

力学与理论力学期中试卷

学号_____ 姓名_____ 成绩_____ (闭卷)

一. (8 分) 已知一质点在 XY 平面内的加速度 $\vec{a} = 4t\vec{i} + 3\vec{j}$, $t=0\text{s}$ 时, $\vec{r}_0 = \vec{0}$, $\vec{v}_0 = \vec{0}$

(1) 求 \vec{v} , \vec{r}

(2) 求 $t=2\text{s}$ 时, 质点的切向加速度 a_τ 与法向加速度 a_n 的大小

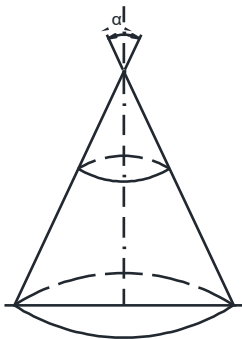
二. (8 分) 某个在平面上运动的质点, 其速度的 y 分量 $\dot{y} = c$, c 为常量, 试证其

加速度值 $a = \frac{v^3}{c\rho}$, 其中 v 为质点的速率, ρ 为曲率半径。

三. (10 分) 一个原长为 l_0 , 弹性系数为 k , 质量为 m 的重弹簧水平地套在顶角为 α 的光滑圆锥上, 如图所示。

(1) 若圆锥静止, 弹簧在圆锥面上也保持静止, 求弹簧的长度和弹簧的张力。

(2) 若圆锥绕其竖直的对称轴以恒定的角速度 ω 旋转, 弹簧在圆锥面上相对静止, (1) 问的结果有何变化?



四. (10 分) 一边长为 a, b 的均匀矩形薄板, 质量为 m 。

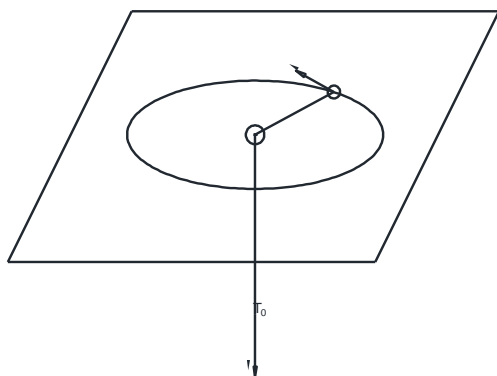
(1) 中间挖去半径为 r 的圆形;

(2) 在 (1) 问的基础上再在一角上挖去边长为 c 的正方形;

分别求它们对于过中心且垂直于板的轴的转动惯量

五. (15 分) 一质量为 m 的质点在光滑水平面上以速率 v_0 做半径为 R_0 的圆周运动, 该质点系在一根不可伸长的轻绳上, 绳子又穿过该平面上的一个光滑小孔。

- (1) 求 B 端所受竖直向下的外力 T_0 ;
- (2) 求质点的动能以及对小孔的角动量;
- (3) 若使 B 端的外力 T_0 极缓慢地增大到 $2T_0$, 用功的定义式求拉力所做的功; 并求质点最终的动能为多少?
- (4) 如果拉力不是缓慢增大的, 讨论第 (3) 问的答案还对吗?

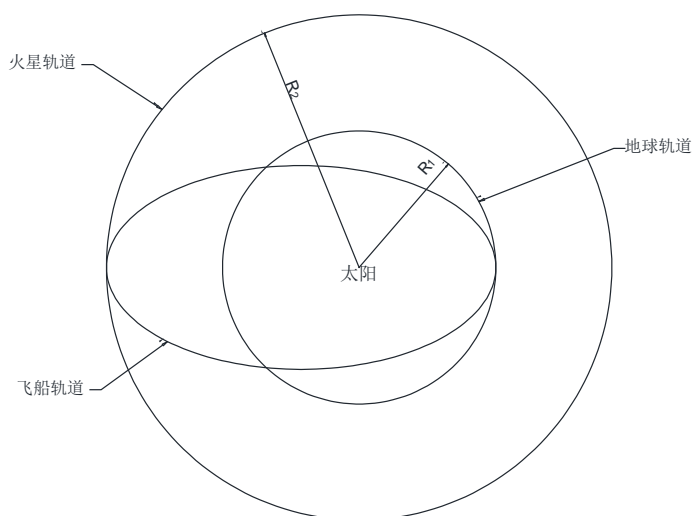


六. (15 分) 两个质量均为 m 的质点, 连在一根长为 L , 质量可忽略不计的刚性杆的两端。该系统在光滑水平面上以质心速度为 V , 角速度为 ω (其方向垂直于运动平面) 运动时, 其一端的一个质点与另一个质量也为 m 的静止质点发生完全非弹性碰撞, 碰撞时, 运动的质点的速度方向与质心的速度方向相反。

- (1) 求碰撞以后系统的角速度;
- (2) 求在碰撞中损失的机械能;

七. (17 分) 设一宇宙飞船沿一个围绕太阳的椭圆轨道从地球发往火星, 近日点在地球绕太阳的轨道上, 远日点在火星绕太阳的轨道上, 如图所示。不考虑地球和火星对飞船的引力作用, 设地球和火星都绕太阳做圆周运动, 轨道半径分别为 R_1 、 $R_2 = 1.5R_1$ 。求:

- (1) 宇宙飞船的轨道方程;
- (2) 先证明开普勒第三定律, 然后用它计算宇宙飞船按上述轨道从地球到达火星所用的时间;
- (3) 求宇宙飞船需以多大的速度离开地球? 仍不考虑地球的引力作用, 也不考虑地球的自转;



八. (17 分)(1) 一个半径为 R , 质量为 M 的均质圆球以质心速度 V_0 , 角速度 $\omega_0 = \frac{2V_0}{R}$ 往回自转, 在光滑地板上运动后, 进入粗糙区域后继续沿直线运动, 由于摩擦它最终做纯滚动, 求质心的末速度;

(2) 现在有两个全同的均质球, 一个以 (1) 问中的末速度无滑动地滚向处于静止的另外一个球, 发生正碰, 假定碰撞瞬时忽略所有摩擦力且认为碰撞是完全弹性的, 计算碰撞后两球最后变为纯滚动时的质心速度以及碰撞后由于摩擦力作用损失的机械能与初始能量之比;