

Synthèse Artificial Inteligence LINFO1115

Jacques HOGGE

May 26, 2023

Contents

1	Introduction	6
1.1	Turing test	6
2	2.1-2.3	7
2.1	Agents and environnements	7
2.2	Concept of Rationality	7
2.3	Nature et environnements	8
3	Solving probleme by search	10
3.1	Structure d'un agent	10
3.2	Problem solving Agent	10
3.2.1	Definition Probleme	10
3.2.2	Solution	11
3.2.3	State space	11
3.2.4	Search Tree	11
3.2.5	State and Nodes	12
3.2.6	Repeated States	12
3.3	Searching for Solutions	12
3.3.1	Stratégies	13
3.4	Uninformed Search	13
3.4.1	Breadth-First Search(BFS)	13
3.4.2	Uniform-Cost search (UCS)	15
3.4.3	Depth-first Search (DFS)	15
3.4.4	Depth-Limited Search	15
3.4.5	Iterative Deepening	16
3.4.6	Bidirectional Search	17
3.5	Informed Search	17
3.5.1	Heuristic Fonction	17
3.5.2	Triangle inequality	18
3.5.3	Monotonicity	18
3.5.4	Greedy Best-First Search(GBFS)	19
3.5.5	A*	19
3.5.6	Weighted A*	23
3.5.7	Iterative deepening A*	23
3.5.8	Recursive Best-First Search	23
3.5.9	Simple Memory-Bounded A* (SMA*)	23
3.6	Heuristic en pratique	24
3.6.1	Comparer 2 heuristique	24
3.6.2	Desing d'heuristique admissible	24
4	Local Search	25
4.1	Optimisation probleme	25
4.2	Neighbourhood	25
4.3	Heuristic et Metaheuristics	26
4.4	Hill Climb Algo	26
4.4.1	Varaintes	27

4.5	Simulated annealing	27
4.6	Local Beam Search	28
4.7	Genetic Algorithms (GAs)	28
4.8	Tabu search Metaheuristics	30
4.9	Intensification vs. Diversification	30
4.10	Other Local Search	30
5	Constraint Satisfaction Problem (CSP)	31
5.1	Incremental formulation	32
5.2	Forward checking	32
5.3	Contrainte de propagation	32
5.3.1	Arc consistency	32
5.3.2	Arc-consistency algorithm	33
5.4	Backtracking Search for CSPs	33
5.4.1	Backtracking search	34
5.4.2	Variable ordering	34
5.4.3	Interleaving search and inference	34
5.4.4	Intelligent Backtracking	36
5.5	Local Search for CSP	36
5.5.1	Complete state formulation	36
5.5.2	Min Conflict	36
6	Adversarial Search and Games	37
6.1	Game	37
6.2	MinMax Algo	37
6.3	Alpha-Beta pruning	39
6.3.1	Move ordering	41
6.4	Imperfect Decisions	41
6.4.1	Evaluation Function	41
6.4.2	Cutting off the search	42
6.4.3	Forward pruning	42
6.4.4	Search VS. Lookup	42
6.5	Monte Carlo Tree Search	42
6.6	Stochastic Games	43
6.6.1	Expectminimax	43
7	Logical Agent	45
7.1	Knowledge Based Agents	45
7.1.1	Operation KBA	45
7.1.2	Knowledge representation	45
7.2	Exemple : the Wumpus World	46
7.3	Logique	48
7.3.1	Implication (entailment)	49
7.3.2	Monotonie	50
7.4	Proposition logique	51
7.4.1	Syntax	51
7.4.2	Sémantique	52
7.4.3	Inference	52

7.5	Propositional Theorem Proving	53
7.5.1	Preuve inference	53
8	First-Order Logic	56
8.1	Propositional logic	56
8.2	Syntax and semantics of FOL	56
8.2.1	Complex sentences	58
8.2.2	Quantifiers	58
8.3	Using FOL	58
8.3.1	Ex Wumpus	59
8.4	Complement on FOL	59
9	Inference in First-Order Logic	61
9.1	Propositional vs FOL inference	61
9.1.1	Reduction to Propositional Logic	61
9.2	Unification	62
9.2.1	Most General Unifier	62
9.2.2	Standardize apart	62
9.2.3	Generalized Modus Ponens	62
9.3	Forward Chaining	62
9.3.1	First-order definite clauses	64
9.3.2	Analyse	64
9.4	Backward chaining	64
9.4.1	Logic programming: Prolog	64
9.5	Résolutions	64
9.5.1	Skolemization	65
9.5.2	Resolution inference rule	65
9.5.3	Introducing answers	66
10	Inference in First-Order Logic	67
10.1	Propositional vs FOL inference	67
10.1.1	Reduction to Propositional Logic	67
10.2	Unification	68
10.2.1	Most General Unifier	68
10.2.2	Standardize apart	68
10.2.3	Generalized Modus Ponens	68
10.3	Forward Chaining	68
10.3.1	First-order definite clauses	70
10.3.2	Analyse	70
10.4	Backward chaining	70
10.4.1	Logic programming: Prolog	70
10.5	Résolutions	70
10.5.1	Skolemization	71
10.5.2	Resolution inference rule	71
10.5.3	Introducing answers	72
11	Automated Planning	73
11.1	Definition of classical planning	73

11.1.1	Représentation du State	74
11.1.2	Représentation des Actions	74
11.1.3	Représentation des Goals	75
11.2	Algorithms for classical planning	76
11.2.1	Complexité	76
11.2.2	Forward and backward search	76
11.2.3	Forward state-space search	76
11.2.4	Backward state-space Search	76
11.2.5	Planning as Boolean satisfiability	76
11.3	Heuristics for planning	77
11.3.1	Relaxed problem	77
11.3.2	Set covering Problem	77
11.3.3	Restricted precondition	77
11.3.4	Ignore-delete-list heuristic	77
11.3.5	Domain-independent pruning	77
12	Learning from exemples	78
12.1	Feedback	78
12.2	Supervised Learning	78
12.2.1	Classification VS. Regression	78
12.2.2	Ockam's Razor	79
12.3	Learning Decision Trees	79
12.4	Decision tree from exemple	80
12.5	The Decision-Tree-Learning Algorithm	81
12.6	Entropy	82
12.7	Leaning Curves	82
12.8	Ensemble learning	82
12.8.1	Bagging	83
12.8.2	Random Forest	83
12.8.3	Bootsing	83

1 Introduction

Plusieurs définitions pour l'IA, pas encore acceptées

C'est un "Umbrella Term" (représente un concept), c'est multidisciplinaire car souvent modifiée.

	Human	Rationality
Thinking	Systems that think like humans Cognitive modeling approach	Systems that think rationally The "Law of Thought" approach
Acting	Systems that act like humans The Turing Test approach	Systems that act rationally The rational agent approach

Une intelligence artificielle est un système qui peut :

- penser comme un humain ?
- agir comme un humain ?
- ...

1.1 Turing test

une IA est "réussie" si un humain pense que il parle avec un humain

2 2.1-2.3

2.1 Agents and environnements

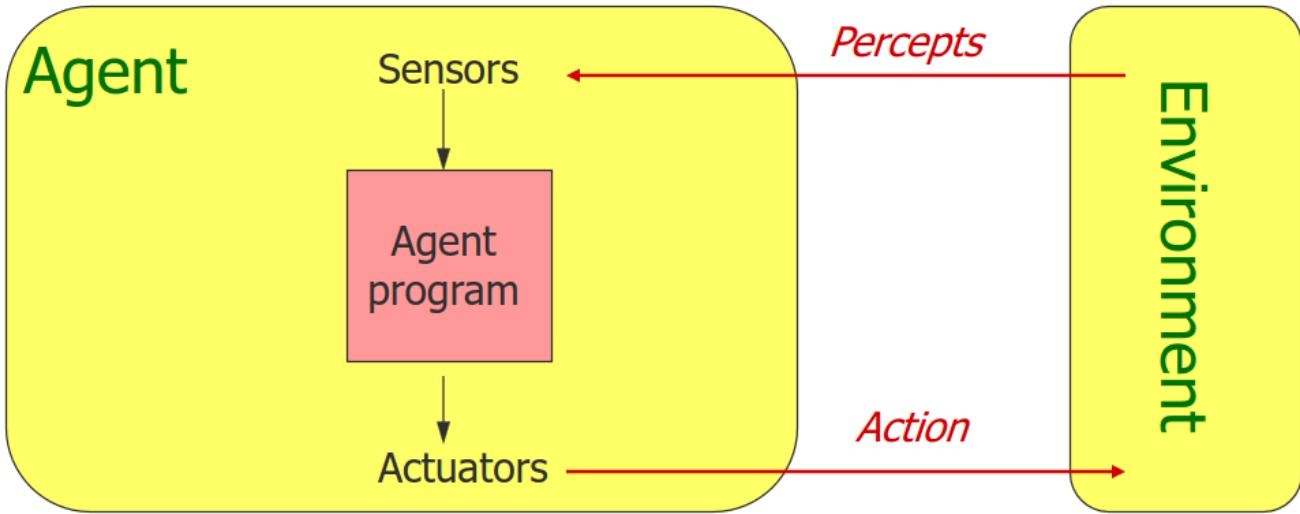


Figure 1: Agent

- **Agent** : Entité qui interagi avec son environnement, perception avec des sensors et action avec des actuators
- **Percept** : Perception de l'agent à un instant t
- **Percept sequence** : Historique complet des percept d'un agent

2.2 Concept of Rationality

Rationalité : "Faire la bonne action", l'action qui amène au meilleur résultat. Mais un ordinateur ne sait pas ce qu'est la bonne chose à faire. On va donc avoir besoin d'une **Performance measure** qui va calculer un score si l'action est bonne ou pas.

Agent rationnel : Pour chaque séquence d'action possible, un agent rationnel doit sélectionner une action qui maximise la **Performance measure**.

La rationalité d'une action dépend de :

1. Une **Performance measure** qui dépend des critères de succès
2. La connaissance préalable de l'environnement par l'agent
3. Les actions que l'agent peut faire
4. La séquence de perception actuelle de l'agent

Attention, **Rationality \neq Omniscience**

Agent omniscient : sait le réel résultat de ses actions

Agent autonome : apprend ce qu'il peut faire pour compenser ce qu'il ne sait pas faire. (machine learning)

2.3 Nature et environnements

Environnement de travail d'un agent est spécifique à (PEAS) Performance, Environment, Actuators, Sensors.

Agent Type	Performance Measure	Environment	Actuators	Sensors
Medical diagnosis system	Healthy patient, reduced costs	Patient, hospital, staff	Display of questions, tests, diagnoses, treatments, referrals	Keyboard entry of symptoms, findings, patient's answers
Satellite image	Correct image categorization	Downlink from orbiting satellite	Display of scene categorization	Color pixel arrays
Part-picking robot	Percentage of parts in correct bins	Conveyor belt with parts; bins	Jointed arm and hand	Camera, joint, angle sensors
Refinery controller	Purity, yield, safety	Refinery, operators	Valves, pumps, heaters, displays	Temperature, pressure, chemical sensors
Interactive English tutor	Student's score on test	Set of students, testing agency	Display of exercises, suggestions, corrections	Keyboard entry
Taxi driver	Safe, fast, legal, max profit	Roads, other traffic, customer, pedestrians	Accelerator, display, brake, signal	Cameras, sonar, speedometer, FPS,...

Figure 2: Exemple PEAS

Les propriétés sont les suivantes:

Fully observable vs. Partially observable : Toutes les informations pertinentes sont accessibles (échecs vs poker)

Single agent vs. Multiagent : il y a t'il plus que 1 agent, si oui c'est une compétition ou coopération ? (crossword puzzle vs chess)

Deterministic vs. Stochastic : (Chess vs.Poker)

- Le prochain état (state) de l'environnement dépend entièrement de l'action de l'agent.
- L'environnement pour l'agent est moins déterministe car il ne dispose pas de toutes les informations sur l'environnement.(Il ne peut pas déterminer avec précision l'état suivant à cause du hasard).

Episodic vs. Sequential : L'expérience de l'agent est divisée en épisodes atomiques indépendants les uns des autres.

Static vs. Dynamic : L'environnement peut changer quand l'agent est entrain de réfléchir.

Discrete vs. Continuous : Le nombre différent de state est fini et l'ensemble des actions est discret (chess vs. taxi driving)

Known vs. Unknown : le résultat de chaque action est donné. Ce n'est pas la même chose que d'être totalement observable, par exemple les jeux vidéo, on connaît toutes les informations via

l'écran mais on ne sait pas ce que fait le bouton.

Task Environment	Observable	Agents	Deterministic	Episodic	Static	Discrete
Crossword puzzle Chess with a clock	Fully	Single	Deterministic	Sequential	Static	Discrete
	Fully	Multi	Deterministic	Sequential	Semi	Discrete
Poker Backgammon	Partially	Multi	Stochastic	Sequential	Static	Discrete
	Fully	Multi	Stochastic	Sequential	Static	Discrete
Taxi driving Medical diagnosis	Partially	Multi	Stochastic	Sequential	Dynamic	Continuous
	Partially	Single	Stochastic	Sequential	Dynamic	Continuous
Image analysis Part-picking robot	Fully	Single	Deterministic	Episodic	Semi	Continuous
	Partially	Single	Stochastic	Episodic	Dynamic	Continuous
Refinery controller Interactive English tutor	Partially	Single	Stochastic	Sequential	Dynamic	Continuous
	Partially	Multi	Stochastic	Sequential	Dynamic	Discrete

3 Solving probleme by search

3.1 Structure d'un agent

Un agent est composé de 2 partie :

- **Architecture** : c'est les composants de l'ordinateur sur le quelle l'agent tourne
- **Programme** : Se sont les fonctions qui Map les perceptions en actions

Exemple d'un programme d'agent:

- Table de conduite de l'agent (**table driven**)
- **Successor** : Tous les states atteignable depuis le state actuelle
- **Path** : Séquence de states connecté par une sequence d'action
- **Operators** : Manière de modifier un state avec une action
- **Goals Test** : Fonction qui teste si un state est le résultat final
- **Step Cost** : Cout numérique de passer du state s avec l'action a pour passer au state s'
- **Path Cost** : Fonction qui donne un cout a chaque path
- **Solution** : Séquence d'action de l'initial state jusqu'au goal state
- **Optimal Solution** : Solution avec le path avec le plus petit cout parmi toutes les solutions
- **Node** : Data structure qui constitue les graph et arbre de recherche
- **Frontier** : Ensemble de Node générée au quelle les ancêtre on été Goal-tested (visited)
- *C'étais long mais bon fallait le faire*

3.2 Problem solving Agent

3.2.1 Definition Probleme

Un problème peut être définie avec :

1. States ou Initial State
2. Une description des actions possible et valide par l'agent
3. Une description de quoi chaque action fait (transition model)

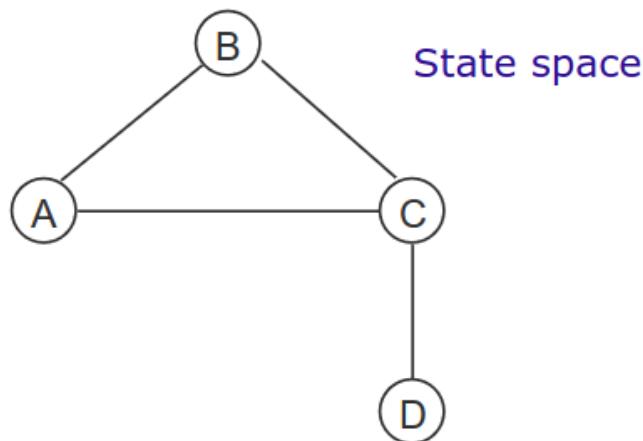
4. Un Goal test
5. Un Path cost qui utilise un step cost

3.2.2 Solution

Une solution est une séquence d'action qui commence du state initial et qui termine à un des goal state. La solution est optimal si elle a la plus petite path cost parmis toutes les solutions

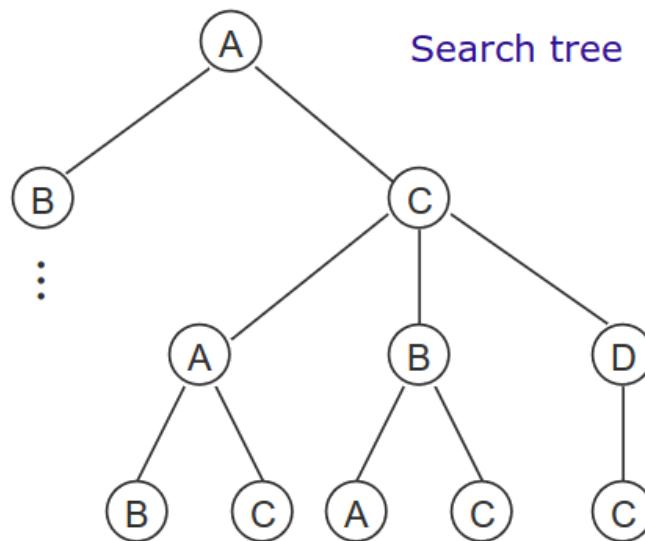
3.2.3 State space

Ensemble qui représente le problème avec les actions, les couts, ... (graph représentation). Possibilité d'un ensemble infini de states.



3.2.4 Search Tree

Représentation du problème sous la forme d'arbre, avec les path entre les states et les goals. multiple path. Et un seul path d'un node à la racine.



3.2.5 State and Nodes

- **State** représentation d'un configuration physique qui represente un state intermédiaire.
- **Node** data structure qui constitue le search tree

il peut y avoir plusieurs nodes avec le même state

3.2.6 Repeated States

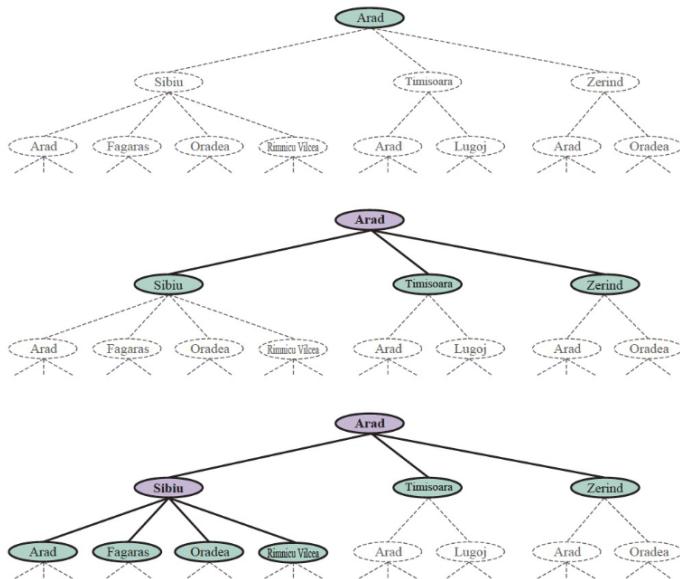
On va éviter de visiter des Nodes qui on déjà été visité avant, pour cela, on va utiliser la représentation en arbre (search tree) et on ne pas va *Expand* les nodes déjà visité.

3.3 Searching for Solutions

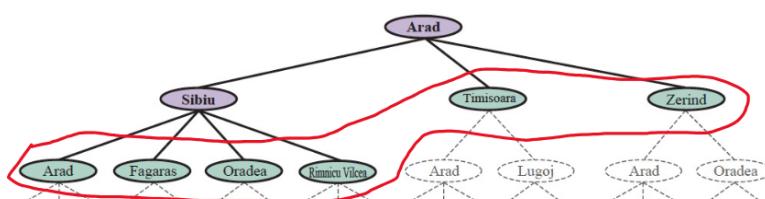
Trouver une solution est le fait de traverser un state space (graph ou tree) et du initial state au goal state avec un ensemble d'actions valide.

Expanding : appliquer chaque action légal au state actuel.

Example



Frontier : Ensemble des node non-Expanded au quelle les ancêtres on déjà été visité. La frontière peut être représenté grâce a une Data structure Queue (lol zizi), On peut utiliser un Priority, LIFO, FIFO, ...



3.3.1 Stratégies

Il y a 2 types de recherches:

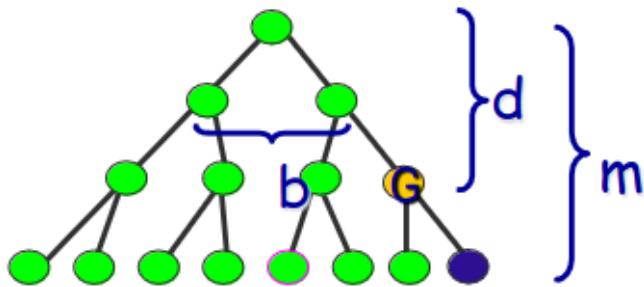
1. **uninformed search** où la seul information de l'agent est "suis-je le but final ?".
2. **informed search** où l'agent a les informations d'avant.

On peut évaluer ces recherche avec 4 critères:

- **Completeness** : l'agent trouve un solution s'il en existe au moins une.
- **Time complexity** : Souvent en terme du nombre de nodes générés/Expanded
- **Space complexity** : Nombre de node en mémoire
- **Optimality** : Trouve solution avec le cout minimal

On va utiliser 3 variables :

- **b** : Facteur de branchement maximal du Search tree
- **d** : Profondeur de la solution la moins couteuse
- **m** : Profondeur max de l'arbre (peut etre ∞)



3.4 Uninformed Search

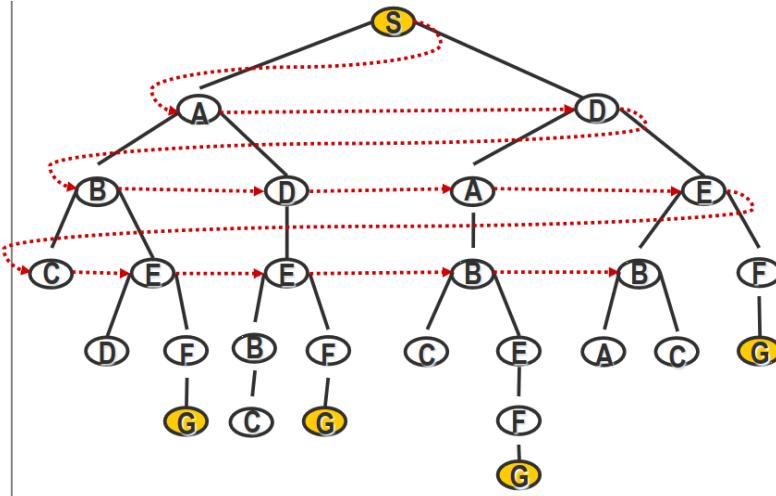
	BFS	UCS	DFS	DLS	IDS	BDS
	level by level	cheap path	last depth	limited depth	iterative depth	bi direct
Complete	if b finite	if $sp > 0$	NO	if $l \geq d$	YES	YES
Optimal	if $sc = 1$	YES	NO	if $l == d$	if $+= 1$	if $sc = 1$
Time	b^d	$b^{1+C/\epsilon}$	b^m	b^l	b^d	$b^{d/2}$
Space	b^d	$b^{1+C/\epsilon}$	bm	bl	bd	$b^{d/2}$
Frontier	FIFO	Priority	LIFO	LIFO	LIFO	FIFO

3.4.1 Breadth-First Search(BFS)

Le but est de vérifier par niveau de l'arbre. Problème la mémoire est vite remplie. On commence du root node et ensuite on passe au sub-nodes qui sont dans une FIFO Queue qui représente la frontière.

- **Complétude** : Oui

- Complexité temporelle : $\mathcal{O}(b^d)$ ¹
- Complexité spatiale : $\mathcal{O}(b^d)$
- Optimal : Oui si cout = 1 (pas souvent le cas)



```

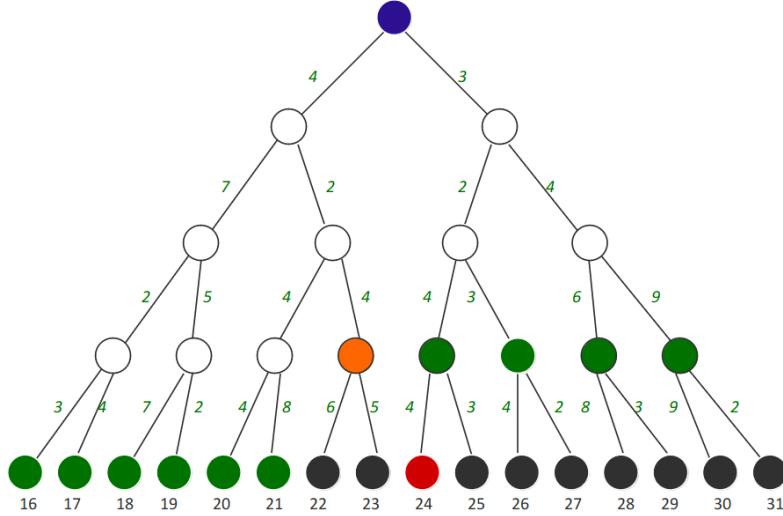
function BEST-FIRST-SEARCH(problem,f) returns a solution node or failure
  node  $\leftarrow$  NODE(STATE=problem.INITIAL)
  frontier  $\leftarrow$  a priority queue ordered by f, with node as an element
  reached  $\leftarrow$  a lookup table, with one entry with key problem.INITIAL and value node
  while not IS-EMPTY(frontier) do
    node  $\leftarrow$  POP(frontier)
    if problem.IS-GOAL(node.STATE) then return node
    for each child in EXPAND(problem, node) do
      s  $\leftarrow$  child.STATE
      if s is not in reached or child.PATH-COST < reached[s].PATH-COST then
        reached[s]  $\leftarrow$  child
        add child to frontier
  return failure

```

¹ $1 + b + b^2 + \dots + b^d$

3.4.2 Uniform-Cost search (UCS)

Comme le BFS sauf que le Node avec le cout le plus petit est exploré en premier. Il y a un cout pour passer d'un node à l'autre. La frontière est implémenté avec un Priority Queue. Fort semblable à Dijkstra.

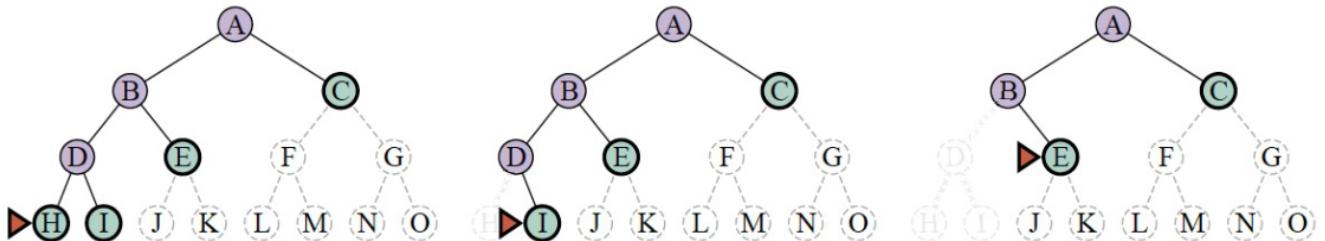


- **Completeness :** Si cout strictement positif ($\geq \epsilon \geq 0$)
- **Complexité temporelle :** Dure à dire
- **Complexité spatiale :** $\mathcal{O}(b^{C^*/\epsilon})$
- **Optimal :** Oui

3.4.3 Depth-first Search (DFS)

Concrètement, on visite toutes une branche de l'arbre jusqu'à arriver à la *Leaf*, si on ne trouve pas le goal on passe à la prochaine, etc. La Frontière est implémenté avec un Queue LIFO.

- **Complétude :** Non car peut avoir profondeur ($m \infty$)
- **Complexité temporelle :** $\mathcal{O}(b^m)$ mauvais si ($m > d$)
- **Complexité spatiale :** $\mathcal{O}(mb)$
- **Optimal :** Non

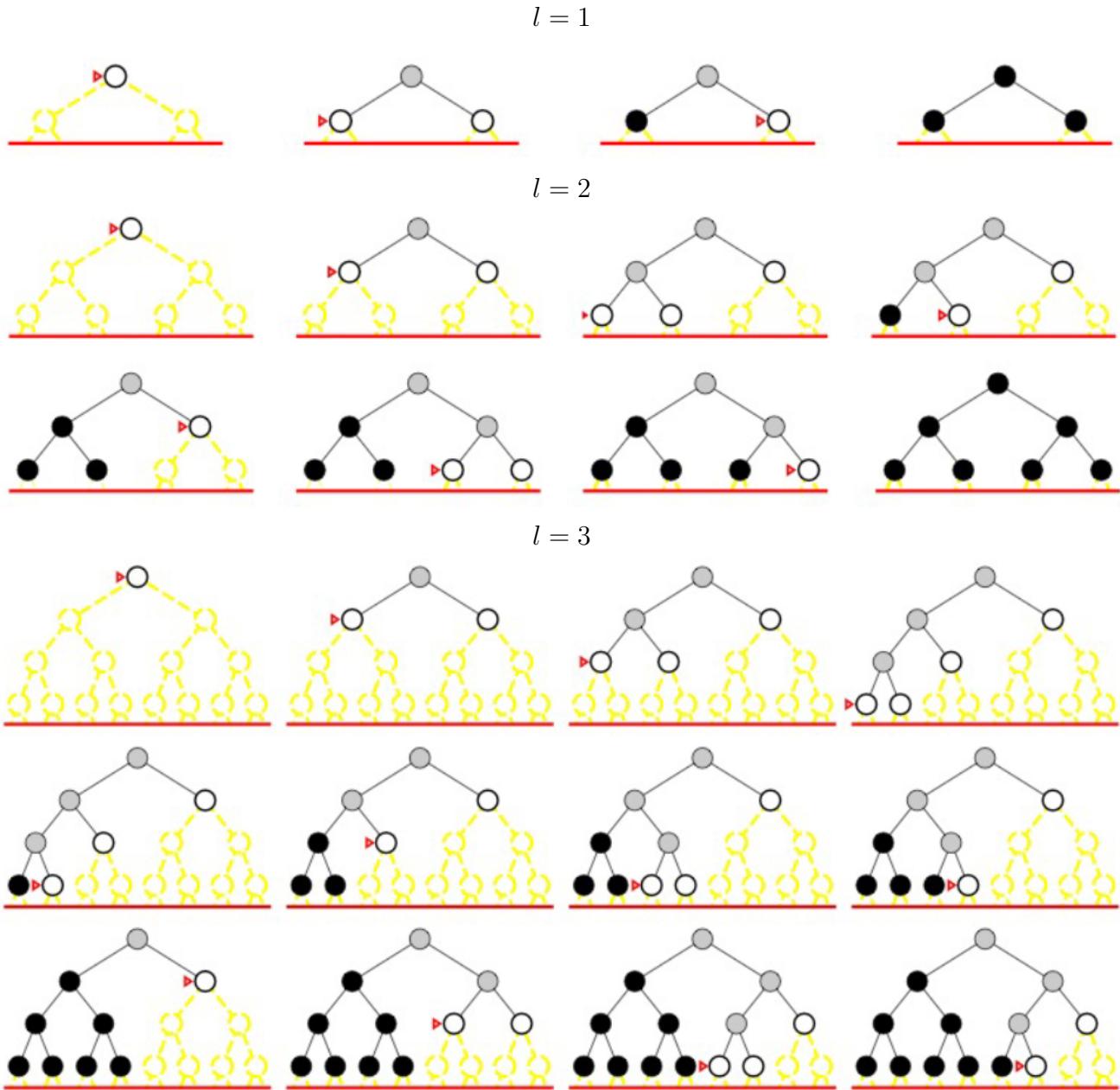


3.4.4 Depth-Limited Search

Pareil de DFS sauf que l'on met une limite de profondeur(depth) l .

3.4.5 Iterative Deepening

Pareil que DLS mais si $l < d$ alors on ne trouveras jamais de solutions, donc on va incrémenter petit à petit l



Plusieurs nœuds sont visité plusieurs fois, mais ce n'est pas très grave car il n'y en a pas beaucoup.

- **Complétude :** Oui
- **Complexité temporelle :** $\mathcal{O}(b^d)$
- **Complexité spatiale :** $\mathcal{O}(b^d)$
- **Complétude :** Oui si cout = 1

3.4.6 Bidirectional Search

On commence du root jusqu'au Goal et aussi du Goal jusqu'au root et on stoppe quand les 2 s'intersecte. Il y quelque difficulté.

- Prédécesseurs du goal doivent être générés (pas toujours possible)
- Search doit être coordonné entre les 2 recherches
- Problème si plusieurs Goal
- Tous les nodes doivent rester en mémoire
- **Complétude** : Oui
- **Complexité temporelle** : $\mathcal{O}(b^{d/2})$
- **Complexité spatiale** : $\mathcal{O}(b^{d/2})$
- **Optimal** : Oui si cout = 1

3.5 Informed Search

En utilisant des connaissances spécifiques au problème, trouver et/ou déduire des informations sur les States futurs et les paths futures.

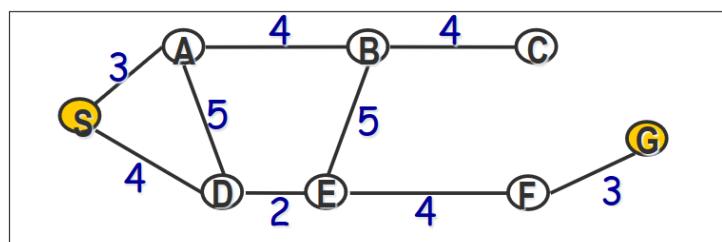
BFS est un algo de recherche où les nodes sont sélectionnés pour être Expand basé sur **une fonction d'évaluation** $f(n)$, cela donne un cout et on choisit le node avec le plus petit cout avec une Priority Queue.

Attention on calcule une évaluation et non pas la distance exacte

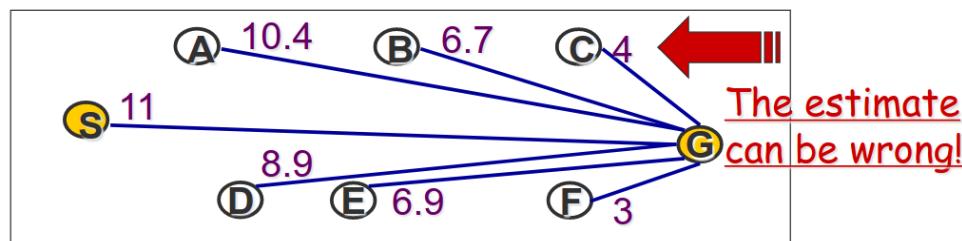
3.5.1 Heuristic Fonction

Noté $h(n)$ est une fonction qui estime le cout d'un node vers le goal. c'est une approximation car on ne connaît pas le cout exacte.

Finding a route on a road map



Define $h(n)$ = the straight-line distance from n to G



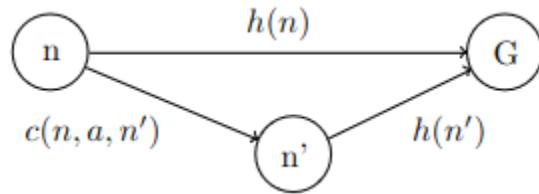
Il y a 3 types de fonction Heuristique :

- **Optimistic** : Admissible car elle pense que le cout pour résoudre le problème est inférieur au cout réel
- **Admissible** : Ne surestime jamais le cout pour atteindre le goal. Le cout qu'il estime est plus grand que le plus petit cout possible par rapport au node actuel. $h(n) = 0$ si c'est un Goal state.
- **Consistent** : L'estimation de un node n au goal est plus petit que le cout réel de n a un nouveau node n' avec l'action a plus l'estimation de n' au goal

$$h(n) \leq c(n, a, n') + h(n') \quad (1)$$

un consistent heuristi est admissible

3.5.2 Triangle inequality



Chaque coté du triangle ne peut pas être plus long que la somme des autres cotés.

- **$h(n)$** : Estime le cout entre n et G
- **$C(n,a,n')$** : cout pour aller en n' depuis n avec l'action a
- **$h(n')$** : cout estimé entre n' et G

3.5.3 Monotonicity

Si $h(n)$ est consistant alors $f(n)$ le long d'un path quelconque n'est pas décroissant. Supposons que n' est un successeur de n alors :

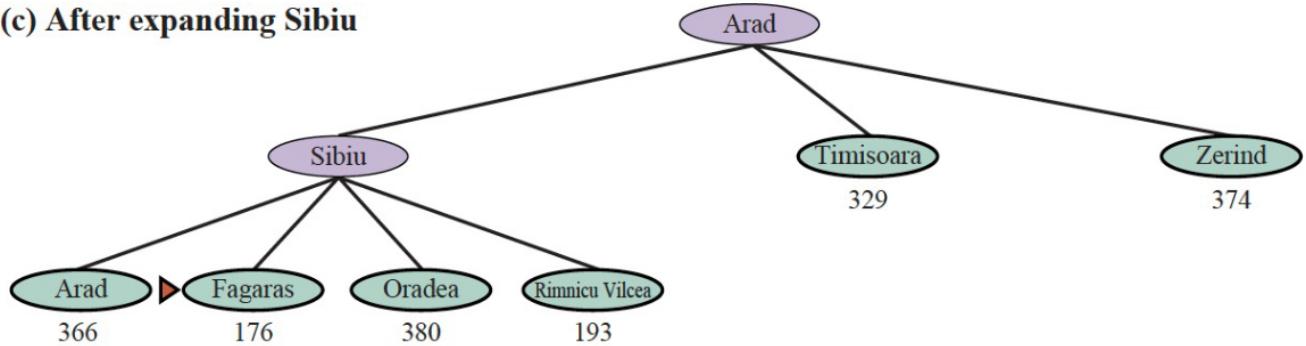
$$\begin{aligned} g(n') &= g(n) + c(n, a, n') \\ f(n') &= g(n') + h(n') \\ &= g(n) + c(n, a, n') + h(n') \\ c(n, a, n') + h(n') &\geq h(n) \\ g(n) + c(n, a, n') + h(n') &\geq g(n) + h(n) \\ &\geq f(n) \\ f(n') &\geq f(n) \end{aligned}$$

3.5.4 Greedy Best-First Search(GBFS)

Tente d'étendre le node qui est le plus proche du Goal. Donc ici, $f(n) = h(n)$

- **Complétude** : Non, profondeur peut etre infinie
- **Complexité temporelle** : $\mathcal{O}(b^m)$
- **Complexité spatiale** : $\mathcal{O}(b^m)$
- **Optimal** : Non

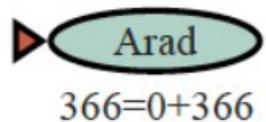
(c) After expanding Sibiu



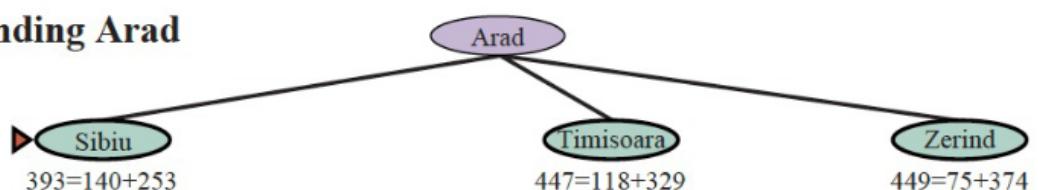
3.5.5 A*

Fusion de GBFS et Uniform cost. Minimise le cout total estimé de la solution

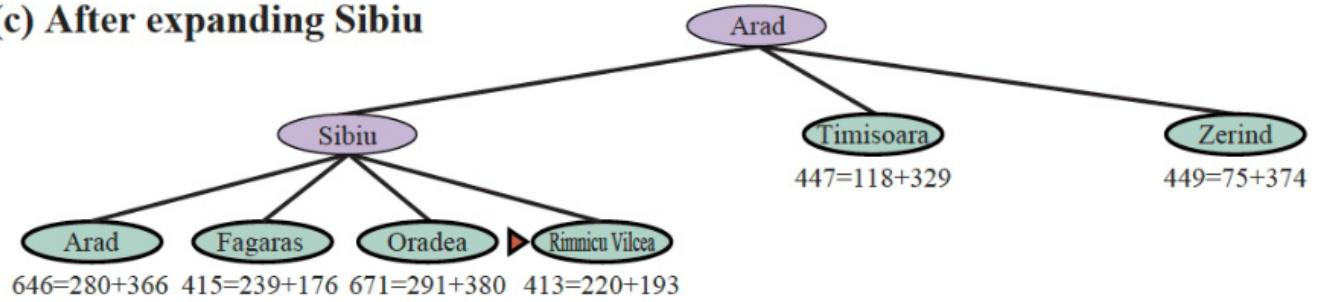
(a) The initial state



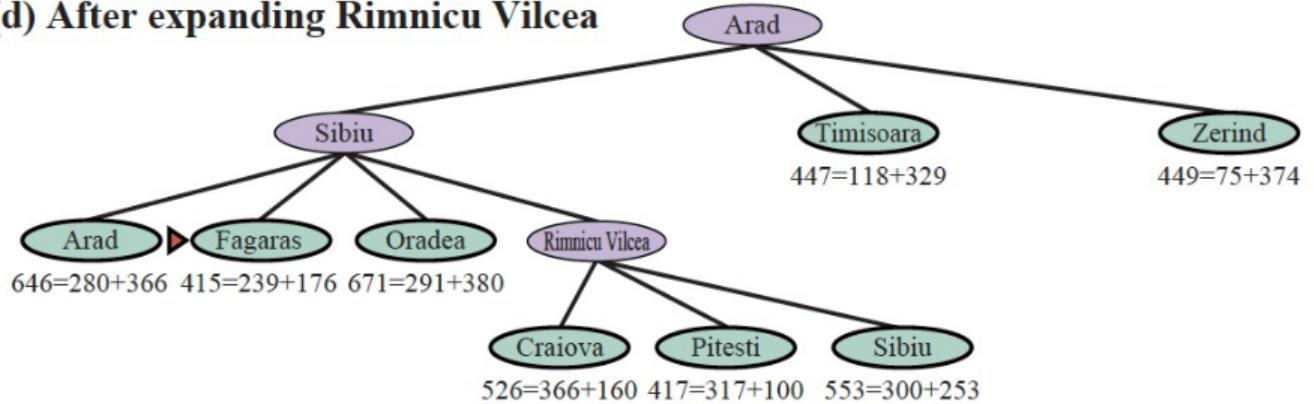
(b) After expanding Arad



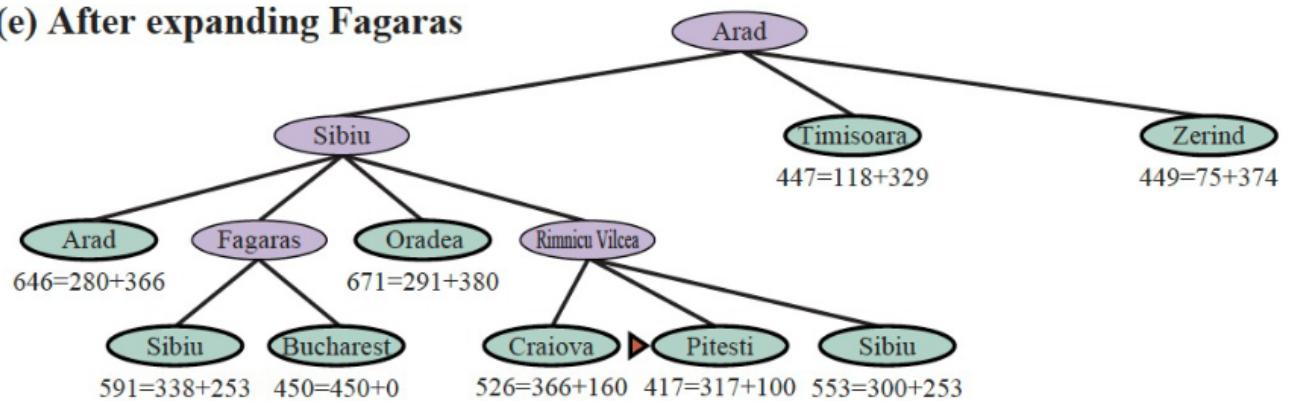
(c) After expanding Sibiu



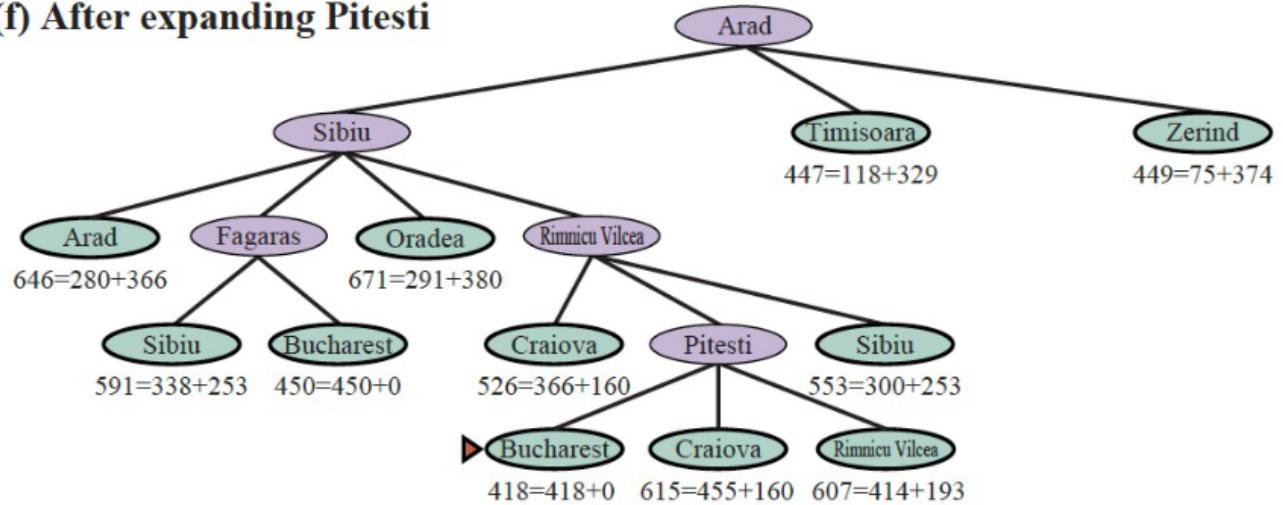
(d) After expanding Rimnicu Vilcea



(e) After expanding Fagaras



(f) After expanding Pitesti



$$f(n) = g(n) + h(n) \quad (2)$$

Avec $g(n)$ le cout du chemin du state initial au node n et $h(n)$ l'heuristique qui approxime le cout du chemin du node n vers le goal.

$g(n)$ est donc un valeur calculé alors que $h(n)$ n'est qu'une approximation.

$h(n)$ ne doit pas surestimer le cout vers le goal

On peut prouver que si A* est optimal si $h(n)$ est admissible.

Preuve :

- Une solutions est chemin initial \rightarrow goal
- On pose C^* le chemin a cout minimal
- On doit montrer que A^* ne retrouve pas une chemin suboptimal (une solutions mais pas avec le chemin le plus court)

• Partie 1

- G est un goal suboptimal de la frontière
- path cost $g(G) = C$ avec $C > C^*$
- $h(G) = 0$
- $f(G) = g(G) = C > C^* \Leftrightarrow f(G) > C^*$

• Partie 2

- n est un node sur le chemin optimal
- $f(n) = g(n) + h(n)$
- $f(n) \leq C^*$

• Partie 3

- $f(n) \leq C^* < f(G)$
- Node G ne sera jamais choisis \Rightarrow CQFD

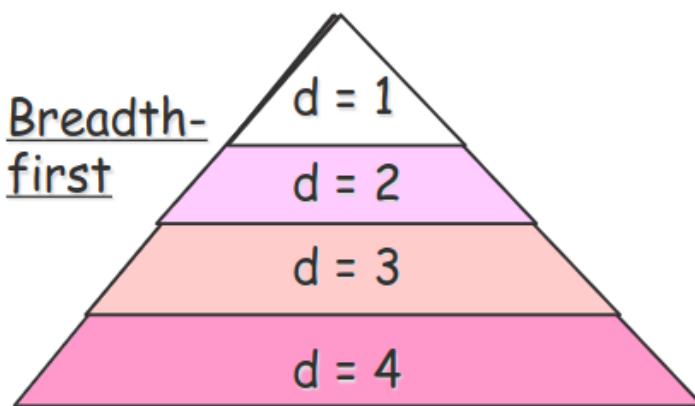
Monotonie de $f(n)$

- Avec $h(n)$ consistent, alors $f(n)$ le long de n'importe quel chemin est non décroissant (**Monotonie**)
 - On suppose n' successeur de n
 - * $g(n') = g(n) + c(n, a, n')$
 - * $f(n') = g(n') + h(n') = g(n) + c(n, a, n') + h(n')$
 - * Par la consistance, $h(n) \leq c(n, a, n') + h(n')$
 - * $f(n') \geq g(n) + h(n) = f(n)$
 - * $f(n') \geq f(n)$

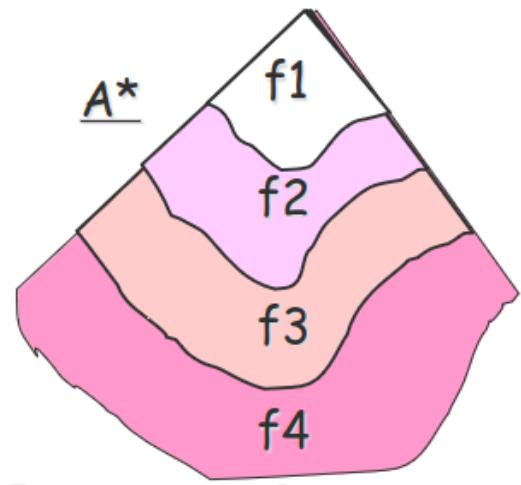
Search Contours

un **Contour** c'est un groupe de node avec $f(n)$ à une certaine valeur

Le problème de mémoire de A^* est à cause que il s'étend de la même manière qu'un BFS qui s'étend par couche et A^* par f-contours.



Expand by depth-layers



Expands by f-contours

A^* étant donc tous les nodes $f(n) < C^*$ et il étend au moins un node du contour C^* avant de trouver le goal.

A^* est "optimalement efficace" en utilisant le graph search car il étend le moins de node

Propriétés

- **Complétude** : Oui
- **Complexité temporelle** : $\mathcal{O}(b^d)$
- **Complexité spatiale** : $\mathcal{O}(b^d)$

- **Optimal** : Oui

Pour réduire le nombre de nodes visité, on peut choisir de pas choisir le node le plus optimal et prendre un suboptimal en utilisant un heuristique pas admissible.

On peut aussi faire en sorte d'utiliser toutes la mémoire disponible et si on est plein, on décide de retirer les nodes "inutile".

3.5.6 Weighted A*

$$f(n) = g(n) + w \cdot h(n) \text{ (avec } w > 1\text{)} \quad (3)$$

La solution est garantie d'etre dans un interval constant de facteur w de la solution optimal

A^*	$g(n) + h(n)$	$w = 1$
Unifirm-cost	$g(n)$	$w = 0$
Greedy best-first	$h(n)$	$w = \infty$
Weighted A^*	$g(n) + w \cdot h(n)$	$1 < w < \infty$

3.5.7 Iterative deepening A*

A^* avec une limite de depth l qui est incrémenté itérativement.

IDA* expand seulement les nodes avec $f\text{-cost}() \leq$ que les nodes non expand a la dernière itérations.

Ce n'est pas efficace quand le nombre des $f\text{-cost}()$ sont élevés.

Propriétés :

- **Complet** : Oui
- **Time complexity** : exponentiel
- **Space complexity** : Linéaire
- **Optimal et $h()$ consistent**
- **Efficace si absence de monotonicité**

3.5.8 Recursive Best-First Search

DFS combiné avec une meilleur alternative :

- Garde en mémoire les options en marge
- Dès que current depth first exploration devient trop couteux, change en

3.5.9 Simple Memory-Bounded A* (SMA*)

A^* classique et on utilise toutes la mémoire disponible, déq que il y a plus de place, on retire celui avec la pire f-value pour mettre le nouveau

Regénère un arbre de décision seulement quand nécessaire.

- **Complete**: oui si asser de mémoire pour le plus cour chemin
- **Optimal** : Oui si asser de place en mémoire pour stocker le path de la meilleur solutions

- **Complexité temporelle** : Meme que A*
- **Space complexity** : utilise ce qui est disponible

Souvent meilleur que A* et IDA* car bon compromis entre temps et espace

3.6 Heuristic en pratique

3.6.1 Comparer 2 heuristique

On compare le nombre total de node généré N

On compare les arbres de recherches (effective branching factor b^*)

- On réarrange les arbres en les rendent complet pour les rendre comparables
- b^* d'un arbre de depth d contient $N+1$ nodes

Le meilleur heuristique est toujours le mieux informé

h_2 sera toujour meilleur que h_1 temps que :

- $\forall n \in \text{nodes} : h_2(n) \geq h_1(n)$
- h_2 domine h_1

3.6.2 Desing d'heuristique admissible

Un technique est de simplifier le problème en retirant des restrictions sur les actions.

Le cout de la solutions de ce problème simplifié est toujours une heuristique admissible du probleme original.

4 Local Search

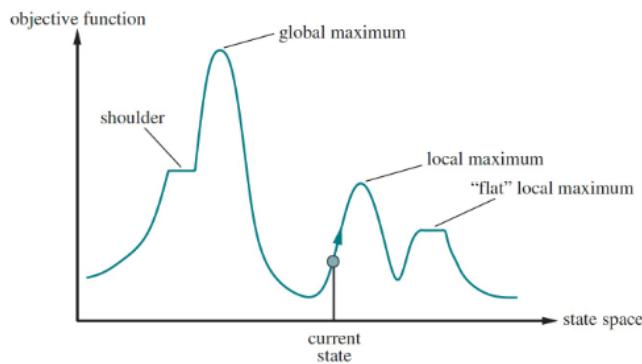
On ne s'occupe pas du path dans cette partie, notre but est d'avoir le Goal

- Utilise peu de mémoire
- Peut trouver des solutions dans une infinité de recherche
- Trouve des solutions raisonnables (pas optimal)

On améliore itérativement la solution actuelle. La prochaine solution est dans le voisinage (**neighborhood**) de la solution actuelle.

4.1 Optimisation problème

On a une **Fonction objective** que on peut maximiser ou minimiser. On veut trouver le Max/Min Global (par ex: distance, nb de queens sur le plateau ...). Le problème sont les Max/Min locaux et on peut rester coincé dessus.



4.2 Neighbourhood

Size

Si on décide de choisir un grand *voisinage*, on va avoir des paths plus petits pour la solution, mais on va avoir besoin de plus de temps pour parcourir toutes les possibilités. Il faut trouver un juste milieu entre longueur des paths et temps d'explorations

Connectivity

Pour chaque solution, il y a un path à une solution optimale. Cela a 2 avantages :

- Pas besoin de recommencer la stratégie (on ne bloque jamais)
- Nécessaire pour la propriété de convergence

Contraintes

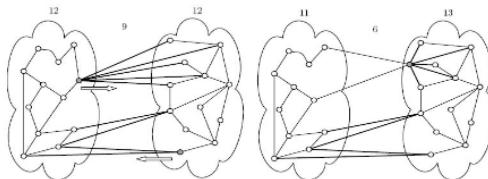
Il y a 2 approches possibles pour combiner faisabilité avec requièremment optimal

- Approche 1
 - Maintenir la faisabilité à tout moment
 - Explorer seulement les solutions faisables

- Approche 2
 - Ne pas maintenir la faisabilité à tout moment ; assouplir un sous-ensemble de contraintes
 - Explorer un plus grand *Search Space*
 - Conduire à chercher des solutions faisable et de qualités

Un exemple car c'est un peu trop théorique : Graph partitioning S

- Balanced property not maintained
 - $N'(V_1, V_2) = \{ (V_1 \setminus \{a\}, V_2 \cup \{a\}) \mid a \in V_1 \}$
 $\cup \{ (V_1 \cup \{a\}, V_2 \setminus \{a\}) \mid a \in V_1 \}$



- Objective function combines optimality and feasibility:
e.g.
 - $f(V_1, V_2) = \alpha \# \{(v, w) \in E \mid v \in V_1 \wedge w \in V_2\} + \beta (\#V_1 - n/2)^2$

4.3 Heuristic et Metaheuristics

Heuristics Se concentre sur choisir la prochaine solution et conduire la recherche avec des optimum local basé sur l'information locale (solutions actuelle et le neighbourhood). utilise peu de mémoire

Metaheuristics Tente d'échapper les optimum locaux pour trouver le global optimum basé sur la collecte d'information avec les exécutions faites avant. Prend plus de mémoire car learning derrière.

Systematic heuristics Exploration (partiellement possible) du voisinage pour déterminer solution suivante.

4.4 Hill Climb Algo

```

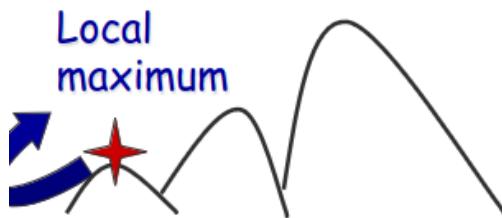
function HILL-CLIMBING(problem) returns a state that is a local maximum
  current  $\leftarrow$  problem.INITIAL
  while true do
    neighbor  $\leftarrow$  a highest-valued successor state of current
    if VALUE(neighbor)  $\leq$  VALUE(current) then return current
    current  $\leftarrow$  neighbor
  
```

On choisit un état de départ, et on avance dans la direction des valeurs qui augmentent et on stop l'itération quand on ne peut plus aller plus loin. Cette algo va rapidement à la meilleure solution mais à plusieurs problèmes :

- S'arrête si c'est un Max/Min local
- Si on a un plateau, l'algorithme se stop (on peut mettre une limite d'itération si on tombe dessus)
- Si on a une séquence de Max/Min locaux alors on a du mal à naviguer

Hill climb dépend énormément de la forme du state space et vu que il ne fera jamais de down-hill, si il tombe sur un maxLocal il reste bloqué

Foothills:



4.4.1 Variantes

Il existe plusieurs variantes:

- **Stochastic hill climbing** : Choisis en mode random parmi les mouvements qui monte
- **First-choice hill climbing** : On choisit le premier bon successeur que l'on trouve, pratique si le nombre de successeur est large
- **Random restart** : On commence de plusieurs points random
- **Random Walk** : On sélectionne en mode random un élément du neighbourhood et on décide si on doit l'accepter comme la prochaine solution. Il y a plusieurs approches possibles :
 - Amélioration aléatoire
 - Heuristique de Metropolis : accepter de dégrader la solution

4.5 Simulated annealing

Algorithme qui combine Hill climb, un scheduler et un metropolis step.

- Toujours avance en montant (uphill) si possible

- Parfois aller en descendant (downhill)

On commence avec beaucoup de random et on reduit graduellement l'intensité du random dans l'algo (Analogie avec la métallurgie qui chauffe du fer et le laisse refroidir lentement)

Opérations :

1. Toujours aller uphill si possible
2. parfois (random) aller downhill (quand la température est haute faut laisser redescendre)
3. C'est assurée d'être optimal si réduction lente.

```

function SIMULATED-ANNEALING( problem, schedule) returns a solution state
  inputs : problem, a problem
            schedule, a mapping from time to temperature
  local variables : current, a node
                      next, a node
                      T, a temperature controlling the probability of downward steps
  current := MAKE-NODE( INITIAL-STATE[problem] )
  for t := 1 to infinity
    T := SCHEDULE [t]
    if T = 0 then return current
    next := a randomly selected successor of current
     $\Delta E$  := VALUE[next] - VALUE[current]
    if  $\Delta E > 0$  then current := next
    else current := next only with probability  $e^{\Delta E/T}$  (Metropolis step)

```

4.6 Local Beam Search

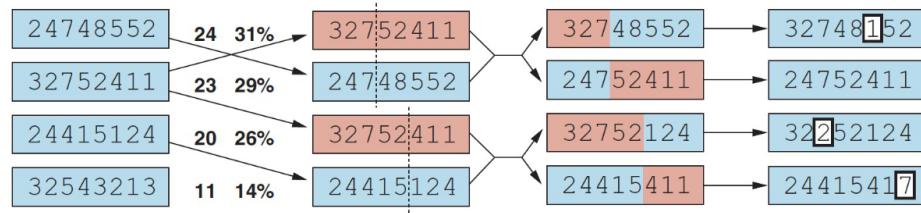
Mélange de hillclimb et annealing en gardant un seul state en mémoire. L'idée est de :

1. garder k states en mémoire
2. chaque step, générer tous les successeurs des k states
3. On stop si un state est un goal
4. Sinon, on sélectionne les k meilleurs successeurs de la liste complète de tous les successeurs

L'algo souffre d'un manque de diversité car les states convergent rapidement vers la régions

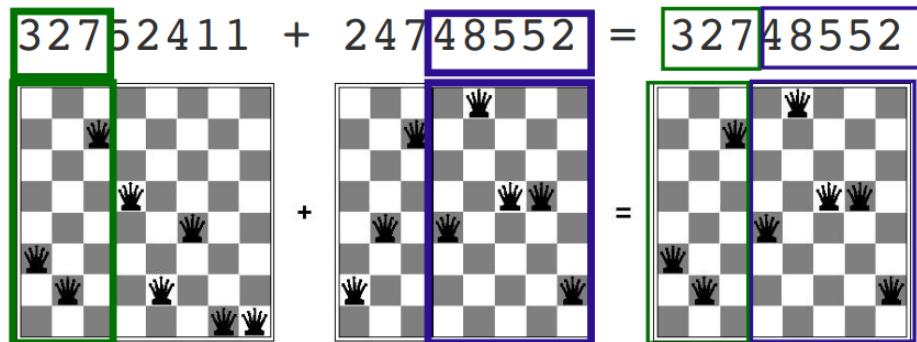
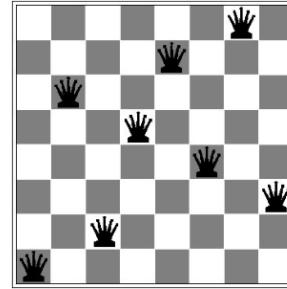
4.7 Genetic Algorithms (GAs)

Basée sur la théorie de l'évolution (woké en panique). On commence avec k supposition de début (populations), chaque individus de la population a un string de longueur fixe qui représente son gène. On produit la prochaine génération en **reproduisant** les individus de la populations en ajoutants quelque random mutations. Chaque individus possède un score de fitness



Exemple 8-queens:

16257483



- Individuals with a high fitness have a higher chance to contribute to the next generation (reproduction)

Les mutations randoms peuvent amener à une bonne situation et permet d'explorer de nouvelles parties du search space

```

function GENETIC-ALGORITHM(population, fitness) returns an individual
  repeat
    weights  $\leftarrow$  WEIGHTED-BY(population, fitness)
    population2  $\leftarrow$  empty list
    for i = 1 to SIZE(population) do
      parent1, parent2  $\leftarrow$  WEIGHTED-RANDOM-CHOICES(population, weights, 2)
      child  $\leftarrow$  REPRODUCE(parent1, parent2)
      if (small random probability) then child  $\leftarrow$  MUTATE(child)
      add child to population2
    population  $\leftarrow$  population2
  until some individual is fit enough, or enough time has elapsed
  return the best individual in population, according to fitness

function REPRODUCE(parent1, parent2) returns an individual
  n  $\leftarrow$  LENGTH(parent1)
  c  $\leftarrow$  random number from 1 to n
  return APPEND(SUBSTRING(parent1, 1, c), SUBSTRING(parent2, c + 1, n))

```

un probleme avec cet algo est que le crossover est pas applicable a tous les problèmes.

4.8 Tabu search Metaheuristics

Sélectionne le meilleur voisin **qui a pas encore été visité**. Un problème est que c'est difficile de garder la trace de tous les nodes déjà visités. Un solutions est de garder en mémoire un suffixe de la séquence de node visité.

4.9 Intensification vs. Diversification

	Intensification	Diversification
Goal	Accroître la recherche dans les domaines prometteurs	Explorer de nouveaux endroit
Risk	Convergence prématuée (Max/Min Local)	Convergence vers l'optimal peut prendre du temps
Mean	Favorise les bonne solutions	Choix probabiliste des solutions

4.10 Other Local Search

- Variable Neighborhood Search
- Guided Local Search
- Adaptive Local Search
- Ant Colony Optimization
- Statistic Local Search ²

²voir slides

5 Constraint Satisfaction Problem (CSP)

Le but est de créer un algo de recherche indépendant du type de problème

On définit le problème en 3 composants :

- **X** : ensemble des variables X_1, X_2, \dots, X_n
- **D** : ensemble des domaines D_1, D_2, \dots, D_n , un pour chaque variable
- **C** : ensemble des contraintes qui spécifie les combinaisons de valeur possible

Les éléments de **C** consiste en une paire $\langle Scope, rel \rangle$ où *scope* est un tuple de toutes les variables impliquées et *rel* leurs relations

Une solution consiste en une affectation qui ne viole aucune contrainte

Exemple avec les 8-queens car trop dur à comprendre : On veut placer 8 reines sur un échiquier de sorte à ce que elles ne puissent pas se chevaucher.

On a donc nos variables X_i qui sont les positions (colonnes) de la reine dans la ligne i ($1 \leq i \leq 8$)³

Notre domaine de X_i est alors $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

Nos contraintes sont que

- 2 reines ne peuvent pas être sur la même colonne ($X_i \neq X_j$)
- 2 reines ne peuvent pas être sur la même diagonale ($|X_i - X_j| \neq |i - j|$)

On a donc 8 variables avec 84 contraintes (je vais pas les lister va voir les slides)

On peut représenter cela sous la forme d'un graph où les nœuds représentent les variables et les arêtes les contraintes

Il y a différents types de CSP qui dépendent du domaine :

- Discret et domaine fini
- Discret et domaine infini
- Continus et domaine infini

Il y a aussi différentes types de contrainte :

- Contrainte Unary : sur seulement une variable ($SA \neq Green$ cf exemple Color mapping Australie slide)
- Contrainte binaire : Sur 2 variables ($x + y \leq 12$)
- Contrainte High-order : Sur plusieurs variables (peuvent être transformées en binaires avec des variables additionnelles)

Ici on considère seulement les CSP avec contrainte binaire

³On sait que il ne peut y avoir que 1 seule reine par ligne et colonne car sinon elles se chevaucheraient, on est donc obligé d'utiliser toutes les lignes et colonnes par une seule reine

5.1 Incremental formulation

- le **Init state** est une affectation vide
- La **fonction de succession** assigne une valeur à une variable non assignée si aucune contrainte est violé
- Le **Goal test** vérifie si l'affectation actuelle est complète
- Le **Path cost** Valeur constante pour chaque étapes qui indique le coup/profondeur du path

Quand une variable est assignée, on propage ça aux autres variables et on réduit le search space ⁴

5.2 Forward checking

Quand on assigne v à x :

- On vérifie chaque variable non-assignée y connectée à x (par contrainte binaire)
- On retire du domaine de y les valeurs impossibles

5.3 Contrainte de propagation

Le but est de réduire le plus possible le search space et trouver un CSP équivalent à l'original mais avec un domaine plus petit

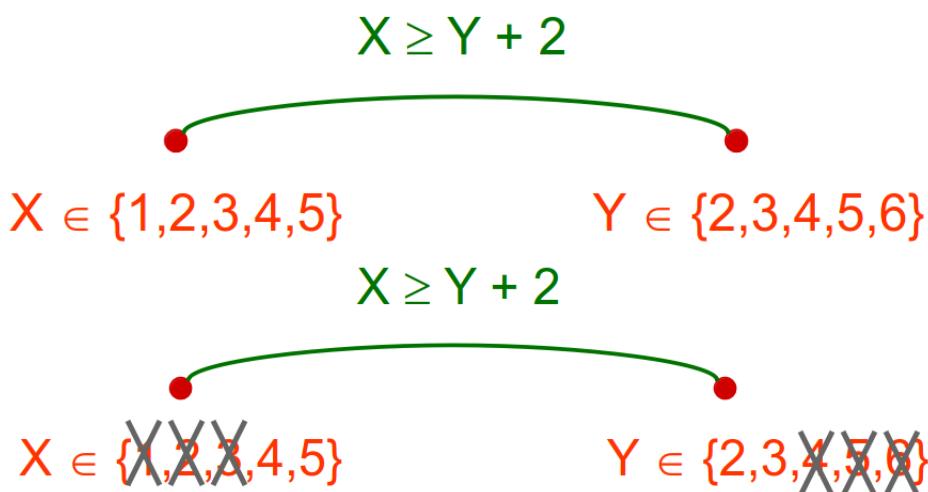
Il y a 2 méthodes pour réduire le domaine en considérant les contraintes comme **Locale**

5.3.1 Arc consistency

on considère des contraintes entre 2 variables

X_i est un arc consistant de X_j si pour toutes les valeurs dans D_j il y a une valeur dans D_i qui satisfait la contrainte binaire (X_i, X_j)

$$X, Y \in \{0, 1, \dots, 9\}, X = Y^2 \rightarrow X \in \{0, 1, 2, 3\} \wedge Y \in \{0, 1, 4, 9\} \quad (4)$$



⁴Voir exemple slide 22-27 Chap 5

Un contrainte $C(x, y)$ est consistente d'arc si pour toute valeurs dans le domaine de x il y a une valeur dans le domaine d' y qui satisfait $C(x, y)$

5.3.2 Arc-consistency algorithm

```

function AC-3(csp) returns false if an inconsistency is found and true otherwise
  queue  $\leftarrow$  a queue of arcs, initially all the arcs in csp

  while queue is not empty do
     $(X_i, X_j) \leftarrow \text{POP}(\text{queue})$ 
    if REVISE(csp,  $X_i$ ,  $X_j$ ) then
      if size of  $D_i = 0$  then return false
      for each  $X_k$  in  $X_i.\text{NEIGHBORS} - \{X_j\}$  do
        add  $(X_k, X_i)$  to queue
    return true

function REVISE(csp,  $X_i$ ,  $X_j$ ) returns true iff we revise the domain of  $X_i$ 
  revised  $\leftarrow$  false
  for each  $x$  in  $D_i$  do
    if no value  $y$  in  $D_j$  allows  $(x, y)$  to satisfy the constraint between  $X_i$  and  $X_j$  then
      delete  $x$  from  $D_i$ 
      revised  $\leftarrow$  true
  return revised

```

Avec une complexité de $\mathcal{O}(n^2d^3)$

un peu d'explication :

1. on commence un queue avec un arc initial
2. temps que il y a (X_i, X_j) dans la queue
3. si *REVISITE*
4. alors pour tous les valeurs voisine de X_i sans compter X_j , on ajoute (X_k, X_i) dans la queue

REVISITE supprime toutes les valeurs dans X_i tels que elles ne satisfont pas les contrainte entre X_i et X_j .

5.3.3 Bound consistency :

Une forme plus faible de *Arc consistency*. On considère seulement les limites du domaine, donc on retire toujours les valeurs sur les limites et jamais au milieu

5.3.4 Global consistency :

Pour les contraintes spéciales, c'est géré avec un "ad hoc specialized method". pour un nombre arbitraire de variable

5.4 Backtracking Search for CSPs

L'arbre de recherche a une profondeur de n (nombre de variables) et le nombre de state possible est $\mathcal{O}(d^n)$ avec d la taille du domaine.

La taille de l'arbre est de $\mathcal{O}(n!d^n)$ en raison que le premier niveau est $n.d$, le deuxième $(n-1).d$ etc.

CSP search algo doit seulement considérer une seule variable pour le successeur à chaque node car avec la **commutativité** quand on assigne une valeur à une variable, nous obtenons la même affectation partielle quel que soit l'ordre

5.4.1 Backtracking search

c'est une recherche par DFS qui choisit une valeur pour une variable et qui revient en arrière quand une variable plus de valeur qui ne viole pas les contraintes disponibles

Backtracking search

```

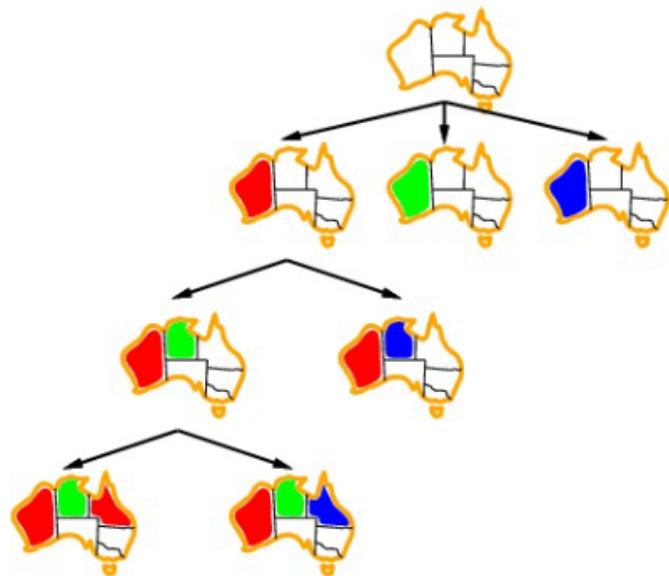
function BACKTRACKING-SEARCH(csp) returns a solution or failure
    return BACKTRACK(csp, {})

function BACKTRACK(csp, assignment) returns a solution or failure
    if assignment is complete then return assignment
    var  $\leftarrow$  SELECT-UNASSIGNED-VARIABLE(csp, assignment)
    for each value in ORDER-DOMAIN-VALUES(csp, var, assignment) do
        if value is consistent with assignment then
            add {var = value} to assignment
            inferences  $\leftarrow$  INFERENCE(csp, var, assignment)
            if inferences  $\neq$  failure then
                add inferences to csp
                result  $\leftarrow$  BACKTRACK(csp, assignment)
                if result  $\neq$  failure then return result
                remove inferences from csp
                remove {var = value} from assignment
        return failure
    
```

5.4.2 Variable ordering

On va optimiser le fait de choisir des variables et des valeurs tous afin de réduire la recherche

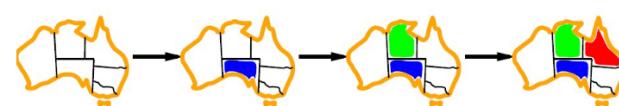
- Minimum Remaining Value (MRV) : on choisit la variable avec le moins de valeur légale
- Degree heuristic : on choisit la variable qui entraîne le plus grand nombre de contraintes (réduit le facteur de branchement)



- Minimum Remaining Value



- Most constrained variable



5.4.3 Interleaving search and inference

On veut réduire le *Search Space* pour être plus efficace. Lorsque nous choisissons une valeur pour une variable, nous avons une toute nouvelle possibilité de déduire de nouvelles réductions de domaine sur les variables voisines.

Forward checking : Quand X est attribué à v :

- On regarde à chaque variables T non assignées qui sont connectées à X
- Retirer du domaine Y la valeur incompatible avec la valeur choisie pour X .

5.4.4 Intelligent Backtracking

Au lieu de faire un bon en arrière quand on arrive bloquer, on back up à la variables responsable du problème (calculable avec forward checking) On garde un **conflict set** qui garde pour chaque valeur garde l'assignation qui est en conflit avec la valeur.

5.5 Local Search for CSP

5.5.1 Complete state formulation

- **Initial state** : une valeur à chaque variables
- **Succesor function** : change la valeur d'une variables
- **Goal test** : check si assignement actuelle est consistant et complet
- **Path cost** : Valeur constante par étapes

Quand on choisit une valeur pour les variables, on choisit avec le minimums de conflit possible

5.5.2 Min Conflict

```
function MIN-CONFLICTS(csp, max_steps) returns a solution or failure
    inputs: csp, a constraint satisfaction problem
            max_steps, the number of steps allowed before giving up

    current ← an initial complete assignment for csp
    for i = 1 to max_steps do
        if current is a solution for csp then return current
        var ← a randomly chosen conflicted variable from csp.VARIABLES
        value ← the value v for var that minimizes CONFLICTS(csp, var, v, current)
        set var = value in current
    return failure
```

6 Adversarial Search and Games

6.1 Game

Un environnement multiagent peut etre vu comme un jeu et donc un problème résolut par recherche.

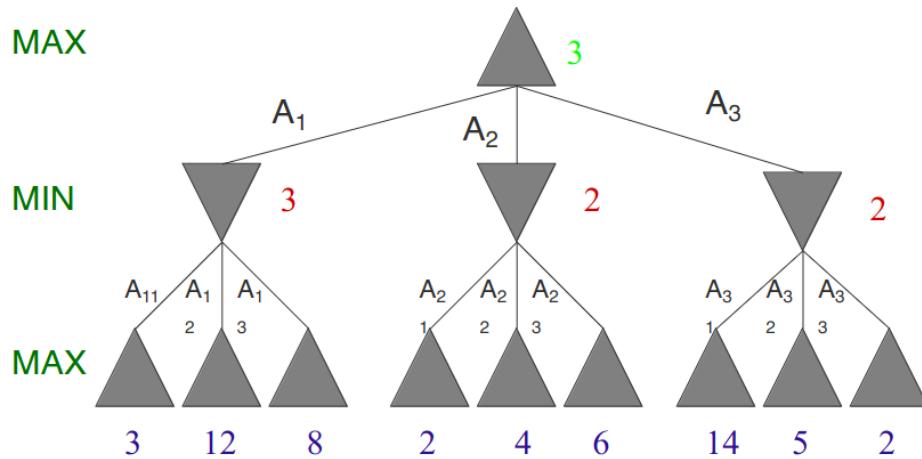
On va parler de **Zero-sum** qui veut dire que si un mouvement avantage un joueur alors il n'avantages pas l'autre joueur. le jeux possède un seul gagnant et un seul perdant, pas de neutre ou 2 gagnants ou 2 perdants.

Un jeux est défini par :

- **Initial state** : S_0 positions de début du jeu
- **To-Move(s)** : Le joueur qui doit jouer au state s
- **Actions(s)** : ensemble des mouvement légaux qu'il a fait en state s
- **Result(s,a)** : modèle de transition, state final après actions a sur le state s
- **Is-Terminal(s)** : test terminal du state s , si la partie est finie
- **Utility(s,p)** : valeur numérique du résultat du jeux en au state s pour le player p

Initial states, Actions(s) et Results(s,a) definisse le State space search et le tree du jeux.

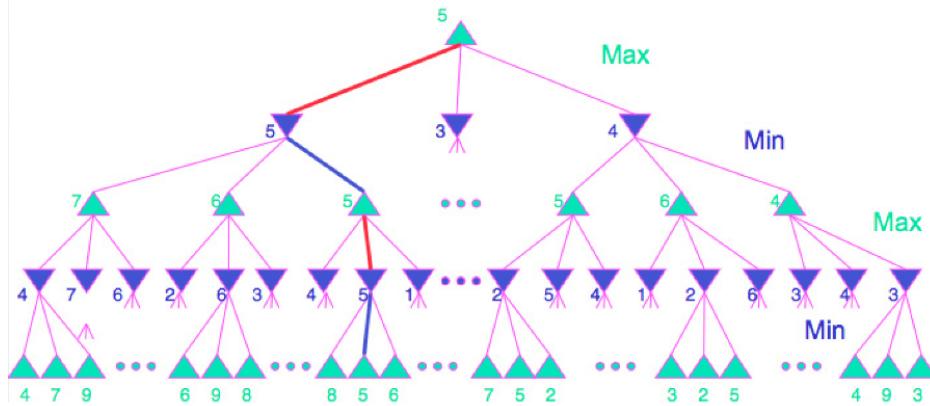
6.2 MinMax Algo



Optimal pour les jeux déterministe et a 2 joueurs.

Chaque niveau représente à un joueur de jouer en fonction du state, un joueur (MAX) veut maximiser la valeur le deuxième joueur (MIN) lui veut minimiser. Si un des joueurs ne joue pas de maniére optimale alors l'autre joueur va encore mieux en profitant et en ressortir un meilleur score.

MinMax génère le tree entièrement et applique une fonction d'utilité sur les derniers state (les leafs de l'arbre). Ensuite on remonte l'arbre en choisissant le MIN ou le MAX value en fonction du niveau de l'arbre (tours du joueurs). Le node final au dessus représente le meilleur mouvement possible



```

function MINIMAX-SEARCH(game, state) returns an action
    player  $\leftarrow$  game.TO-MOVE(state)
    value, move  $\leftarrow$  MAX-VALUE(game, state)
    return move

```

```

function MAX-VALUE(game, state) returns a (utility, move) pair
    if game.IS-TERMINAL(state) then return game.UTILITY(state, player), null
    v, move  $\leftarrow -\infty$ 
    for each a in game.ACTIONS(state) do
        v2, a2  $\leftarrow$  MIN-VALUE(game, game.RESULT(state, a))
        if v2 > v then
            v, move  $\leftarrow$  v2, a
    return v, move

```

```

function MIN-VALUE(game, state) returns a (utility, move) pair
    if game.IS-TERMINAL(state) then return game.UTILITY(state, player), null
    v, move  $\leftarrow +\infty$ 
    for each a in game.ACTIONS(state) do
        v2, a2  $\leftarrow$  MAX-VALUE(game, game.RESULT(state, a))
        if v2 < v then
            v, move  $\leftarrow$  v2, a
    return v, move

```

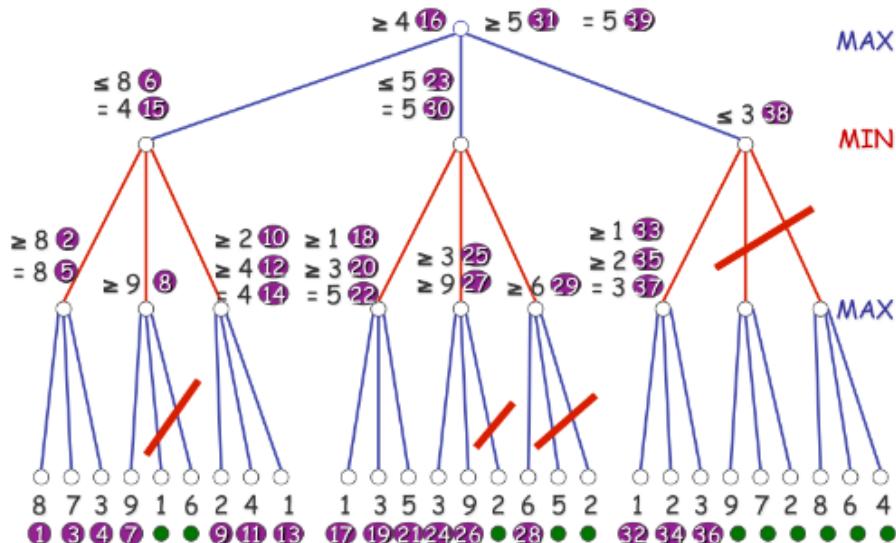
Il est possible de modifier l'algorithme pour avoir plus de 2 joueurs, il suffit de garder un vecteur à chaque node ou les éléments du vecteur sont les utilités de chaque joueur. Chaque joueur va choisir le mouvement qui maximise l'utilité

Propriétés :

- Basé sur DFS (récursif)
- Complete si l'arbre est fini
- Time complexity : $\mathcal{O}(b^m)$
- Space complexity : $\mathcal{O}(bm)$

6.3 Alpha-Beta pruning

On cherche à "élaguer" l'arbre afin de retirer les branches au quelle nous sommes sur que il n'y a pas de meilleures valeurs et donc inutile. Il n'affecte pas le résultat final



```

function ALPHA-BETA-SEARCH(game, state) returns an action
  player  $\leftarrow$  game.TO-MOVE(state)
  value, move  $\leftarrow$  MAX-VALUE(game, state,  $-\infty$ ,  $+\infty$ )
  return move



---


function MAX-VALUE(game, state,  $\alpha$ ,  $\beta$ ) returns a (utility, move) pair
  if game.IS-TERMINAL(state) then return game.UTILITY(state, player), null
  v  $\leftarrow -\infty$ 
  for each a in game.ACTIONS(state) do
    v2, a2  $\leftarrow$  MIN-VALUE(game, game.RESULT(state, a),  $\alpha$ ,  $\beta$ )
    if v2  $>$  v then
      v, move  $\leftarrow$  v2, a
       $\alpha \leftarrow \text{MAX}(\alpha, v)$ 
    if v  $\geq \beta$  then return v, move
  return v, move



---


function MIN-VALUE(game, state,  $\alpha$ ,  $\beta$ ) returns a (utility, move) pair
  if game.IS-TERMINAL(state) then return game.UTILITY(state, player), null
  v  $\leftarrow +\infty$ 
  for each a in game.ACTIONS(state) do
    v2, a2  $\leftarrow$  MAX-VALUE(game, game.RESULT(state, a),  $\alpha$ ,  $\beta$ )
    if v2  $< v$  then
      v, move  $\leftarrow$  v2, a
       $\beta \leftarrow \text{MIN}(\beta, v)$ 
    if v  $\leq \alpha$  then return v, move
  return v, move

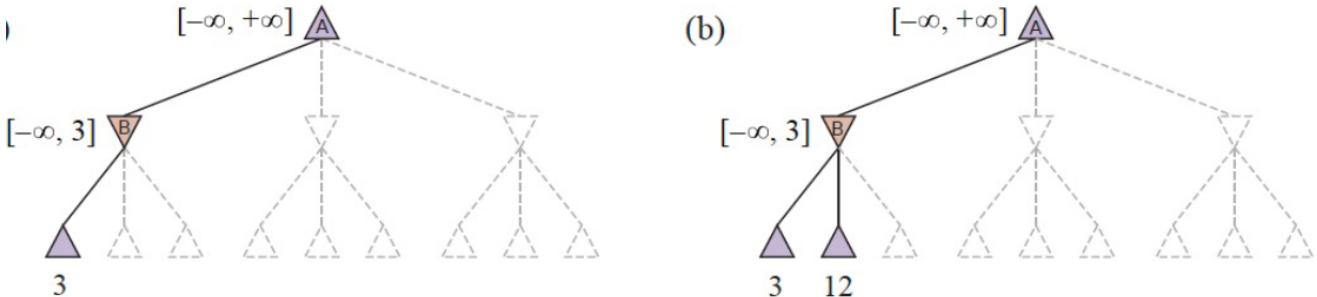
```

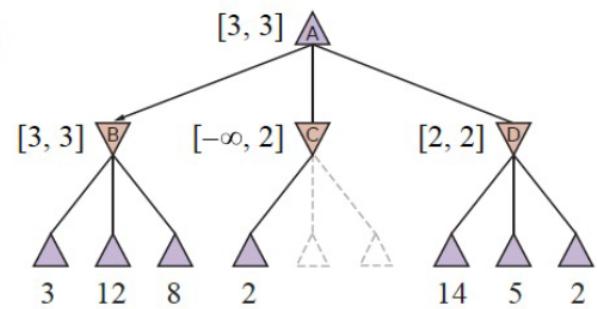
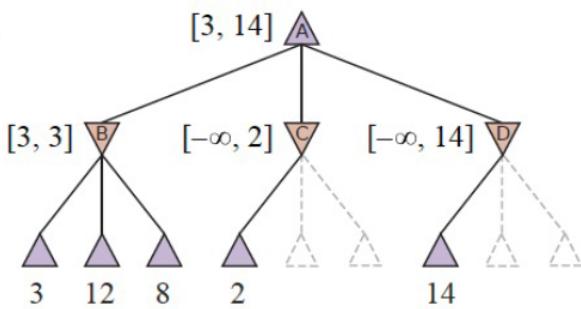
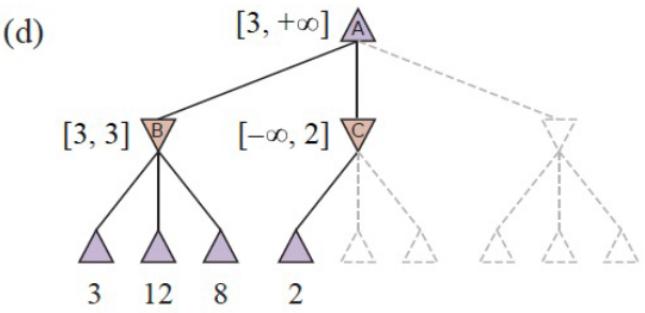
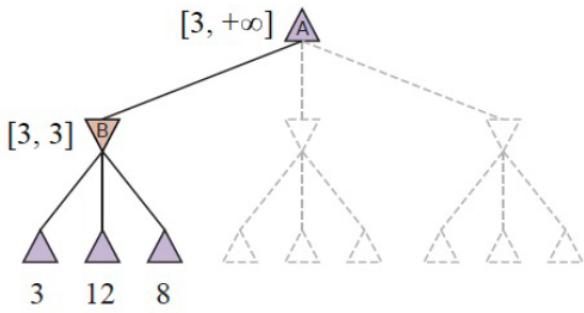
α : Valeur du meilleur (plus grande) choix trouvé d'ici la depuis les path visité pour MAX

β : Valeur du meilleur (plus petit) choix trouvé d'ici la depuis les path visité pour MIN

Si les sucesseur de l'arbre sont idéalement visité, la complexité temporelle est alors de $\mathcal{O}(b^{d/2})$ et si visité random $\mathcal{O}(b^{3d/4})$

Voila un autre exemple de prunning car un peu dure a comprendre parfois :





6.3.1 Move ordering

La disposition des nodes est idéal si le meilleur node est le plus à gauche. On peut tenter de réarranger les nodes afin d'avoir le meilleur le plus à gauche, et trouver le **Killer move**

6.4 Imperfect Decisions

En pratique il est souvent impossible de faire une research complete car trop grand. Ce que on fait, on fait une search dans seulement un partie du graph. Cela requiert une fonction cutoff-test qui indique quand stopper la génération du graph. Mais donc on ne peut pas savoir la valeur de l'utilité des derniers node juste avant le cutoff, on va donc devoir l'estimer avec une fonction heuristique.

6.4.1 Evaluation Function

- **H-Minimax(s,d) =**

$$\begin{aligned}
 & \text{Eval}(s) && \text{if Is-cutoff}(s,d) \\
 & \max_{a \in \text{Actions}(s)} \text{H-Minimax}(\text{Result}(s,a), d+1) && \text{if To-Move}(s) = \text{MAX} \\
 & \min_{a \in \text{Actions}(s)} \text{H-Minimax}(\text{Result}(s,a), d+1) && \text{if To-Move}(s) = \text{MIN}
 \end{aligned}$$

La fonction doit être :

- Consistent avec la fonction d'utilité

- équilibré entre précisions et temps de calcul
- Dois refléter la réel chance de gagné
- Fonction linéaire avec du poid sont souvent

6.4.2 Cutting off the search

On doit un peu changer le code de alpha-Beta-Search qui doit appeler Eval quand il y a un cutoff if game.Is-Cutoff(state, depth) then return EVAL(state, player), null

La fonction d'évaluation doit être appliquée uniquement à la position quiescentes, c'est-à-dire stables. (qui ne risquent pas de connaître de fortes variations de valeur dans un avenir proche).

Il y a l'**effet d'horizon** : Nous pouvons retarder les catastrophes, mais nous ne pouvons pas les prévenir. Cela peut arriver à cause d'une coupure car l'horizon n'est pas assez profond. Si un agent est confronté à un mouvement qui cause de graves dommages et qui est inévitable à la fin, il essaiera de l'éviter le plus longtemps possible. l'éviter le plus longtemps possible. Au bout du compte, il perdra autant, voire plus.

6.4.3 Forward pruning

Quelques moves à certains nodes sont "élagué" direct sans considérations directe, il coupe les moves "mauvais" mais il possible que plus tard se soit le move qui nous fait gagner. Avec le **Beam search**, on considère un ensemble de n mouvement plutôt que tous les mouvements possibles, on réduit de beaucoup de temps de calcule "inutile"

6.4.4 Search VS. Lookup

Beaucoup utilise des table lookup (table avec les actions à faire en fonction de la situation) pour le début de la partie. Ca sert à rien de faire un arbre de millions de nodes pour une personne qui a 2/3 de chance de faire E4 au début.

Les lookup tables sont donc utilisé en début et fin de game car souvent la même choses avec des pattern et des solutions déjà connue.

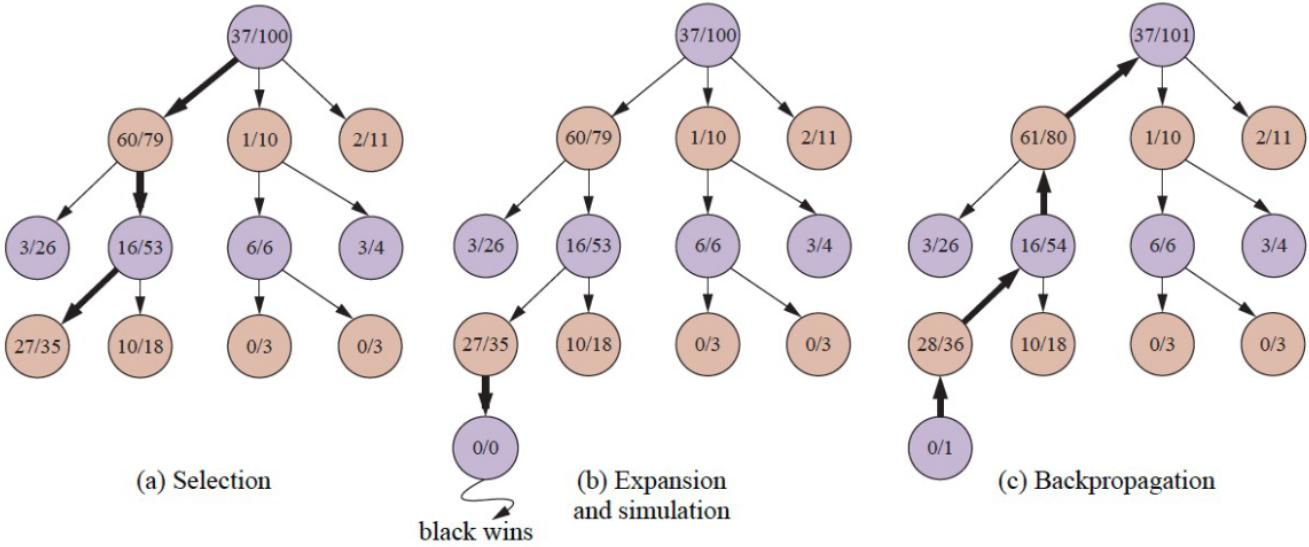
6.5 Monte Carlo Tree Search

Fonction d'utilité estimée comme l'utilité moyenne (par exemple, pourcentage de victoire) sur des simulations (appelées playout) de jeux complets. On a déjà tester avant et on sait le pourcentage de victoire avec ces moves.

Jouer avec des coups légaux aléatoires de la part des deux joueurs

On a un search tree qui augmente à chaque itérations

- **Selection** : Commence du root et va à une leaf en utilisant une sélection de stratégies
- **Expansion** : Ajoute un nouvel enfant au node
- **Simulations** : jouer (sans enregistrer les moves)
- **Back-propagation** : update les parents dans le tree



```

function MONTE-CARLO-TREE-SEARCH(state) returns an action
  tree  $\leftarrow$  NODE(state)
  while IS-TIME-REMAINING() do
    leaf  $\leftarrow$  SELECT(tree)
    child  $\leftarrow$  EXPAND(leaf)
    result  $\leftarrow$  SIMULATE(child)
    BACK-PROPAGATE(result, child)
  return the move in ACTIONS(state) whose node has highest number of playouts

```

6.6 Stochastic Games

Ce sont des jeux avec un degré d'improbabilité parmi les éléments aléatoires. Cela requiert une chance pour chaque nœud en plus des Min Max

6.6.1 Expectminimax

Cet algo ajoute de la chance aux nœuds en plus de MAX MIN. Complexité de $\mathcal{O}(b^m n^m)$ où n est le nombre de chance d'événement distincte

Expectminimax(s) =

Utility (s)

if Is-Terminal(s)

$\max_{a \in Actions(s)} \text{Expectminimax}(\text{Result}(s,a))$ if To-Move(s) = MAX

$\min_{a \in Actions(s)} \text{Expectminimax}(\text{Result}(s,a))$ if To-Move(s) = MIN

$\sum_{r \in ACTIONS(s)} P(r) * \text{Expectminimax}(\text{RESULT}(s,r))$ if To-Move(s) = CHANCE

On peut pruner dans le même genre que alpha beta

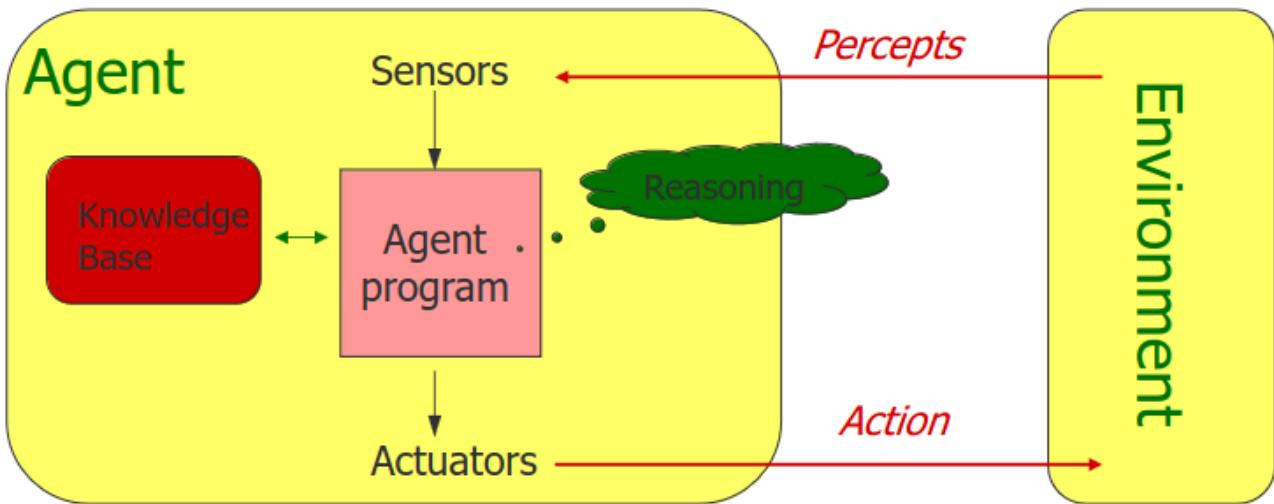
7 Logical Agent

7.1 Knowledge Based Agents

On peut raisonner avec de la connaissance pour savoir quelle action faire. Il y a 2 types de connaissances :

1. **Logique classique** : Vrai ou fausse
2. **Autre logique** : connaissance incertaine

L'agent peut etre représenté de la sorte :



Le composant central d'un KBA est un ensemble de phrase (KB).

Sentences : phrase qui est une affirmations sur le monde

7.1.1 Operation KBA

1. **TELL** : Ajoute une nouvelle phrase
2. **ASK** : Demande se qui est connue
3. **MAKE-PERCEPT-SENTENCE** : Construit une phrase affirmant que l'agent a perçu le percept donné à un moment donné.
4. **MAKE-ACTION-QUERY** : Construit une phrase qui ASK quelle action devrait etre faite maintenant
5. **MAKE-ACTION-SENTENCE** : Construit une phrase affirmant que l'action choisie a été exécutée

7.1.2 Knowledge representation

Le language dans laquelle la phrase est représenté. Il y a 2 approches

```

function KB-AGENT(percept) returns an action
  static: KB, a knowledge base
    t, a counter, initially 0, indicating time
    TELL(KB, MAKE-PERCEPT-SENTENCE(percept, t))
    action  $\leftarrow$  ASK(KB, MAKE-ACTION-QUERY(t))
    TELL(KB, MAKE-ACTION-SENTENCE(action, t))
    t  $\leftarrow$  t + 1
  return action

```

Update state

Result of action

- **Declarative approach** : Nous ne disons à l'agent que ce qu'il a besoin de savoir. Les phrases sont dites une à une (par TELL) jusqu'à ce que l'agent sache comment opérer dans son environnement.
- **Procedural approach** : Nous codons les comportements souhaités directement sous forme de programme.

7.2 Exemple : the Wumpus World

Une grille avec un créature qui mange les agents. Il y a des puits dans des cases (à éviter) et le but est de trouver le trésor sans se faire manger ni tomber dans les puits.⁵

- Pas entièrement observable (perception local)
- Déterministe
- Pas épisodique (séquentielle au niveau des actions préformées)
- Statique (Monstre et puits ne bouge pas)
- Discret
- Un seul agent

⁵pages 209-210-211 du livre

4	sss		≈
3	w	sss ≈	≈
2	sss		≈
1	S	≈	≈
	1 2 3 4		

World state

4			
3			
2	OK		
1	OK	OK	
	1 2 3 4		

Agent view

Avant de faire une action, l'agent doit "réfléchir" à propos de :

- analyser le state actuelle
- Eviter les dangers (wumpus et puits)
- Trouver le trésor
- Garder une version de l'environement (map, propriété des case ...)

4	sss		≈
3	w	sss ≈	≈
2	sss		≈
1	S	≈	≈
	1 2 3 4		

4			
3			
2	OK	p?	
1	OK	OK	p?
	1 2 3 4		

p - Pit
w - Wumpus
OK - safe square

			\approx	
4				
3				\approx
2				\approx
1	S	\approx		\approx
	1	2	3	4

4				
3	w!			
2	OK		OK	
1	OK	OK		p!
	1	2	3	4

The conclusions are guaranteed to be correct !

			\approx	
4				
3				\approx
2			\approx	
1	S	\approx		\approx
	1	2	3	4

4				
3	w!		p?	
2	OK	OK	OK	
1	OK	OK	p!	
	1	2	3	4

7.3 Logique

La logique correspond à de la syntax et de la sémantique

- **Syntax** : Spécifie toutes les phrases bien formé ($x + y = 4$ OK $x2y+$ = KO)
- **Sémantique** : Définir la vérité des phrases par rapport à chaque monde possible
 - $x = 1, y = 3$
 - $x = 2, y = 2$
 - ...

- **Interprétation** : abstraction mathématique d'un monde possible, en donnant une interprétation une phrase est vrai ou fausse.
- **Modele de phrase** : α est un interprétation ou la phrase est vraie.
"m est un model de α " $\rightarrow \alpha$ est vrai dans l'interprétation de m
- $M(\alpha)$: ensemble des modeles de α
- $KB \models \alpha$: α est vrai si KB est vrai
- $KB \vdash \alpha$: On peut prouver α avec KB

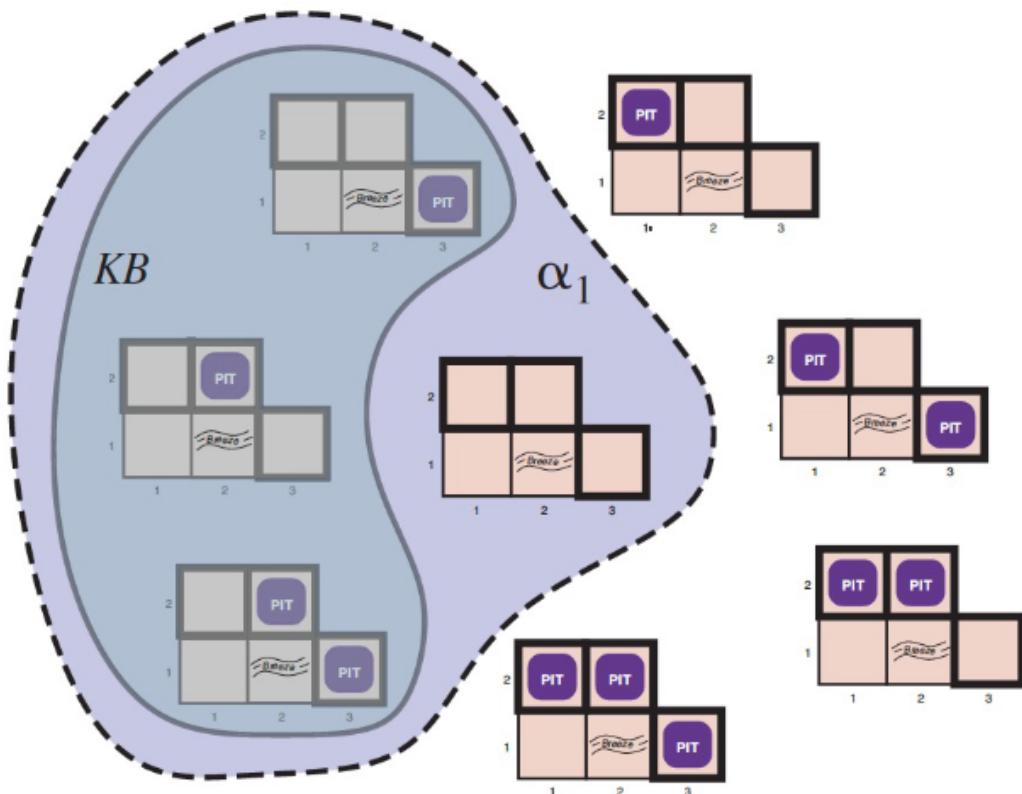
7.3.1 Implication (entailment)

Implication entre la phrase α et β , β est un conséquence logique de α

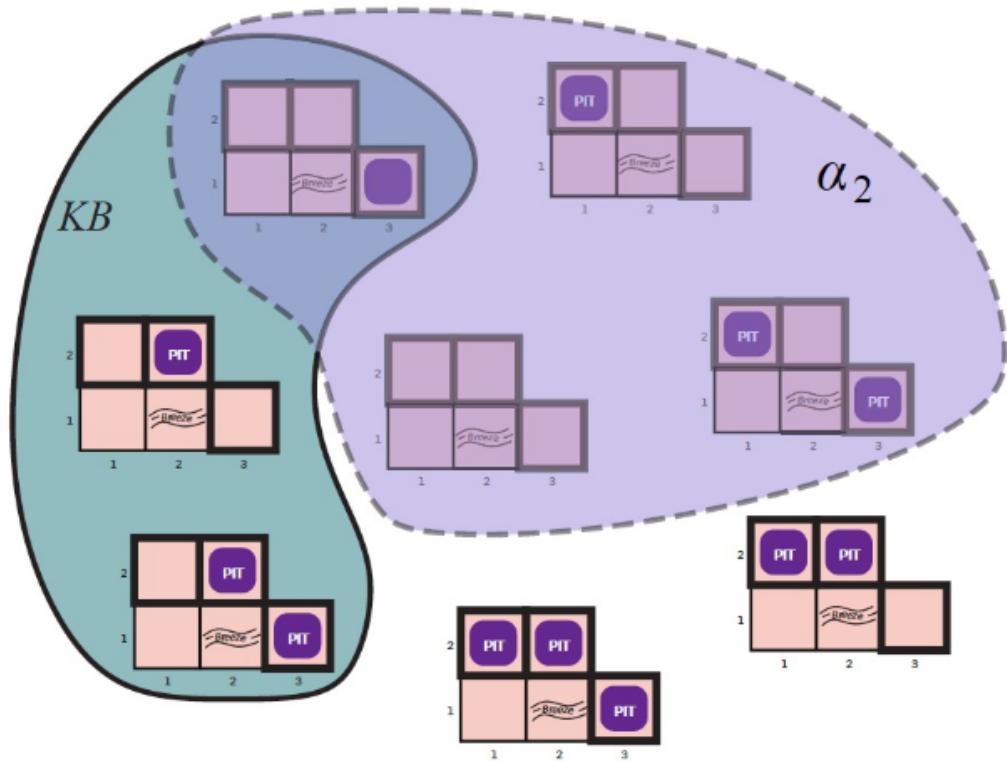
$$\alpha \models \beta \text{ IFF } M(\alpha) \subset M(\beta) \quad (5)$$

β est vrai dans chaque model de α (ex : $x = 0 \models xy = 0$)

Dans le Wumpus game apres avoir rien détecter en [1,1] et bougé a droite et sentit la brize en [2,1] (signe d'un puit a coté de cette case). Toutes les interprétations possible pour KB en assumant seulement des pit est le suivant :



- $KB = \text{Regles de wumpus} + \text{observations}$
- $\alpha_1 = "[1,2] \text{ est safe}"$
- $KB \models \alpha_1$, prouvé par models checking



- $KB = \text{Règles de wumpus} + \text{observations}$
- $\alpha_2 = "[2,2] \text{ est safe}"$
- $KB \not\models \alpha_2$

On voit que 2 modèles de KB ne sont pas d'accord du fait que [2,2] est sage

si $KB \models \alpha_1$ on peut conclure que α_1 est vrai

Verifier $KB \models \alpha$ en utilisant le Model checking

1. énumération des interprétations
2. Trouver les interprétations qui sont un modèles de α
3. Check que β est vrai dans ces modèles $\alpha \vdash \beta$

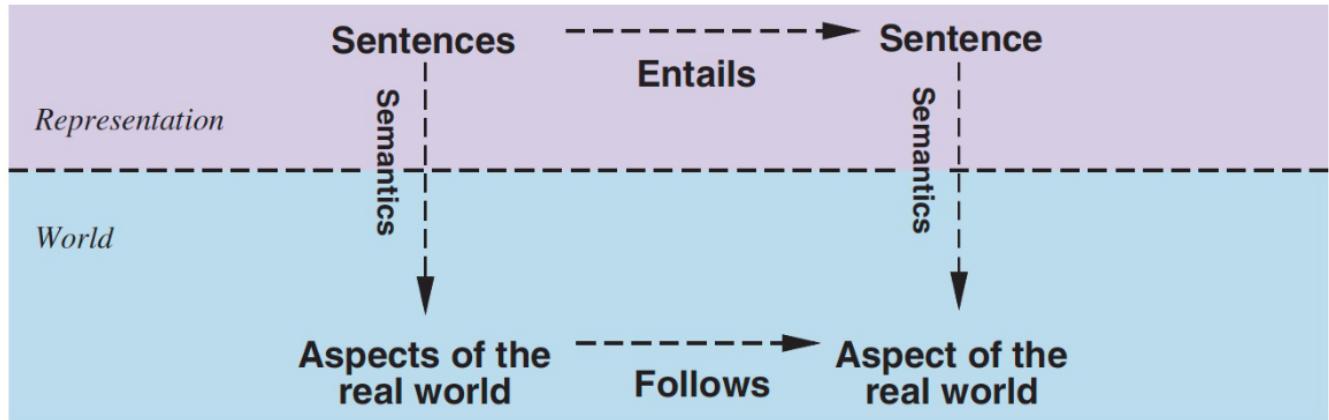
$$\begin{array}{c} \alpha \models \beta \\ \Downarrow \\ \text{Completeness} \qquad \qquad \text{Soundness} \\ \Updownarrow \\ \alpha \vdash \beta \end{array}$$

7.3.2 Monotonicité

Si $KB \models \alpha$ alors $KB \wedge \beta \models \alpha$

L'ensemble des formules impliquées ne peut que augmenter au fur et à mesure que des infos sont ajoutées au KB

Si une formule est impliquée par un sous ensemble de KB, il est alors aussi impliquée par KB



7.4 Proposition logique

7.4.1 Syntax

- True, False
- Symbols (P, Q, A, ...)
- Connecteur logiques :
 - Négations : \neg
 - Conjonctions : \wedge
 - Disjonctions : \vee
 - Implication : \Rightarrow
 - Equivalence : \Leftrightarrow
 - parenthèse (,)

$$\begin{aligned}
 Sentence &\rightarrow AtomicSentence \mid ComplexSentence \\
 AtomicSentence &\rightarrow True \mid False \mid P \mid Q \mid R \mid \dots \\
 ComplexSentence &\rightarrow (Sentence) \\
 &\quad \mid \neg Sentence \\
 &\quad \mid Sentence \wedge Sentence \\
 &\quad \mid Sentence \vee Sentence \\
 &\quad \mid Sentence \Rightarrow Sentence \\
 &\quad \mid Sentence \Leftrightarrow Sentence
 \end{aligned}$$

OPERATOR PRECEDENCE : $\neg, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$

7.4.2 Sémantique

On fait ça avec un table de vérité

P	Q	$\neg P$	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \Rightarrow Q$	$P \Leftrightarrow Q$
false	false	true	false	false	true	true
false	true	true	false	true	true	false
true	false	false	false	true	false	false
true	true	false	true	true	true	true

exemple Wumpus : Un carré est venteux si et seulement si un carré voisin est un puits

$$B_{1,1} \Leftrightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1})$$

- Initial conditions
 - $R_1: \neg P_{1,1}$ no pit in [1,1]
- Rules of Breezes (for a few example squares)
 - $R_2: B_{1,1} \Leftrightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1})$
 - $R_3: B_{2,1} \Leftrightarrow (P_{1,1} \vee P_{2,1} \vee P_{3,1})$
- Percepts
 - $R_4: \neg B_{1,1}$
 - $R_5: B_{2,1}$
- We know: $R_1 \wedge R_2 \wedge R_3 \wedge R_4 \wedge R_5$

7.4.3 Inference

Le but est de décider si $KB \models \alpha$

On veut savoir si $P_{1,2}$ n'est pas un puit : $\neg P_{1,2}$

- Imaginons nous avons ses infos : $B_{1,1}, B_{2,1}, P_{1,1}, P_{1,2}, P_{2,1}, P_{2,2}, P_{3,1}$
- on a donc 2^n interprétation possible ($n = \text{nombre de symbol}$) donc ici 2^7

Il faut donc enumérée sur chaque interprétation et check si $\alpha = P_{1,2}$ est True dans chaque models de KB

Complexité temporelle de $\mathcal{O}(2^n)$ et spatiale de $\mathcal{O}(n)$

```

function TT-ENTAILS?(KB,  $\alpha$ ) returns true or false
  inputs: KB, the knowledge base, a sentence in propositional logic
             $\alpha$ , the query, a sentence in propositional logic
  symbols  $\leftarrow$  a list of the proposition symbols in KB and  $\alpha$ 
  return TT-CHECK-ALL(KB,  $\alpha$ , symbols, { })

function TT-CHECK-ALL(KB,  $\alpha$ , symbols, model) returns true or false
  if EMPTY?(symbols) then
    if PL-TRUE?(KB, model) then return PL-TRUE?( $\alpha$ , model)
    else return true // when KB is false, always return true
  else
     $P \leftarrow$  FIRST(symbols)
    rest  $\leftarrow$  REST(symbols)
    return (TT-CHECK-ALL(KB,  $\alpha$ , rest, model  $\cup$  { $P = \text{true}$ })
           and
           TT-CHECK-ALL(KB,  $\alpha$ , rest, model  $\cup$  { $P = \text{false}$ }))

```

7.5 Propositional Theorem Proving

- Equivalence logique : $\alpha \equiv \beta$ ssi $\alpha \models \beta$ et $\beta \models \alpha$
- Valide (tautologie) : Toutes les interprétations sont valide (True)
- Satifaisant : True dans certaine interprétation mais pas toutes
- Unsatisfait : True pour aucune des interprétations.

$\alpha \models \beta$ IF $(\alpha \wedge \neg\beta)$ est insatisfait

7.5.1 Preuve inference

On veut déduire de nouvelle formules qui sont des conséquence logique de KB

Donc si on veut que $KB \models \alpha$ alors on va déduire que $KB \rightarrow F_1$ et déduit une nouvelle formule et donc avec $(KB \rightarrow F_1) \rightarrow F_2$ on peut déduire une nouvelle formule, etc pour ensuite déduire α α et β sont toutes les 2 des formules

- Modus Ponens :
$$\frac{\alpha \Rightarrow \beta, \alpha}{\beta}$$
- And-elimination :
$$\frac{\alpha \wedge \beta}{\alpha}$$
- Two sens de Morgan :
$$\frac{\neg(\alpha \wedge \beta)}{\neg\alpha \vee \neg\beta} \Leftrightarrow \frac{\neg\alpha \vee \neg\beta}{\neg(\alpha \wedge \beta)}$$

Proof as a search

On a notre KB initial et on a une fonction successeur qui retourne un nouveau KB avec une nouvelle formule. Notre Goal test vérifie si KB contient la phrase "final"/de l'objectif.

Résolution

$$\frac{l_1 \vee \dots \vee l_k \quad , \quad m_1 \vee \dots \vee m_n}{l_1 \vee \dots \vee l_{i-1} \vee l_{i+1} \vee \dots \vee l_k \vee m_1 \vee \dots \vee m_{j-1} \vee m_{j+1} \vee \dots \vee m_n} \text{ where } l_i = \neg m_j$$

$$\begin{array}{c}
 \text{AstudyCS} \vee \neg \text{AlikeBier} \\
 \text{AlikeBier} \vee \text{AlikeWine}
 \end{array}
 \quad \vdash \quad \text{AstudyCS} \vee \text{AlikeWine}$$

Un règle : Si j'ai 2 disjonctions et que dans une j'ai une proposition logique négative (\neg) et que j'ai la même dans l'autre mais positive, je peux déduire que je peux prendre les autres propositions logique et les mettre ensemble (\wedge).

J'ai besoin d'avoir 2 formules sous la forme de disjonction

Preuve complète et sound.

Le soucis est que je dois représenter mon KB sous la forme de disjonction. Mais cela peut être fait par un CNF ($A_1 \wedge \dots \wedge A_n$) (n'importe quelle formule peut être transformée en CNF (déjà prouvé))

Il faut ensuite on peut appliquer cet algo qui prouve que $KB \models \alpha$ iff $(KB \wedge \neg\alpha)$ unsatisfiable

function PL-RESOLUTION(KB, α) **returns** true or false

inputs: KB , the knowledge base, a sentence in propositional logic
 α , the query, a sentence in propositional logic

$clauses \leftarrow$ the set of clauses in the CNF representation of $KB \wedge \neg\alpha$

$new \leftarrow \{\}$

while true **do**

for each pair of clauses C_i, C_j **in** $clauses$ **do**

$resolvents \leftarrow$ PL-RESOLVE(C_i, C_j)

if $resolvents$ contains the empty clause **then return** true

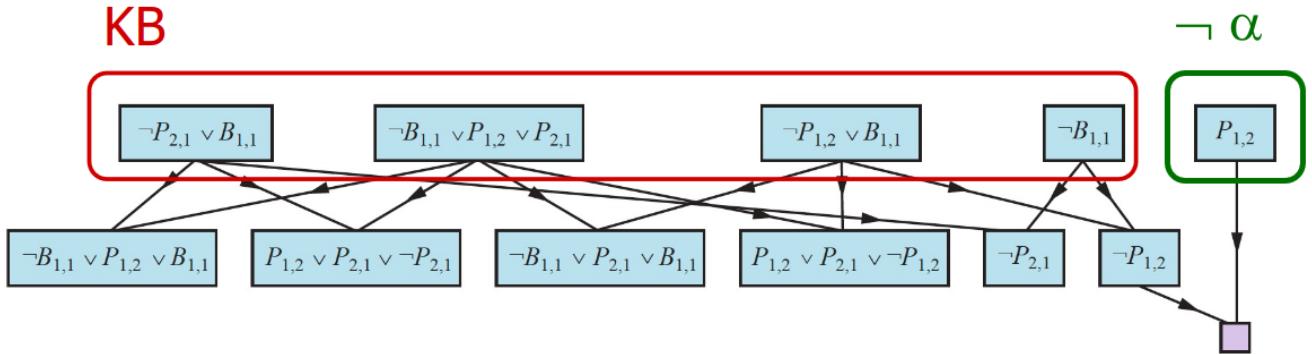
$new \leftarrow new \cup resolvents$

if $new \subseteq clauses$ **then return** false

$clauses \leftarrow clauses \cup new$

Avec notre KB on va déduire de nouvelle clause (formule sous forme disjonctive) C_1 , mais si il y a une clause spéciale qui est vide alors false alors l'entiereté du KB est insatisfait .

Prenons un exemple et un Xanax :



On veut prouver que il n'y a pas de puit en [1,2] ($\neg P_{1,2}$)

KB est : $(B_{1,1} \Leftrightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1})) \vee \neg B_{1,1}$

α est $\neg P_{1,2}$

On va donc ajouter $P_{1,2}$ et le transformer en CNF et on fait la résolution

Si on utilise $(\neg P_{1,2} \vee B_{1,1})$ et $(\neg B_{1,1})$ et on va avoir le formule $(\neg P_{1,2})$

autre ex :

Si on utilise $(\neg P_{2,1} \vee B_{1,1})$ et $(\neg B_{1,1} \vee P_{1,2} \vee P_{2,1})$ et on va avoir le formule $(\neg B_{1,1} \vee P_{1,2} \vee B_{1,1})$

Maintenant je peux de nouveau faire une résolutions sur $\neg P_{1,2}$ et $P_{1,2}$ et j'obtient un empty donc False

et voila (donner moi un deuxième Xanax)

8 First-Order Logic

8.1 Propositional logic

Une proposition logique est :

- **Déclarative** : les relations entre les variables sont décrites par des phrases
- **Expressive** : peut présenter des informations partielles en utilisant la disjonction
- **Compositionel** : Si $A = \text{"il pleut"}$ et $B = \text{"j'aime la biere"}$ alors $A \wedge B = \text{"il pleut et j'aime la biere"}$
- **Manque d'expressivité** pour décrire l'environnement de manière concise (ex : ne peut pas dire "les puits provoquent des brises dans les cases adjacentes")

First-Order Logic (FOL) assume que le monde contient :

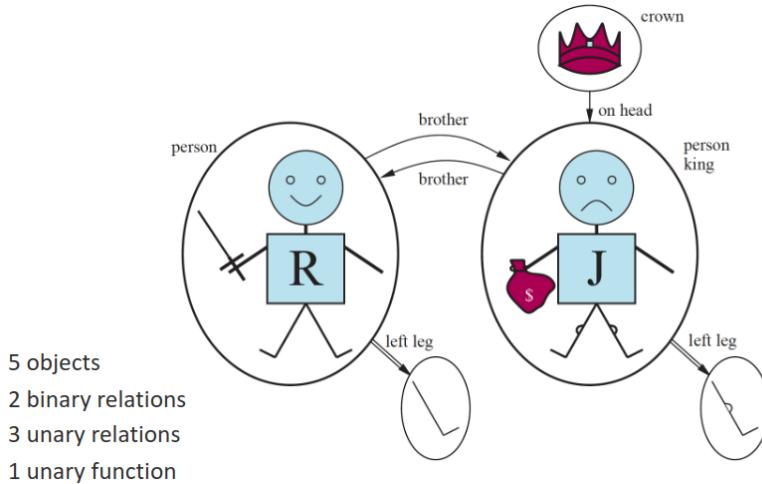
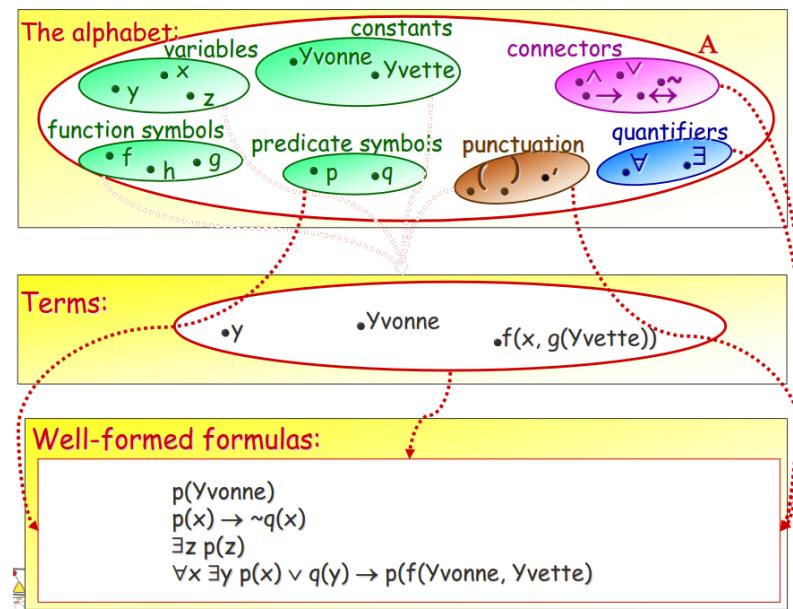
- Objects : personne, voiture, maison, ...
- Relation :
 - Unary : propriété avec les objets (ex $\text{odd}(x)$)
 - N-ary : Relations entre les objets ()
 - Ex : la relation de fraternité est l'ensemble ($\langle \text{Bob}, \text{Richard} \rangle, \langle (\text{Richard}, \text{Bob}) \rangle$)
- Fonctions : father_of , successeur, ...

8.2 Syntax and semantics of FOL

$$\begin{array}{lcl} \text{Sentence} & \rightarrow & \text{AtomicSentence} \mid \text{ComplexSentence} \\ \text{AtomicSentence} & \rightarrow & \text{Predicate} \mid \text{Predicate}(\text{Term}, \dots) \mid \text{Term} = \text{Term} \\ \text{ComplexSentence} & \rightarrow & (\text{Sentence}) \\ & | & \neg \text{Sentence} \\ & | & \text{Sentence} \wedge \text{Sentence} \\ & | & \text{Sentence} \vee \text{Sentence} \\ & | & \text{Sentence} \Rightarrow \text{Sentence} \\ & | & \text{Sentence} \Leftrightarrow \text{Sentence} \\ & | & \text{Quantifier Variable}, \dots \text{ Sentence} \\ \\ \text{Term} & \rightarrow & \text{Function}(\text{Term}, \dots) \\ & | & \text{Constant} \\ & | & \text{Variable} \\ \\ \text{Quantifier} & \rightarrow & \forall \mid \exists \\ \text{Constant} & \rightarrow & A \mid X_1 \mid \text{John} \mid \dots \\ \text{Variable} & \rightarrow & a \mid x \mid s \mid \dots \\ \text{Predicate} & \rightarrow & \text{True} \mid \text{False} \mid \text{After} \mid \text{Loves} \mid \text{Raining} \mid \dots \\ \text{Function} & \rightarrow & \text{Mother} \mid \text{LeftLeg} \mid \dots \\ \\ \text{OPERATOR PRECEDENCE} & : & \neg, =, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow \end{array}$$

- **Alphabet** : Variables, constantes; fonctions, quantifiers, connecteurs ...

- **Termes** : Combinaison de l'alphabet (on peut build avec les objets)
- **Formule bien formé** : Construite à partie de symboles de prédictats avec des termes comme arguments et à partir de connecteurs, quantificateurs et ponctuations (selon les règles des connecteurs)



quelques exemples :

- Brother(Bob, Richard)
- Married(Father(Richard), Mother(Bob))
- King(Richard) ∧ King(Bob)
- $\forall x \text{ King}(x) \Rightarrow \text{Person}(x)$
- $\exists x \text{ Crown}(x) \Rightarrow \text{OnHead}(x)$
- $\forall s \text{ Breeazy}(s) \Leftrightarrow \exists r \text{ Adjacent}(r, s) \wedge \text{Pit}(r)$

Sémantique

c'est donnée une signification à la syntaxe

Le domaine de l'interprétation est l'ensembles des objects

Constants : L'interprétation identifie l'object dans le vrai monde.

Symbol de prédicts : L'interprétation spécifie les relation particulière dans le domaine. Peut etre définie implicitement ou explicitement a travers l'ensemble des tuples d'objets qui satisfait la relations

Fonctions de symboles : Identifie l'object référé par un tuple d'objets. Peut etre définie implicitement ou explicitement au travers d'une table.

Interprétation :

- D le domaine
- Une fonction (totale) qui map les constantes a D
- Une fonction (totale) qui maps les fonctions de symboles as des fonctions ($D \rightarrow D$)
- Une fonction (totale) qui maps les symoblrs prédit a des prédictions ($D \rightarrow Booleans$)

Voir exemple slidesq p18 chap 8

8.2.1 Complex sentences

Elle sont construite en combinant des phrase atomoque en utilisant des connecteurs logique ($\neg, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$) et des parentheses.

- $\neg \text{Brother}(\text{LeftLeg}(\text{Richard}), \text{Bob})$
- $\text{Brother}(\text{Richard}, \text{Bob}) \wedge \text{Brother}(\text{Bob}, \text{Richard})$
- ...

8.2.2 Quantifiers

Peut etre utiliser pour exprimer des propriétés de collections d'objet

- Plus besion d'enuméré chaque objet
- \forall dans une conjonction (quantifier universel) ex: $\forall x \text{ Human}(x) \Rightarrow \text{Mortal}(x)$
- \exists dans une disjonction (quantifier existentiel) ex : $\exists x \text{ Bird}(x) \wedge \text{Can_Fly}(x)$

Attention $\forall x \forall y$ est la meme chose que $\forall y \forall x$ pareil pour \exists

Mais $\exists x \forall y$ n'est pas la meme chose que $\forall y \exists x$

$\forall x P$ est pareil que $\neg \exists x \neg P$, pareil pour $\exists x P$ est pareil que $\neg \forall x \neg P$

8.3 Using FOL

FOL peut etre utilisé pour modeliser nombre naturel, ensemble de sous ensemble, listes, ...

- One's mother is one's parent who is a female
 - $\forall c, m \text{ Mother}(m, c) \Leftrightarrow \text{Parent}(m, c) \wedge \text{Female}(m)$
- A grandparent is a parent of one's parent
 - $\forall c, g \text{ Grandparent}(g, c) \Leftrightarrow \exists p \text{ Parent}(g, p) \wedge \text{Parent}(p, c)$
- A theorem : siblinghood is symmetric
 - $\forall x, y \text{ Sibling}(x, y) \Leftrightarrow \text{Sibling}(y, x)$

8.3.1 Ex Wumpus

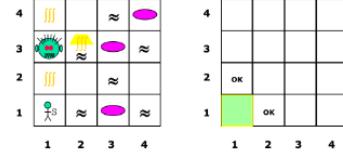
8.4 Complement on FOL

Voir slides 41-52

More precise axioms than with propositional logic

Sensors: Stench, Breeze, Glitter, Bump, Scream

- Percept has five values
- Time is important
- A typical sentence
 - Percept ([Stench, Breeze, Glitter, None, None], 7)
- The actions are terms
 - Turn(right), Turn(left), Forward, Shoot, Grab, Release
- Computing best action with a query
 - $\exists a: \text{BestAction}(a, 7)$



- Connecting percepts to actions

$$\forall s, b, u, c, t \text{ Percept}([s, b, \text{Glitter}, u, c], t) \Rightarrow \text{Action}(\text{Grab}, t)$$

- requires many rules

- Can be simplified by intermediate predicates

$$\forall b, g, u, c, t \text{ Percept}([\text{Stench}, b, g, u, c], t) \Rightarrow \text{Stench}(t)$$

$$\forall b, g, u, c, t \text{ Percept}([\text{None}, b, g, u, c], t) \Rightarrow \neg \text{Stench}(t)$$

$$\forall s, g, u, c, t \text{ Percept}([s, \text{Breeze}, g, u, c], t) \Rightarrow \text{Breeze}(t)$$

$$\forall s, g, u, c, t \text{ Percept}([s, \text{None}, g, u, c], t) \Rightarrow \neg \text{Breeze}(t)$$

...

$$\forall t \text{ Glitter}(t) \Rightarrow \text{BestAction}(\text{Grab}, t)$$

- Defining squares with [x,y] reference instead of atomic names

- Adjacency between two squares

$$\forall x, y, a, b \text{ Adjacent}([x, y], [a, b]) \Leftrightarrow$$

$$(x=a \wedge y=b-1) \vee (x=a \wedge y=b+1)$$

$$\vee (x=a-1 \wedge y=b) \vee (x=a+1 \wedge y=b)$$

- Modeling the breeze of pits

$$\forall s \text{ Breezy}(s) \Leftrightarrow \exists r \text{ Adjacent}(r, s) \wedge \text{Pit}(r)$$

- ...

9 Inference in First-Order Logic

On va voir comment les algo font pour répondre une question FOL

9.1 Propositional vs FOL inference

Universal Instantiation (UI) Pour n'importe quelle phrase α , variables v , et *ground term* g (terme sans variables)

$$\frac{\forall v \alpha}{\text{subst}(\{v/g\}, \alpha)} \quad (6)$$

v peut etre remplacer par n'importe quelle instance

$\text{subst}(\omega, \alpha)$ applique la substitution ω sur α

ex :

$\forall x \text{King}(x) \wedge \text{Greedy}(x) \Rightarrow \text{Evil}(x)$ Avec on peut déduire que $\text{King}(\text{Bob}) \wedge \text{Greedy}(\text{Bob}) \Rightarrow \text{Evil}(\text{Bob})$

Existential instantiation Pour n'importe quelle phrase α , variables v , et nouveau symbole constant k

$$\frac{\exists \alpha}{\text{subst}(\{v/k\}, \alpha)} \quad (7)$$

v peut etre remplacé avec un nouveau symbole

ex :

$\exists x \text{mother}(\text{bob}, x)$ on peut déduire $\text{mother}(\text{Bob}, \text{ANewMother})$

ANewMother est un constante de Skolem, équivalence déductive (pas d'équivalence logique)

Avec ces deux instantiations, on peut réduire FOL a des symboles de propositions.

9.1.1 Reduction to Propositional Logic

Le problème est que il y a une infinité de *ground terms* mais grace a Herbrand, on sait que :

*If a sentence α is entailed by a FOL KB, it's entailed by a **finite** subset of the propositionalized KB*

Application $n = 0$ a ∞ :

- creer un KB propositionnelle en l'instanciant avec un terme de profondeur n
- regarder si α est entaillé par le KB

Si α est pas entaillé l'algo loop a l'infini

Turing : Entaillement pour FOL est semidécidable

9.2 Unification

C'est une substitution qui fait que des expression logique différente semble identique
ex :

$\text{Parent(Bob,x)} \text{ et } \text{Parent(y,z)}$

- $\{y/\text{Bob}, x/z\} : \text{Parent(Bob,z)}$
- $\{y/\text{Bob}, x/\text{Lucia}, z/\text{Lucia}\} : \text{Parent(Bob, Lucia)}$

L'algo $\text{Unify}(p, q)$ prend 2 phrase atomique p et q et retourne une sibstitution qui fait que p et q sont identique.

$\text{Unify}(p, q) = \emptyset$ où $\text{Subst}(\emptyset, p) = \text{Subst}(\emptyset, q)$

\emptyset est l' unificateur des 2 phrases. il y en possiblement plus que 1

9.2.1 Most General Unifier

MGU pour les KOG, fait que "la substitution qui s'engage le moins sur les les variables contraignantes"

ex :

$\text{Unify}(\text{Parent(Bob}, x), \text{Parent}(y, z)) = \{y/\text{Bob}, x/z\}$

MGU est unique

9.2.2 Standardize apart

Si 2 phrase partages des variables alors on peut les unifiers, pour eviter les conflits de noms, on renome un des variables.

$\text{Unify}(\text{Pare}(Bob, x), \text{Parent}(y, z)) = \text{Unify}(\text{Parent}(Bob, w), \text{Parent}(q, r))$

9.2.3 Generalized Modus Ponens

avec $\text{Subst}(\emptyset, p_i) = \text{Subst}(\emptyset, p'_i)$ pour tous les I

$$\frac{p'_1, p'_2, \dots, p'_n, (p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_n \Rightarrow q)}{\text{Subst}(\emptyset, q)} \quad (8)$$

ex :

$$\frac{\text{King(Bob)}, \text{Greedy}(y), (\text{King}(x) \wedge \text{Greedy}(y) \Rightarrow \text{Evil}(x))}{\text{Evil(Bob)}} \quad (9)$$

Avec $\emptyset = \{x/\text{Bob}, y/\text{Bob}\}$

9.3 Forward Chaining

z

```

function UNIFY( $x, y, \theta$ ) returns a substitution to make  $x$  and  $y$  identical
  inputs:  $x$ , a variable, constant, list, or compound
            $y$ , a variable, constant, list, or compound
            $\theta$ , the substitution built up so far
  if  $\theta = \text{failure}$  then return failure
  else if  $x = y$  then return  $\theta$ 
  else if VARIABLE?( $x$ ) then return UNIFY-VAR( $x, y, \theta$ )
  else if VARIABLE?( $y$ ) then return UNIFY-VAR( $y, x, \theta$ )
  else if COMPOUND?( $x$ ) and COMPOUND?( $y$ ) then
    return UNIFY(ARGS[ $x$ ], ARGS[ $y$ ], UNIFY(OP[ $x$ ], OP[ $y$ ],  $\theta$ ))
  else if LIST?( $x$ ) and LIST?( $y$ ) then
    return UNIFY(REST[ $x$ ], REST[ $y$ ], UNIFY(FIRST[ $x$ ], FIRST[ $y$ ],  $\theta$ ))
  else return failure

function UNIFY-VAR( $var, x, \theta$ ) returns a substitution
  inputs:  $var$ , a variable
            $x$ , any expression
            $\theta$ , the substitution built up so far
  if  $\{var/val\} \in \theta$  then return UNIFY( $val, x, \theta$ )
  else if  $\{x/val\} \in \theta$  then return UNIFY( $var, val, \theta$ )
  else if OCCUR-CHECK?( $var, x$ ) then return failure
  else return add  $\{var/x\}$  to  $\theta$ 

```

9.3.1 First-order definite clauses

- Trouver toutes les règles dont les prémisses sont satisfaites
- Ajouter leurs conclusions au faits connus
- Répéter l'opération jusqu'à ce qu'une réponse soit apportée à la question ou qu'aucun fait nouveau n'est ajouté

```

function FOL-FC-ASK(KB,  $\alpha$ ) returns a substitution or false
  inputs: KB, the knowledge base, a set of first-order definite clauses
            $\alpha$ , the query, an atomic sentence

  while true do
    new  $\leftarrow \{\}$       // The set of new sentences inferred on each iteration
    for each rule in KB do
       $(p_1 \wedge \dots \wedge p_n \Rightarrow q) \leftarrow \text{STANDARDIZE-VARIABLES}(rule)$ 
      for each  $\theta$  such that  $\text{SUBST}(\theta, p_1 \wedge \dots \wedge p_n) = \text{SUBST}(\theta, p'_1 \wedge \dots \wedge p'_n)$ 
        for some  $p'_1, \dots, p'_n$  in KB
         $q' \leftarrow \text{SUBST}(\theta, q)$ 
        if  $q'$  does not unify with some sentence already in KB or new then
          add  $q'$  to new
           $\phi \leftarrow \text{UNIFY}(q', \alpha)$ 
          if  $\phi$  is not failure then return  $\phi$ 
        if new =  $\{\}$  then return false
        add new to KB
  
```

9.3.2 Analyse

Soundness : Il ne dérive que les phrases qui sont impliquées, parce que Generalize Modus Ponens le fait.

Completeness : Il répond à toutes les requêtes dont les réponses sont impliquées par le KB, mais peut ne pas se terminer en raison de la semi-décidabilité de l'implication avec des clauses définies.

9.4 Backward chaining

Commence avec les prémisses de l'objectif

- Chaque prémisses doit être supporté par le KB
- Commencer avec la premières hypothèses et chercher soutien du KB

La fonction est un algo récursive tel que une depth-first.

9.4.1 Logic programming: Prolog

Algorithm = Logic + Control

TODO

9.5 Résolutions

Chaque phrase d'un FOL peut être convertie en CNF (conjunctive Normal Form)

```

function FOL-BC-ASK(KB, goals, θ) returns a set of substitutions
  inputs: KB, a knowledge base
    goals, a list of conjuncts forming a query
    θ, the current substitution, initially the empty substitution { }
  local variables: ans, a set of substitutions, initially empty
  if goals is empty then return {θ}
  q' ← SUBST(θ, FIRST(goals))
  for each r in KB where STANDARDIZE-APART(r) = (p1 ∧ … ∧ pn ⇒ q)
    and θ' ← UNIFY(q, q') succeeds
    ans ← FOL-BC-ASK(KB, [p1, …, pn | REST(goals)], COMPOSE(θ, θ')) ∪ ans
  return ans

```

1. **Eliminer Implications** : $p \Rightarrow q$ devient $\neg \vee q$
2. **Bouger les \neg qui sont devant** :
 - $\neg(p \vee q)$ devient $\neg p \wedge \neg q$
 - $\neg(p \wedge q)$ devient $\neg p \vee \neg q$
 - $\neg \forall x, p$ devient $\exists x \neg p$
 - $\neg \exists x, p$ devient $\forall x \neg p$
 - $\neg \neg p$ devient p
3. **standardiser les variables** : $(\forall x P(x)) \vee (\exists x Q(x))$ devient $(\forall x P(x)) \vee (\exists y Q(y))$
4. **Bouger les quantifiers à gauche** : $p \vee \forall x q$ devient $\forall x p \vee q$
5. **Skolemization** : Voir prochaine sections
6. **De Morgan**

9.5.1 Skolemization

Objectif est de:

- retirer tous les quantifiers existants
- Replacer les variables par des toutes nouvelles constantes qui n'existe pas de le KB

ex : $\exists x Q(x)$ devient $Q(A)$ avec où *A* est unique

Pour les phrases plus complexe, on utilise des fonctions de symbole (Skolem functions) pour indiquer des valeur spécifique.

ex : $\forall Animal(x, A)$ devient $\forall Animal(x, F(x))$

9.5.2 Resolution inference rule

Pour p_i and q_i où $UNIFY(p_j, \neg q_k) = \emptyset$

$$\frac{p_1 \vee \dots \vee p_j \dots \vee p_m, q_1 \vee \dots \vee q_k \dots \vee q_n}{SUBST(\emptyset, (p_1 \vee \dots \vee p_{j-1} \vee p_{j+1} \dots \vee p_m \vee q_1 \vee \dots \vee q_{k-1} \vee q_{k+1} \dots \vee q_n))} \quad (10)$$

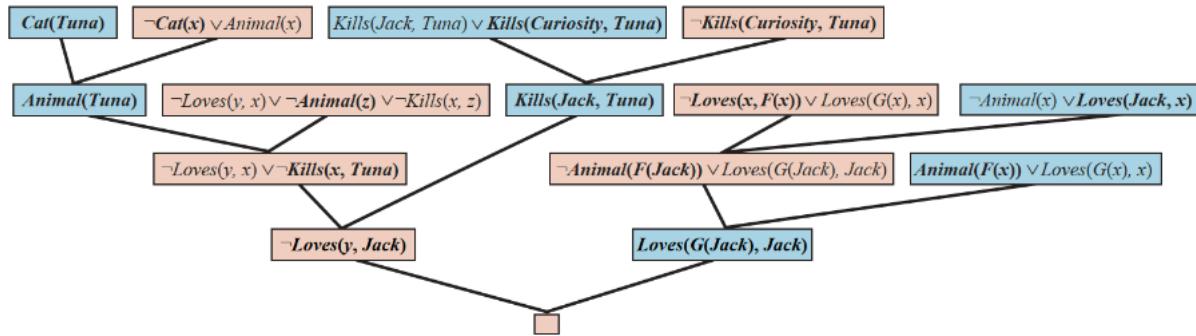
$$\begin{array}{c}
 \text{Animal}(F(x)) \vee \text{Loves}(G(x), x) \\
 \neg \text{loves}(u, v) \vee \neg \text{Kills}(u, v) \\
 \hline
 \text{Animal}(F(x)) \vee \neg \text{Kills}(G(x), x)
 \end{array}$$

With $\theta = \{ u/G(x), v/x \}$

exemple plus concret :

α est un conséquence logique de KB si $\text{KB} \models \alpha$ IFF $(\text{KB} \wedge \neg \alpha)$ insatisfait

On transforme juste $\neg \alpha$ en CNF et montre que $\text{KB} \wedge \alpha$ insatisfait car apres application des règles de résolutions.



9.5.3 Introducing answers

- Resolution : non constructive proof
- If goal is $\text{Kills}(\text{Curiosity}, \text{Tuna})$
a yes/no answer is OK
- If goal is $\exists x \text{ Kills}(x, \text{Tuna})$
a yes/no answer is not very helpful ...
- Possible to get an answer (substitution) that makes the goal to fail
 - Use the goal $\exists x \text{ Kills}(x, \text{Tuna}) \wedge \text{Answer}(x)$
 - Stop with the clause $\text{Answer}(\alpha)$
 - α is the answer

10 Inference in First-Order Logic

On va voir comment les algo font pour répondre une question FOL

10.1 Propositional vs FOL inference

Universal Instantiation (UI) Pour n'importe quelle phrase α , variables v , et *ground term* g (terme sans variables)

$$\frac{\forall v \alpha}{\text{subst}(\{v/g\}, \alpha)} \quad (11)$$

v peut etre remplacer par n'importe quelle instance

$\text{subst}(\omega, \alpha)$ applique la substitution ω sur α

ex :

$\forall x \text{King}(x) \wedge \text{Greedy}(x) \Rightarrow \text{Evil}(x)$ Avec on peut déduire que $\text{King}(\text{Bob}) \wedge \text{Greedy}(\text{Bob}) \Rightarrow \text{Evil}(\text{Bob})$

Existential instantiation Pour n'importe quelle phrase α , variables v , et nouveau symbole constant k

$$\frac{\exists \alpha}{\text{subst}(\{v/k\}, \alpha)} \quad (12)$$

v peut etre remplacé avec un nouveau symbole

ex :

$\exists x \text{mother}(\text{bob}, x)$ on peut déduire $\text{mother}(\text{Bob}, \text{ANewMother})$

ANewMother est un constante de Skolem, équivalence déductive (pas d'équivalence logique)

Avec ces deux instantiations, on peut réduire FOL a des symboles de propositions.

10.1.1 Reduction to Propositional Logic

Le problème est que il y a une infinité de *ground terms* mais grace a Herbrand, on sait que :

*If a sentence α is entailed by a FOL KB, it's entailed by a **finite** subset of the propositionalized KB*

Application $n = 0$ a ∞ :

- creer un KB propositionnelle en l'instanciant avec un terme de profondeur n
- regarder si α est entaillé par le KB

Si α est pas entaillé l'algo loop a l'infini

Turing : Entaillement pour FOL est semidécidable

10.2 Unification

C'est une substitution qui fait que des expression logique différente semble identique

ex :

$\text{Parent}(\text{Bob}, \text{x})$ et $\text{Parent}(\text{y}, \text{z})$

- $\{\text{y}/\text{Bob}, \text{x}/\text{z}\} : \text{Parent}(\text{Bob}, \text{z})$
- $\{\text{y}/\text{Bob}, \text{x}/\text{Lucia}, \text{z}/\text{Lucia}\} : \text{Parent}(\text{Bob}, \text{Lucia})$

L'algo $\text{Unify}(p, q)$ prend 2 phrase atomique p et q et retourne une sibstitution qui fait que p et q sont identique.

$\text{Unify}(p, q) = \emptyset$ où $\text{Subst}(\emptyset, p) = \text{Subst}(\emptyset, q)$

\emptyset est l' unificateur des 2 phrases. il y en possiblement plus que 1

10.2.1 Most General Unifier

MGU pour les KOG, fait que "la substitution qui s'engage le moins sur les les variables contraignantes"

ex :

$\text{Unify}(\text{Parent}(\text{Bob}, \text{x}), \text{Parent}(\text{y}, \text{z})) = \{\text{y}/\text{Bob}, \text{x}/\text{z}\}$

MGU est unique

10.2.2 Standardize apart

Si 2 phrase partages des variables alors on peut les unifiers, pour eviter les conflits de noms, on renome un des variables.

$\text{Unify}(\text{Pare}(\text{Bob}, \text{x}), \text{Parent}(\text{y}, \text{z})) = \text{Unify}(\text{Parent}(\text{Bob}, \text{w}), \text{Parent}(\text{q}, \text{r}))$

10.2.3 Generalized Modus Ponens

avec $\text{Subst}(\emptyset, p_i) = \text{Subst}(\emptyset, p'_i)$ pour tous les I

$$\frac{p'_1, p'_2, \dots, p'_n, (p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_n \Rightarrow q)}{\text{Subst}(\emptyset, q)} \quad (13)$$

ex :

$$\frac{\text{King}(\text{Bob}), \text{Greedy}(\text{y}), (\text{King}(\text{x}) \wedge \text{Greedy}(\text{y}) \Rightarrow \text{Evil}(\text{x}))}{\text{Evil}(\text{Bob})} \quad (14)$$

Avec $\emptyset = \{\text{x}/\text{Bob}, \text{y}/\text{Bob}\}$

10.3 Forward Chaining

z

```

function UNIFY( $x, y, \theta$ ) returns a substitution to make  $x$  and  $y$  identical
  inputs:  $x$ , a variable, constant, list, or compound
            $y$ , a variable, constant, list, or compound
            $\theta$ , the substitution built up so far
  if  $\theta = \text{failure}$  then return failure
  else if  $x = y$  then return  $\theta$ 
  else if VARIABLE?( $x$ ) then return UNIFY-VAR( $x, y, \theta$ )
  else if VARIABLE?( $y$ ) then return UNIFY-VAR( $y, x, \theta$ )
  else if COMPOUND?( $x$ ) and COMPOUND?( $y$ ) then
    return UNIFY(ARGS[ $x$ ], ARGS[ $y$ ], UNIFY(OP[ $x$ ], OP[ $y$ ],  $\theta$ ))
  else if LIST?( $x$ ) and LIST?( $y$ ) then
    return UNIFY(REST[ $x$ ], REST[ $y$ ], UNIFY(FIRST[ $x$ ], FIRST[ $y$ ],  $\theta$ ))
  else return failure

function UNIFY-VAR( $var, x, \theta$ ) returns a substitution
  inputs:  $var$ , a variable
            $x$ , any expression
            $\theta$ , the substitution built up so far
  if  $\{var/val\} \in \theta$  then return UNIFY( $val, x, \theta$ )
  else if  $\{x/val\} \in \theta$  then return UNIFY( $var, val, \theta$ )
  else if OCCUR-CHECK?( $var, x$ ) then return failure
  else return add  $\{var/x\}$  to  $\theta$ 

```

10.3.1 First-order definite clauses

- Trouver toutes les règles dont les prémisses sont satisfaites
- Ajouter leurs conclusions au faits connus
- Répéter l'opération jusqu'à ce qu'une réponse soit apportée à la question ou qu'aucun fait nouveau n'est ajouté

```
function FOL-FC-ASK(KB,  $\alpha$ ) returns a substitution or false
  inputs: KB, the knowledge base, a set of first-order definite clauses
            $\alpha$ , the query, an atomic sentence

  while true do
    new  $\leftarrow \{\}$       // The set of new sentences inferred on each iteration
    for each rule in KB do
       $(p_1 \wedge \dots \wedge p_n \Rightarrow q) \leftarrow \text{STANDARDIZE-VARIABLES}(rule)$ 
      for each  $\theta$  such that  $\text{SUBST}(\theta, p_1 \wedge \dots \wedge p_n) = \text{SUBST}(\theta, p'_1 \wedge \dots \wedge p'_n)$ 
        for some  $p'_1, \dots, p'_n$  in KB
         $q' \leftarrow \text{SUBST}(\theta, q)$ 
        if  $q'$  does not unify with some sentence already in KB or new then
          add  $q'$  to new
           $\phi \leftarrow \text{UNIFY}(q', \alpha)$ 
          if  $\phi$  is not failure then return  $\phi$ 
        if new =  $\{\}$  then return false
        add new to KB
```

10.3.2 Analyse

Soundness : Il ne dérive que les phrases qui sont impliquées, parce que Generalize Modus Ponens le fait.

Completeness : Il répond à toutes les requêtes dont les réponses sont impliquées par le KB, mais peut ne pas se terminer en raison de la semi-décidabilité de l'implication avec des clauses définies.

10.4 Backward chaining

Commence avec les prémisses de l'objectif

- Chaque prémisses doit être supporté par le KB
- Commencer avec la premières hypothèses et chercher soutien du KB

La fonction est un algo récursive tel que une depth-first.

10.4.1 Logic programming: Prolog

Algorithm = Logic + Control

TODO

10.5 Résolutions

Chaque phrase d'un FOL peut être convertie en CNF (conjunctive Normal Form)

```

function FOL-BC-ASK(KB, goals, θ) returns a set of substitutions
  inputs: KB, a knowledge base
    goals, a list of conjuncts forming a query
    θ, the current substitution, initially the empty substitution { }
  local variables: ans, a set of substitutions, initially empty
  if goals is empty then return {θ}
  q' ← SUBST(θ, FIRST(goals))
  for each r in KB where STANDARDIZE-APART(r) = (p1 ∧ … ∧ pn ⇒ q)
    and θ' ← UNIFY(q, q') succeeds
    ans ← FOL-BC-ASK(KB, [p1, …, pn | REST(goals)], COMPOSE(θ, θ')) ∪ ans
  return ans

```

1. **Eliminer Implications** : $p \Rightarrow q$ devient $\neg p \vee q$
2. **Bouger les \neg qui sont devant** :
 - $\neg(p \vee q)$ devient $\neg p \wedge \neg q$
 - $\neg(p \wedge q)$ devient $\neg p \vee \neg q$
 - $\neg\forall x, p$ devient $\exists x \neg p$
 - $\neg\exists x, p$ devient $\forall x \neg p$
 - $\neg\neg p$ devient p
3. **standardiser les variables** : $(\forall x P(x)) \vee (\exists x Q(x))$ devient $(\forall x P(x)) \vee (\exists y Q(y))$
4. **Bouger les quantifiers à gauche** : $p \vee \forall x q$ devient $\forall x p \vee q$
5. **Skolemization** : Voir prochaine sections
6. **De Morgan**

10.5.1 Skolemization

Objectif est de:

- retirer tous les quantifiers existants
- Replacer les variables par des toutes nouvelles constantes qui n'existe pas de le KB

ex : $\exists x Q(x)$ devient $Q(A)$ avec où *A* est unique

Pour les phrases plus complexe, on utilise des fonctions de symbole (Skolem functions) pour indiquer des valeur spécifique.

ex : $\forall Animal(x, A)$ devient $\forall Animal(x, F(x))$

10.5.2 Resolution inference rule

Pour p_i and q_i où $UNIFY(p_j, \neg q_k) = \emptyset$

$$\frac{p_1 \vee \dots \vee p_j \dots \vee p_m, q_1 \vee \dots \vee q_k \dots \vee q_n}{SUBST(\emptyset, (p_1 \vee \dots \vee p_{j-1} \vee p_{j+1} \dots \vee p_m \vee q_1 \vee \dots \vee q_{k-1} \vee q_{k+1} \dots \vee q_n))} \quad (15)$$

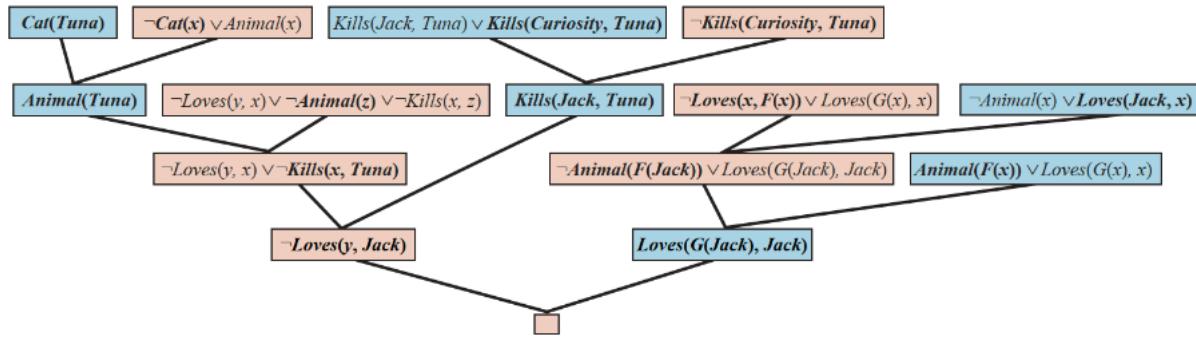
$$\begin{array}{c}
 \text{Animal}(F(x)) \vee \text{Loves}(G(x), x) \\
 \neg \text{loves}(u, v) \vee \neg \text{Kills}(u, v) \\
 \hline
 \text{Animal}(F(x)) \vee \neg \text{Kills}(G(x), x)
 \end{array}$$

With $\theta = \{ u/G(x), v/x \}$

exemple plus concret :

α est un conséquence logique de KB si $\text{KB} \models \alpha$ IFF $(\text{KB} \wedge \neg \alpha)$ insatisfait

On transforme juste $\neg \alpha$ en CNF et montre que $\text{KB} \wedge \alpha$ insatisfait car apres application des règles de résolutions.



10.5.3 Introducing answers

- Resolution : non constructive proof
- If goal is $\text{Kills}(\text{Curiosity}, \text{Tuna})$
a yes/no answer is OK
- If goal is $\exists x \text{ Kills}(x, \text{Tuna})$
a yes/no answer is not very helpful ...
- Possible to get an answer (substitution) that makes the goal to fail
 - Use the goal $\exists x \text{ Kills}(x, \text{Tuna}) \wedge \text{Answer}(x)$
 - Stop with the clause $\text{Answer}(\alpha)$
 - α is the answer

11 Automated Planning

11.1 Definition of classical planning

Trouver une séquence d'action pour accomplir l'objectif, c'est une combinaison de différentes techniques de IA:

- Seaching (Uninformed et informed)
- CSP
- Positional logic
 - Modélisation
 - Inference (SAT)
- FOL
 - modelisation

L'environnement est :

- Entierement observable
- déterministe
- fini
- statique
- discret

C'est similaire à un *Search problem* :

- Input :
 - Ensemble de state
 - Action ($\text{State} \rightarrow \text{State}$)
 - Initial state
 - Goal (1 ou un ensemble de state)
- Output
 - Séquence d'actions
- Difficulté :
 - Taille de l'espace de recherche
 - Méthode de recherche
 - * Goal test = black box
 - * doit implémenter actions pour chaque problème.
 - Introduire décomposition du problème

Son langage de représentation est le PDDL (Planning Domain Definitions Language)

11.1.1 Représentation du State

C'est un conjonction de (Ground et function free⁶) atoms ($\{A, B\} = A \wedge B$)

$$At(Plane1, Melbourne) \wedge In(Plane1, Bob) \quad (16)$$

Closes-World Assumption : si pas d'information sur $p(a)$ alors $p(a) = False$

Dois toujours avoir des variables At(x, MEL) ne peut pas être dans le state, pareil pour les négations $\neg At(Plane1, MEL)$ ne peut pas être dans le state, de même on ne peut pas mettre de fonction AT(Spouse(Ali), MEL).

11.1.2 Représentation des Actions

Un action définit ce qui change. c'est un sous ensemble restreint de FOL.

Spécifiés avec une **signature** (noms et paramètres), **Préconditions** (conjunction of literals), **Ef-fets** (conjunction of literals) ex:

Action(Fly(p, from, to))

Precond : at(p,from) \wedge Plane(p) \wedge Airport(From) \wedge Airport(to)

Effect : $\neg At(p, from) \wedge At(p, to)$

On peut aussi utiliser comme **Ground action** sans variables

Action(Fly(P1, SFO, JFK))

Precond : at(P1,SFO) ...⁷

Une action est **Applicable** dans une state s si et seulement si le préconditions de a est une conséquence logique de s si et seulement si s satisfait les préconditions de a

Le fait que si on retire les negations est que on a pas d'information sur eux donc on les retire sur du state.

Examples

- State = {A,B,C}, Precond = {A,C, $\neg D$ }
action is applicable
- State = {A,B,C}, Precond = {A,C}
action is applicable
- State = {A,B}, Precond = {A,C, $\neg D$ }
action is *not* applicable
- State = {A,B,C}, Precond = {A,C, $\neg B$ }
action is *not* applicable

L'application d'une action à un state retourne un state où :

⁶Ground veut dire sans variable et function free veut dire qui change en fonction du temps

⁷tu as compris

- Pour un literal A dans l'effet, il est ajouter au State
- Pour un littéral A négatif ($\neg A$) dans l'effet, il est retirer du state.

Ex: State = $\{A, B, C\}$ et Effecte = $\{E, \neg A\}$

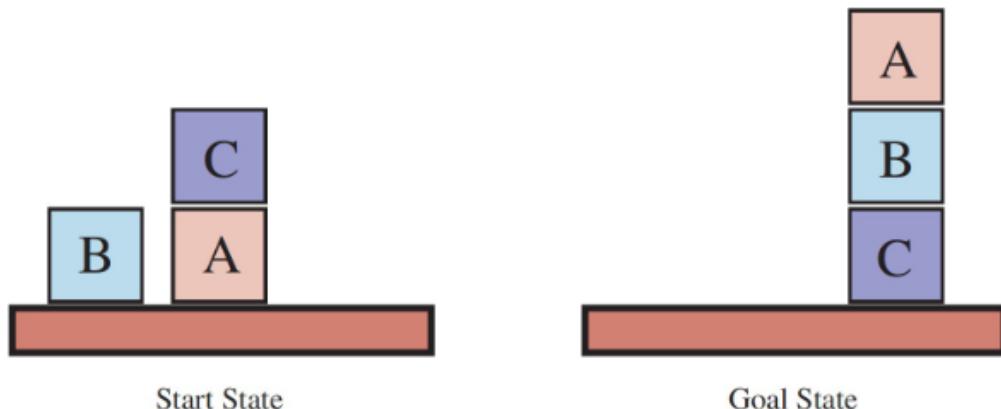
NewState = $\{B, C, E\}$, on a ajouter E et retirer A

11.1.3 Représentation des Goals

Une objectif = une state partiellement spécifié

C'est comme une précondition : une conjonction de littéraux (+ ou -)

Un state satisfait un Goal si il contient tous les atoms du goals



$On(C, Table)$
 $On(A, Table)$
 $On(B, Table)$

$On(A, B)$
 $On(B, C)$

```

Init(On(A,Table) ∧ On(B,Table) ∧ On(C,A)
     ∧ Block(A) ∧ Block(B) ∧ Block(C) ∧ Clear(B) ∧ Clear(C) ∧ Clear(Table))
Goal(On(A,B) ∧ On(B,C))
Action(Move(b,x,y),
       PRECOND: On(b,x) ∧ Clear(b) ∧ Clear(y) ∧ Block(b) ∧ Block(y) ∧
                  (b ≠ x) ∧ (b ≠ y) ∧ (x ≠ y),
       EFFECT: On(b,y) ∧ Clear(x) ∧ ¬On(b,x) ∧ ¬Clear(y))
Action(MoveToTable(b,x),
       PRECOND: On(b,x) ∧ Clear(b) ∧ Block(b) ∧ Block(x),
       EFFECT: On(b,Table) ∧ Clear(x) ∧ ¬On(b,x))
  
```

Voir exemple Air Cargo ou Spare tire Livre pour plus.

11.2 Algorithms for classical planning

11.2.1 Complexité

PlanSAT : Demande si il existe un plan qui résoud le planning probleme

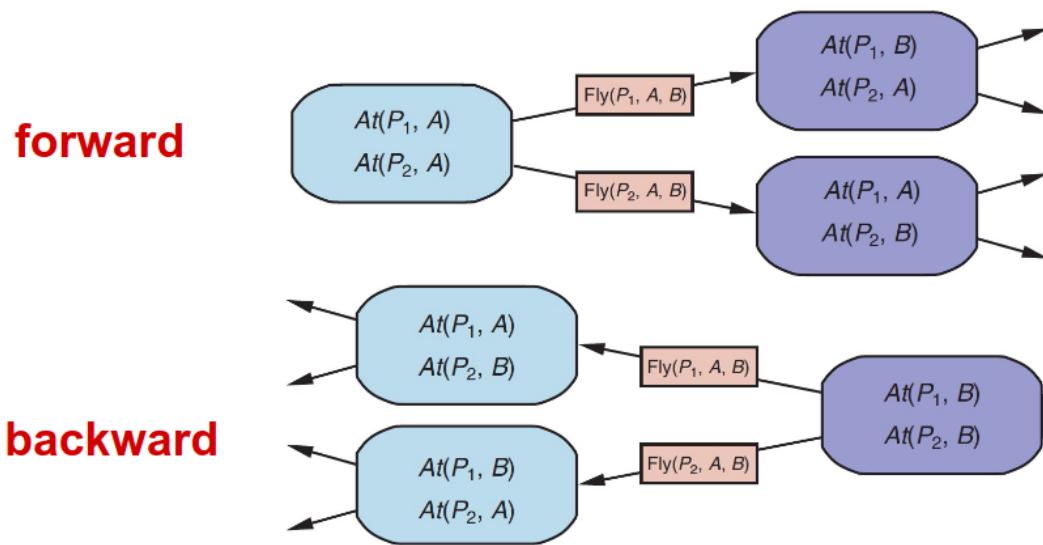
Bounded PlanSAT : Demande si il existe une solutions de longueur k ou moins

Les 2 problemes sont décidable (nombre fini de state)

Les 2 problemes sont dans **PSPACE** (plus difficile que NP) mais pas dans NP, PlanSAT est dans P, Bounded PlanSAT est dans NP-Complet.

11.2.2 Forward and backward search

c'est possible d'utiliser *classical state-space search methods* et avec préconditions/effetst, il es possible de rechercher dans n'importe quelle directions



11.2.3 Forward state-space search

Similaire a la Search Methode (Ch. 3)

Explore pas mal d'actions inutile, de plus state space est tres large(branching factor) c'est pour ca que une fonction heuristique précises est tres utile

11.2.4 Backward state-space Search

On commence du goal et on applique des actions a l'envers jusqu'a trouver une séquence d'etapes qui arrive au state initial. Marche seulement comment on sait faire une actions a l'envers pas toujours le cas. Dure de trouver un bon heuristique.

11.2.5 Planning as Boolean satisfiability

Planning par tester la satisfesabilité le phrase propositionnel $InitialState \wedge AllPossibleActionDescription \wedge Goal$

A TERMINER

11.3 Heuristics for planning

Recherche forward ou backward est inutile sans un bon heuristique

On cherche à approximer le nombre d'action pour arriver à l'objectif depuis un état donnée

11.3.1 Relaxed problem

On définit un nouveau problème qui est plus facile à résoudre que le problème initial, le coût de la solutions de ce problème devient l'heuristique du problème initial. On peut par exemple ignorer préconditions heuristique,

11.3.2 Set covering Problem

On retire toutes les préconditions, et on ignore les littéraux supprimés par actions.

11.3.3 Restricted precondition

On retire seulement quelques littéraux spécifiques dans les préconditions

11.3.4 Ignore-delete-list heuristic

Retirer la liste supprimer de toutes les actions (supprimer l'action négatifs dans les effet)

11.3.5 Domain-independent pruning

Plusieurs états ne sont juste des variantes d'autre états et donc un peu inutile de les visiter et donc on va élaguer certaine branche qui sont symétrique

12 Learning from examples

Learning : Améliorer la performance des prochaines taches apres avoirs faits des observations.
On ne peut pas anticiper toutes les situations possible. Le taches future peuvent changer ...

On se concentre seulement sur les learning problem depuis une collections de input/output, apprendre une fonctions qui prédit l'output pour une nouveau input

12.1 Feedback

3 types de feedback et détermine les 3 types d'apprentissage

- **Supervised Learning** : l'agent observe les inputs et outputs et apprend une fonctions qui match les inputs et outputs
- **Unsupervised Learning** : l'agent apprend des paternes des inputs meme si aucun output est donnés
- **Reinforcement Learning** : l'agent apprend par une succession de récompese ou de punitions en fonctions des ses actions

12.2 Supervised Learning

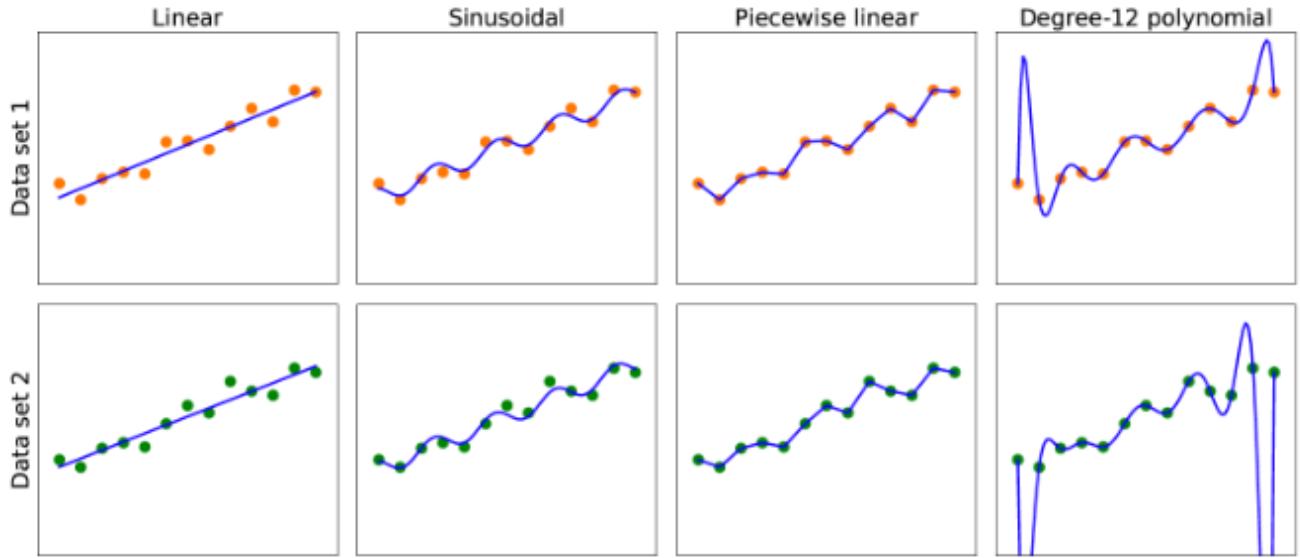
On donne un ensemble d'entraînement $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ où y_i est générée par une $f(x_i)$ inconnues. On découvre une fonction h qui approxime f

Pour mesurer la précision de l'hypothèse h on test sur un ensemble de test qui est différent de l'ensemble des test utilisé pour le learning de l'agent. Un Hypotheses se généralise bien si elle prédit correctement la valeur de y pour de nouveaux exemple

12.2.1 Classification VS. Regression

- **Classification** : la valeur de sortie est tirée d'un ensemble fini de valeurs
- **Regression** : L'output est un nombre

12.2.2 Ockam's Razor



On choisit toujours l'hypothèse la plus simple et consistante

On donne plus de priorité aux solutions de degré 1/2 et moins au plus grand (7/8)

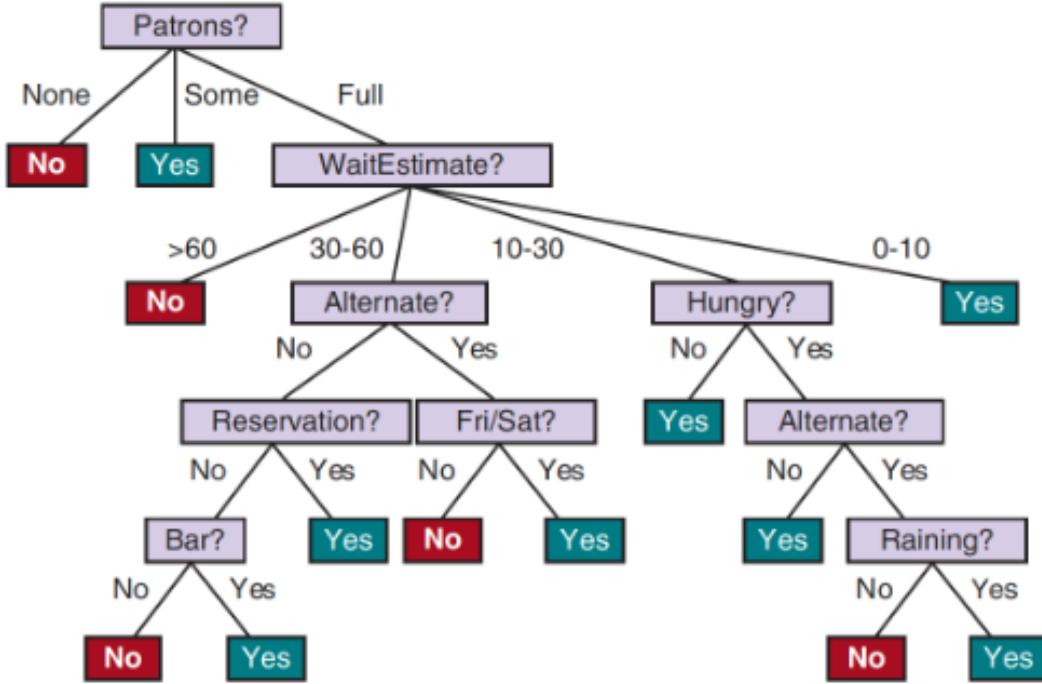
il faut choisir h^* qui est le plus probable avec les données

$$h^* = \arg \max_{h \in H} P(h|data) \quad (17)$$

$$h^* = \arg \max_{h \in H} P(data|h).P(h) \quad (18)$$

12.3 Learning Decision Trees

Représente une fonction qui prend un vecteur de valeur en inputs et retourne une décision (un simple valeur). Il trouve cette décision avec une séquence de tests, car chaque nœud de l'arbre est un test d'une valeur de l'input et les leafs donnent la décision.



1. *Alternate* : Seulement Si il y a un restaurant alternatif a coté
2. *Bar* : Seulement si le restaurant a un bar confortable
3. *Fri/Sat* : True vendredi et samedis
4. *Hungry* : Seulement si on a faim
5. *Patron* : Combien de personne dans le restaurant (None, Some, Full)
6. *Price* : Fourchette de prix
7. *Raining* : Si il pleut dehors
8. *Reservation* : Si on a fait une réservation
9. *Type* : le type de restaurant (francais, Thaie, italien, Burger)
10. *WaitEstimate* : Temps d'attente moyen (0, 10, 10-30, 30-60, >60)

$$Goal \Leftrightarrow (Path_1 \vee Path_2 \vee \dots \vee Path_n) \quad (19)$$

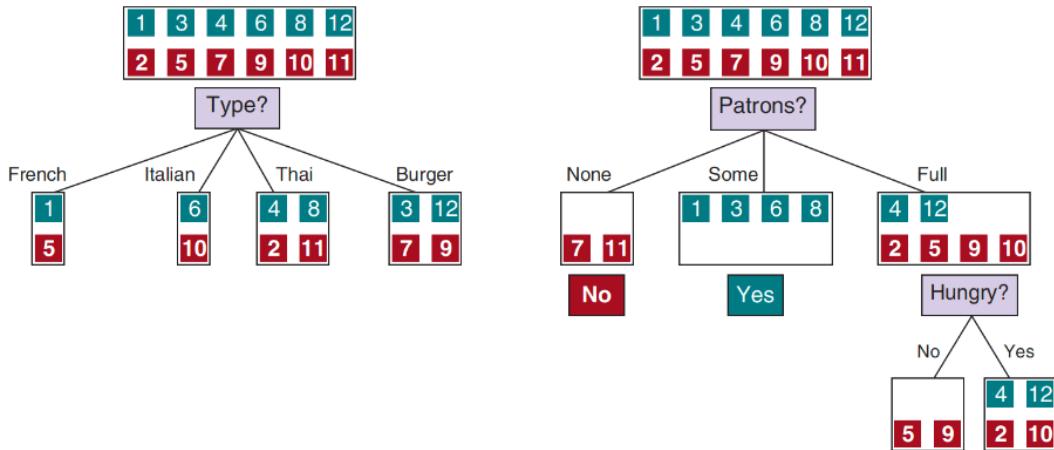
12.4 Decision tree from exemple

Exemple sont des tuples (X_i, y) où $X_i = x_{i1}, \dots, x_{in}$ sont les attributs en inputs et y un boolean

Example	Input Attributes										Output WillWait
	Alt	Bar	Fri	Hun	Pat	Price	Rain	Res	Type	Est	
x_1	Yes	No	No	Yes	Some	\$\$\$	No	Yes	French	0–10	$y_1 = Yes$
x_2	Yes	No	No	Yes	Full	\$	No	No	Thai	30–60	$y_2 = No$
x_3	No	Yes	No	No	Some	\$	No	No	Burger	0–10	$y_3 = Yes$
x_4	Yes	No	Yes	Yes	Full	\$	Yes	No	Thai	10–30	$y_4 = Yes$
x_5	Yes	No	Yes	No	Full	\$\$\$	No	Yes	French	>60	$y_5 = No$
x_6	No	Yes	No	Yes	Some	\$\$	Yes	Yes	Italian	0–10	$y_6 = Yes$
x_7	No	Yes	No	No	None	\$	Yes	No	Burger	0–10	$y_7 = No$
x_8	No	No	No	Yes	Some	\$\$	Yes	Yes	Thai	0–10	$y_8 = Yes$
x_9	No	Yes	Yes	No	Full	\$	Yes	No	Burger	>60	$y_9 = No$
x_{10}	Yes	Yes	Yes	Yes	Full	\$\$\$	No	Yes	Italian	10–30	$y_{10} = No$
x_{11}	No	No	No	No	None	\$	No	No	Thai	0–10	$y_{11} = No$
x_{12}	Yes	Yes	Yes	Yes	Full	\$	No	No	Burger	30–60	$y_{12} = Yes$

12.5 The Decision-Tree-Learning Algorithm

On veut le tree le plus petit possible, on peut donc choisir l'attribut le plus important ou alors diviser en sous probleme



Quand on crée un arbre de décision, il y a 4 cas possible :

1. Si tous les exemples sont positif (négatif) alors résulte Yes (No)
2. Si il y a des positif et négatif, alors choisir le meilleur attribut pour les splits
3. Si il n'y a plus d'exemple qui reste retourner une valeur défaut
4. Si il n'y a plus d'attribut qui reste, mais que les exemples sont positif et négatif, alors les exemple sont incohérents. Return la classification plurielle des exemples restants (vote majoritaire)

```

function LEARN-DECISION-TREE(examples, attributes, parent-examples) returns a tree
  if examples is empty then return PLURALITY-VALUE(parent-examples)
  else if all examples have the same classification then return the classification
  else if attributes is empty then return PLURALITY-VALUE(examples)
  else
     $A \leftarrow \operatorname{argmax}_{a \in \text{attributes}} \text{IMPORTANCE}(a, \text{examples})$ 
    tree  $\leftarrow$  a new decision tree with root test A
    for each value v of A do
      exs  $\leftarrow \{e : e \in \text{examples} \text{ and } e.A = v\}$ 
      subtree  $\leftarrow$  LEARN-DECISION-TREE(exs, attributes - A, examples)
      add a branch to tree with label (A = v) and subtree subtree
  return tree

```

12.6 Entropy

Caclule l'incertitude d'une variable random.

$$H(V) = \sum_k P(v_k) \log_2\left(\frac{1}{P(v_k)}\right) = -\sum_k P(v_k) \cdot \log_2(P(v_k)) \quad (20)$$

ex: piece non truquée (50/50)

$$H(Fair) = -(0.5 \log_2(0.5) + 0.5 \log_2(0.5)) = 1 \quad (21)$$

ex: piece truquée (99/1)

$$H(Unfair) = -(0.99 \log_2(0.99) + 0.01 \log_2(0.01)) = 0.08 \quad (22)$$

L'entropie d'un boolean random ave une probabilité de True a q (false = $1 - q$)

$$B(q) = -(q \cdot \log_2(q) + (1 - q) \cdot \log_2(1 - q)) \quad (23)$$

12.7 Learning Curves

On split les exemples en un ensemble de training et test. On apprend des hypotheses et on mesure la précision avec l'ensemble des test.

On commence avec un ensemble l'entrainement de 1 que on augmente au fur et a mesure. On peut remarquer que la précission augmente avec un ensemble de trainning plus large.

12.8 Ensemble learning

Générer une collectino/ensemble d'hypothese et combiner leur prédictions. Cela augmente les performance.

12.8.1 Bagging

- On génère K training set avec N exemple
- Produit K décision d'algo
- Pour un nouvel input
 - Predit k hypothese
 - vote a la majorité

12.8.2 Random Forest

Produit k décision algo sur l'exemple donnée

ça varie en fonction du choix des attribut

A chaque split on fait une restriction random des choix des attributs

12.8.3 Boosting

Un set d'entraînement avec des poids, chaque exemple associé a un exemple et donc adapte sa méthode d'apprentissage avec les poids.

Génère au début une hypothèse avec un poids de 1, on augmente le poids des exemples mal classés.

On stop quand on a k hypothèses et on les utilise pour calculer la prediction