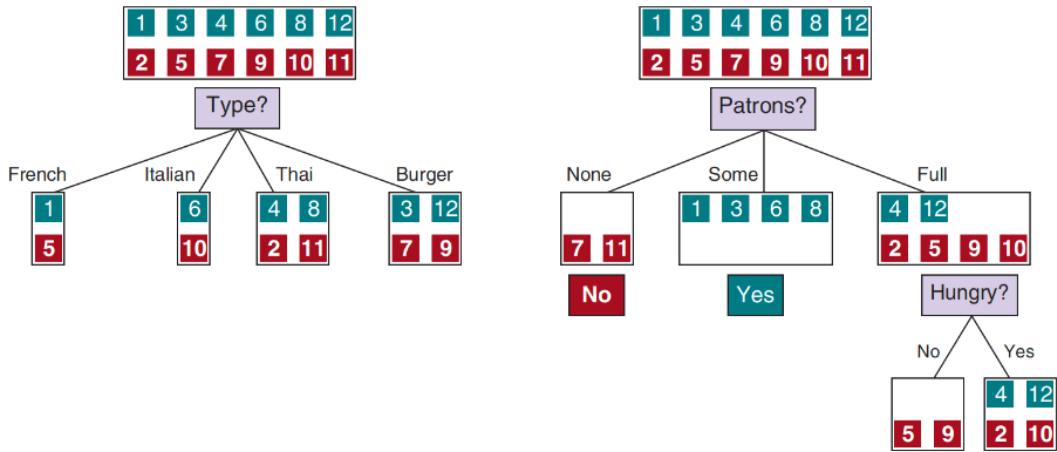
11.4 Decision tree from exemple

Exemple sont des tuples (X_i, y) où $X_i = x_{i1}, \dots, x_{in}$ sont les attributs en inputs et y un boolean

| Example | Input Attributes | | | | | | | | | | Output WillWait |
|----------|------------------|-----|-----|-----|------|--------|------|-----|---------|-------|--------------------|
| | Alt | Bar | Fri | Hun | Pat | Price | Rain | Res | Type | Est | |
| x_1 | Yes | No | No | Yes | Some | \$\$\$ | No | Yes | French | 0–10 | $y_1 = Yes$ |
| x_2 | Yes | No | No | Yes | Full | \$ | No | No | Thai | 30–60 | $y_2 = No$ |
| x_3 | No | Yes | No | No | Some | \$ | No | No | Burger | 0–10 | $y_3 = Yes$ |
| x_4 | Yes | No | Yes | Yes | Full | \$ | Yes | No | Thai | 10–30 | $y_4 = Yes$ |
| x_5 | Yes | No | Yes | No | Full | \$\$\$ | No | Yes | French | >60 | $y_5 = No$ |
| x_6 | No | Yes | No | Yes | Some | \$\$ | Yes | Yes | Italian | 0–10 | $y_6 = Yes$ |
| x_7 | No | Yes | No | No | None | \$ | Yes | No | Burger | 0–10 | $y_7 = No$ |
| x_8 | No | No | No | Yes | Some | \$\$ | Yes | Yes | Thai | 0–10 | $y_8 = Yes$ |
| x_9 | No | Yes | Yes | No | Full | \$ | Yes | No | Burger | >60 | $y_9 = No$ |
| x_{10} | Yes | Yes | Yes | Yes | Full | \$\$\$ | No | Yes | Italian | 10–30 | $y_{10} = No$ |
| x_{11} | No | No | No | No | None | \$ | No | No | Thai | 0–10 | $y_{11} = No$ |
| x_{12} | Yes | Yes | Yes | Yes | Full | \$ | No | No | Burger | 30–60 | $y_{12} = Yes$ |

11.5 The Decision-Tree-Learning Algorithm

On veut le tree le plus petit possible, on peut donc choisir l'attribut le plus important ou alors diviser en sous probleme



Quand on crée un arbre de décision, il y a 4 cas possible :

1. Si tous les exemples sont positif (négatif) alors résulte Yes (No)
2. Si il y a des positif et négatif, alors choisir le meilleur attribut pour les splits
3. Si il n'y a plus d'exemple qui reste retourner une valeur défaut
4. Si il n'y a plus d'attribut qui reste, mais que les exemples sont positif et négatif, alors les exemple sont incohérents. Return la classification plurielle des exemples restants (vote majoritaire)

```

function LEARN-DECISION-TREE(examples, attributes, parent-examples) returns a tree
  if examples is empty then return PLURALITY-VALUE(parent-examples)
  else if all examples have the same classification then return the classification
  else if attributes is empty then return PLURALITY-VALUE(examples)
  else
     $A \leftarrow \operatorname{argmax}_{a \in \text{attributes}} \text{IMPORTANCE}(a, \text{examples})$ 
    tree  $\leftarrow$  a new decision tree with root test A
    for each value v of A do
      exs  $\leftarrow \{e : e \in \text{examples} \text{ and } e.A = v\}$ 
      subtree  $\leftarrow$  LEARN-DECISION-TREE(exs, attributes - A, examples)
      add a branch to tree with label (A = v) and subtree subtree
  return tree

```

11.6 Entropy

Caclule l'incertitude d'une variable random.

$$H(V) = \sum_k P(v_k) \log_2\left(\frac{1}{P(v_k)}\right) = -\sum_k P(v_k) \cdot \log_2(P(v_k)) \quad (14)$$

ex: piece non truquée (50/50)

$$H(Fair) = -(0.5 \log_2(0.5) + 0.5 \log_2(0.5)) = 1 \quad (15)$$

ex: piece truquée (99/1)

$$H(Unfair) = -(0.99 \log_2(0.99) + 0.01 \log_2(0.01)) = 0.08 \quad (16)$$

L'entropie d'un boolean random ave une probabilité de True a q (false = $1 - q$)

$$B(q) = -(q \cdot \log_2(q) + (1 - q) \cdot \log_2(1 - q)) \quad (17)$$

11.7 Learning Curves

On split les exemples en un ensemble de training et test. On apprend des hypotheses et on mesure la précision avec l'ensemble des test.

On commence avec un ensemble l'entrainement de 1 que on augmente au fur et a mesure. On peut remarquer que la précission augmente avec un ensemble de trainning plus large.

11.8 Ensemble learning

Générer une collectino/ensemble d'hypothese et combiner leur prédictions. Cela augmente les performance.

11.8.1 Bagging

- On génère K training set avec N exemple
- Produit K décision d'algo
- Pour un nouvel input
 - Predit k hypothese
 - vote a la majorité

11.8.2 Random Forest

Produit k décision algo sur l'exemple donnée

ça varie en fonction du choix des attribut

A chaque split on fait une restriction random des choix des attributs

11.8.3 Boosting

Un set d'entraînement avec des poids, chaque exemple associé a un exemple et donc adapte sa méthode d'apprentissage avec les poids.

Génère au début une hypothèse avec un poids de 1, on augmente le poids des exemples mal classés.

On stop quand on a k hypothèses et on les utilise pour calculer la prediction