北 京 交 通 大 学

2019-2020-1- 《概率论与数理统计 B》期末考试 试卷 A 参考答案

一、单选题（本题满分 30 分，共有 10 道小题，每道小题 3 分）

1、设随机事件 A 与 B 互不相容，且 $P(A\cup B)<1$，$P(A)>0$，$P(B)>0$．则在下列四个等式中，错误的式子为【 D 】.

（A）$P(B\overline{A})=P(B)$ （B）$P(\overline{A}B\cup A\overline{B})=P(\overline{A}B)+P(A\overline{B})$

（C）$P(\overline{A}\cup\overline{B})=1$ （D）$P(\overline{A}\overline{B})=0$.

解：由于 $AB=\varnothing$，所以 $B\subset\overline{A}$，因此 $\overline{A}B=B$，所以有 $P(\overline{A}B)=P(B)$，即选项 (A) 正确；

由于 $\overline{A}B$ 与 $A\overline{B}$ 互不相容，所以 $P(\overline{A}B\cup A\overline{B})=P(\overline{A}B)+P(A\overline{B})$，即选项 (B) 正确；

由于 $\overline{A}\cup\overline{B}=\overline{AB}$，再由 $AB=\varnothing$，得 $P(\overline{A}\cup\overline{B})=P(\overline{AB})=1-P(AB)=1-0=1$.

即选项 (C) 正确；

由于 $\overline{A}\overline{B}=\overline{A\cup B}$，所以 $P(\overline{A}\overline{B})=P(\overline{A\cup B})=1-P(A\cup B)$．再由于 $P(A\cup B)<1$，

所以，$P(\overline{A}\overline{B})=1-P(A\cup B)>0$，即选项 (D) 错误.

2、设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，$X_1,X_2,\ldots,X_n$ 为取自总体 X 的简单随机样本，$\overline{X}$ 为样本均值，S^2 为样本方差，则有【 B 】.

（A）$E(\overline{X}^2-S^2)=\mu^2-\sigma^2$ （B）$E(\overline{X}-S^2)=\mu-\sigma^2$

（C）$E(\overline{X}^2+S^2)=\mu^2+\sigma^2$ （D）$E(\overline{X}-S^2)=\mu^2+\sigma^2$.

解：由于 $\overline{X}$ 与 S^2 相互独立，故 $E(\overline{X}-S^2)=E(\overline{X})-E(S^2)=\mu-\sigma^2$.

3、设随机变量 $X\sim t(n)\,(n>1)$，$Y=\dfrac{1}{X^2}$，则【 C 】.

（A）$Y\sim\chi^2(n)$ （B）$Y\sim\chi^2(n-1)$ （C）$Y\sim F(n,\ 1)$ （D）$Y\sim F(1,\ n)$.

解：由 $X\sim t(n)$，故 $X=\dfrac{U}{\sqrt{V/n}}$，其中 $U\sim N(0,1),\ V\sim\chi^2(n)$.

于是 $Y=\dfrac{1}{X^2}=\dfrac{V/n}{U^2/1}\sim F(n,\ 1)$，故（C）正确.

4、$X_1,X_2,\ldots,X_n$ 为取自总体 $N(0,1)$ 的简单随机样本，记 $\overline{X}=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}X_i$，$S^2=\dfrac{1}{n-1}\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$，$T=(\overline{X}+1)(S^2+1)$，则 $E(T)=$【 C 】.

（A）0 （B）1 （C）2 （D）4.

解：$E(\overline{X})=0,\quad E(S^2)=1$，且 $\overline{X}$ 与 S^2 相互独立，故

$$E(T)=E[(\overline{X}+1)(S^2+1)]=E[(\overline{X}+1)]\cdot E[(S^2+1)]=1\times(1+1)=2.$$

5、X 的密度函数为 $f(x)$，$f(-x)=f(x)$，$F(x)$为 X 的分布函数，对任意 a，必有【 B 】.

（A）$F(-a)=1-\int_0^a f(x)dx$ （B）$F(-a)=\frac{1}{2}-\int_0^a f(x)dx$

（C）$F(-a)=F(a)$ （D）$F(-a)=2F(a)-1$.

解：$F(-a)=\int_{-\infty}^{-a} f(x)dx=\frac{1}{2}-\int_{-a}^{0} f(x)dx=\frac{1}{2}-\int_0^a f(x)dx$；

$F(a)+F(-a)=1\Rightarrow F(-a)=1-F(a)$.

6、设随机变量 X,Y 相互独立，且 $X\sim N(0,2),\ Y\sim N(0,3)$，则 $D(X^2+Y^2)=$【 D 】.

（A）5 （B）13 （C）18 （D）26.

解：$X\sim N(0,2)$，故 $\frac{X}{\sqrt{2}}\sim N(0,1)$，则 $\frac{X^2}{2^2}\sim\chi^2(1)$，所以 $D(X^2)=8$，同理 $D(Y^2)=18$.

又由于 X,Y 相互独立，故 $D(X^2+Y^2)=8+18=26$.

7、随机变量 (X,Y) 的分布函数为 $F(x,y)$，边缘分布为 $F_X(x)$ 和 $F_Y(y)$，则概率 $P(X>x,Y>y)$ 等于【 C 】.

（A）$1-F(x,y)$ （B）$1-F_X(x)-F_Y(y)$

（C）$F(x,y)-F_X(x)-F_Y(y)+1$ （D）$F(x,y)+F_X(x)+F_Y(y)-1$.

解：$P(X>x,Y>y)=1-P(X\le x)-P(Y\le y)+P(X\le x,Y\le y)$

$=1-F(x)-F(y)+F(x,y)$.

8、设随机变量 X 服从参数为 1 的指数分布，记 $Y=\max\{X,\ 1\}$，则 $EY=$【 B 】.

（A）1 （B）$1+e^{-1}$ （C）$1-e^{-1}$ （D）e^{-1}.

解：随机变量 X 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases} e^{-x}, & x>0 \\ 0, & x\le 0 \end{cases}$，因此

$$\begin{aligned} EY &= E[\max\{X,\ 1\}]=\int_{-\infty}^{+\infty}\max(x,1)\cdot f(x)dx \\ &=\int_0^{+\infty}\max(x,1)\cdot e^{-x}dx \\ &=\int_0^1 e^{-x}dx+\int_1^{+\infty}xe^{-x}dx=1+e^{-1}. \end{aligned}$$

9、设总体 X 服从区间 $(\theta,\ \theta+1)$ 上的均匀分布，$(X_1,\ X_2,\ 6\ ,\ X_n)$ 是取自该总体中的一个样本，则未知参数 θ 的矩估计量为 $\hat{\theta}=$【 A 】.

（A）$\overline{X}-\frac{1}{2}$ （B）$\overline{X}+\frac{1}{2}$ （C）$\overline{X}-1$ （D）$\overline{X}+1$.

解：总体 X 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases} 1 & \theta<x<\theta+1 \\ 0 & 其它 \end{cases}$，则

$$E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x)dx=\int_{\theta}^{\theta+1}xdx=\frac{1}{2}x^2\Big|_{\theta}^{\theta+1}=\frac{1}{2}\left[(\theta+1)^2-\theta^2\right]=\frac{1}{2}(2\theta+1)=\theta+\frac{1}{2},$$

所以，$\theta = E(X) - \frac{1}{2}$.

将$E(X)$用样本均值$\overline{X}$来替换，得θ的矩估计量为$\hat{\theta} = \overline{X} - \frac{1}{2}$.

10、设$X \sim U[-1,1]$，则$U = \arcsin X$ 和$V = \arccos X$ 的相关系数等于【　A　】

(A)　-1.　　(B)　0.　　(C)　0.5.　　(D)　1.

解：由于$U = \arcsin X$ 和$V = \arccos X$ 有明显的线性关系：

$$\arcsin X + \arccos X = \frac{\pi}{2},$$

可见，$U = \arcsin X$ 和$V = \arccos X$ 相关系数ρ的绝对值等于 1.

因为$\arcsin X$ 和$\arccos X$ 增减变化趋势恰好相反，立可断定$\rho = -1$.

二、选择题（本题满分 20 分，共有 5 道小题，每道小题 4 分）

1、设X表示在n次独立重复试验中事件A发生的次数，又$P(A) = \frac{1}{2}$，且$E[X(X-1)] = 5$，则必有【　B　】.

（A）$n^2 - n - 20 = 0$　（B）$n = 5$　（C）$n = -4$　（D）$n = 4$.

解：由于X表示在n次独立重复试验中事件A发生的次数，所以$X \sim B(n,\quad p)$．且$p = P(A) = \frac{1}{2}$.

所以，$E(X) = np = \frac{n}{2}$，$D(X) = np(1-p) = \frac{n}{4}$．但是

$$D(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = E(X(X-1)) + E(X) - [E(X)]^2 = 5 + \frac{n}{2} - \left(\frac{n}{2}\right)^2 = \frac{n}{4},$$

由此，得方程$\frac{n^2}{4} - \frac{n}{4} - 5 = 0$，$n^2 - n - 20 = 0$.

解方程，得$n_1 = 5,\quad n_2 = -4$．舍去$n_2 = -4$，得$n_1 = 5$.

2、二维随机变量(X,Y)在区域$D = \{(x,y) \mid -1 < x < 1,\ -1 < y < 1\}$上服从均匀分布，则【　D　】.

（A）$P(X+Y \ge 0) = \frac{1}{4}$　（B）$P(X-Y \ge 0) = \frac{1}{4}$

（C）$P(\max\{X,Y\} \ge 0) = \frac{1}{4}$　（D）$P(\min\{X,Y\} \ge 0) = \frac{1}{4}$.

解：$f(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{4}, & -1 < x < 1,\ -1 < y < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$，所以

$$P(X+Y \ge 0) = \iint\limits_{x+y \ge 0} f(x,y)dxdy = \iint\limits_{y \ge -x} \frac{1}{4}dxdy = \frac{1}{2};$$

$$P(X-Y \ge 0) = \iint\limits_{x-y \ge 0} f(x,y)dxdy = \iint\limits_{y \le x} \frac{1}{4}dxdy = \frac{1}{2};$$

$$P(\min\{X,Y\}\ge 0)=P(X\ge 0,Y\ge 0)\iint\limits_{x\ge 0,y\ge 0} f(x,y)dxdy=\int_0^1 dx\int_0^1 \frac{1}{4}dy=\frac{1}{4};$$

$$\begin{aligned}P(\max\{X,Y\}\ge 0)&=1-P(\max\{X,Y\}<0)\\&=1-P(X<0,Y<0)\\&=1-\iint\limits_{x<0,y<0} f(x,y)dxdy=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}.\end{aligned}$$

3、设总体 X 服从参数为 $\lambda\,(\lambda>0)$ 的泊松分布，$X_1,X_2,...,X_n\ (n\ge 2)$ 为取自总体 X 的简单随机样本，则对应的统计量 $T_1=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，$T_2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n-1}X_i+\frac{1}{n}X_n$，有【　D　】.

（A）$E(T_1)>E(T_2),\quad D(T_1)>D(T_2)$　　（B）$E(T_1)>E(T_2),\quad D(T_1)<D(T_2)$

（C）$E(T_1)<E(T_2),\quad D(T_1)>D(T_2)$　　（D）$E(T_1)<E(T_2),\quad D(T_1)<D(T_2)$.

解：总体 X 服从参数为 $\lambda\,(\lambda>0)$ 的泊松分布，故 $E(X_i)=\lambda,\quad D(X_i)=\lambda,\quad i=1,2,...,n$.

$$E(T_1)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}E(X_i)=\frac{n\lambda}{n}=\lambda,\quad D(T_1)=\frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n}D(X_i)=\frac{n\lambda}{n^2}=\frac{\lambda}{n};$$

$$E(T_2)=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n-1}E(X_i)+\frac{\lambda}{n}=(1+\frac{1}{n})\lambda,$$

$$D(T_2)=\frac{1}{(n-1)^2}\sum_{i=1}^{n-1}D(X_i)+\frac{\lambda}{n^2}=(\frac{1}{n-1}+\frac{1}{n^2})\lambda.$$

所以，$E(T_1)<E(T_2),\quad D(T_1)<D(T_2)$.

4、设 $X_1,X_2,...,X_n$ 为取自总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的简单随机样本，记样本方差为 S^2，则 $D(S^2)$ 等于

【　C　】.

（A）$\frac{2\sigma^2}{n-1}$　　（B）$\frac{2\sigma^2}{n}$　　（C）$\frac{2\sigma^4}{n-1}$　　（D）$\frac{2\sigma^4}{n}$.

解：显然，有 $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\sim\chi^2(n-1),\quad D[\chi^2(n-1)]=2(n-1)$，

得到，$D[\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}]=\frac{(n-1)^2}{\sigma^4}D(S^2)=D[\chi^2(n-1)]=2(n-1)$，

所以，$D(S^2)=\frac{2\sigma^4}{n-1}$.

5、设 $\overline{X}$ 是取自总体 X 中的简单随机样本 $X_1,X_2,...,X_n$ 的样本均值，则 $\overline{X}$ 是 μ 的**矩估计**的充分条件是【　A　】.

（A）$X\sim N(\mu,\sigma^2)$　　（B）X 服从参数为 μ 的指数分布

（C）$P(X=m)=\mu(1-\mu)^{m-1},m=1,2,...$　　（D）X 服从 $[0,\quad \mu]$ 上的均匀分布.

解：若 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，则 $E(X)=\mu,\quad \mu$ 的矩估计 $\hat{\mu}=\overline{X}$，故（A）正确；

若 X 服从参数为 μ 的指数分布，则 $E(X)=\frac{1}{\mu},\quad \mu$ 的矩估计 $\hat{\mu}=\frac{1}{\overline{X}}$，故（B）错误；

若 X 服从参数为 μ 的几何分布，则 $E(X)=\dfrac{1}{\mu}$，μ 的矩估计 $\hat{\mu}=\dfrac{1}{\overline{X}}$，故（C）错误；

若 X 服从 $[0,\ \mu]$ 上的均匀分布，则 $E(X)=\dfrac{\mu}{2}$，μ 的矩估计 $\hat{\mu}=2\overline{X}$，故（D）错误．

三、（满分 10 分）一房间有 3 扇同样大小的窗户，其中只有一扇是打开的．有一只鸟在房子里飞来飞去，它只能从开着的窗子飞出去．假定这只鸟是没有记忆的，且鸟飞向各个窗子是随机的．若令 X 表示鸟为了飞出房间试飞的次数．求（1）X 的分布律．（2）这只鸟最多试飞 3 次就飞出房间的概率．（3）若有一只鸟飞出该房间 5 次，其中有 4 次它最多试飞了 3 次就飞出房间，请问“假定这只鸟是没有记忆的”是否合理？

解：（1）X 的取值为$1,\ 2,\ 3,\ \cdots$，并且

$$P\{X=k\}=P\{\text{前}k-1\text{次试飞均未飞出房间，第}k\text{次试飞飞出房间}\}=\left(\frac{2}{3}\right)^{k-1}\cdot\frac{1}{3},$$

因此 X 的分布律为

$$P\{X=k\}=\left(\frac{2}{3}\right)^{k-1}\cdot\frac{1}{3}\qquad (k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots).$$ --3 分

（2）$$P\{\text{这只鸟最多试飞3次就飞出房间}\}=P\{X\le 3\}=\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}+\left(\frac{2}{3}\right)^2\cdot\frac{1}{3}=\frac{19}{27}.$$ --6 分

（3）若将这只鸟是否“最多试飞 3 次就飞出房间”看作是一次 *Bernoulli* 试验，则这只鸟飞进该房间 5 次可以看作是一个 5 重 *Bernoulli* 试验．

$$A=\{\text{这只鸟最多试飞3次就飞出房间}\}\text{，则 }P(A)=\frac{19}{27}.$$

所以，$$P\{\text{5重Bernoulli试验恰好成功4次}\}=C_5^4\left(\frac{19}{27}\right)^4\cdot\frac{8}{27}=0.3633.$$

这表明：“假定这只鸟是没有记忆的”是合理的．　--10 分

四、（满分 10 分）设某种商品每周的需求量 X 是服从区间 [10，30] 上均匀分布的随机变量，而经销商店进货数量为区间 [10，30] 中的某一整数，商店每销售一单位商品可获利 500 元；若供大于求则削价处理，每处理一单位商品亏损 100 元；若供不应求，则可从外部调剂供应，此时一单位商品可获利 300 元，为使商品所获利润的期望值不少于 9280 元，试确定最小进货量．

解：令 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{20}, 10<x<30,\\ 0,\quad \text{其它}\end{cases}$　设进货量为 s，则利润为　--2 分

$$Z=\begin{cases}500X-100(s-X), 10<X<s\\ 500s+300(X-s), s\le X<30\end{cases}=\begin{cases}600X-100s, 10<X<s\\ 200s+300X, s\le X<30\end{cases}$$

$$z=g(x)==\begin{cases}600x-100s, 10<x<s\\ 200s+300x, s\le x<30\end{cases}$$ --5 分

$$EZ=Eg(X)=\int_{-\infty}^{\infty}g(x)f(x)dx=\int_{10}^{s}(600x-100s)\frac{1}{20}dx+\int_{s}^{30}(200s+300x)\frac{1}{20}dx$$

$$=-7.5s^2+350s+5250\,. \qquad \text{--7 分}$$

由题意，得 $-7.5s^2+350s+5250\ge 9280,\quad (3s-62)(2.5s-65)\le 0,$

即 $\quad 3s-62\ge 0,\quad 2.5s-65\le 0,\quad 20\frac{2}{3}\le s\le 26,$

因此，最小进货量 $s=21.$ --10 分

五、（满分 10 分） 已知 X 为随机变量，$Y=X^2+X+1$，

1）若 X 的概率分布为 $P(X=-1)=P(X=0)=P(X=1)=\frac{1}{3}$；求 Y 的分布函数 $F_Y(y)$；

2）若 X 的分布函数 $F_X(x)$，求 Y 的分布函数 $F_Y(y)$；

3）若 X 在 $(0,\ 1)$ 上服从均匀分布，求 Y 的概率密度 $f_Y(y)$.

解：1）由题意，Y 为离散型随机变量，因此，

$$P(Y=1)=P(X=-1)+P(X=0)=\frac{2}{3};\quad P(Y=3)=P(X=1)=\frac{1}{3},$$

故 Y 的分布函数

$$F_Y(y)=P(Y\le y)=\begin{cases}0 & ,y<1\\ \frac{2}{3} & 1\le y<3\\ 1 & 3\le y\end{cases} \qquad \text{--3 分}$$

2）$F_X(x)=P(X\le x)$，$Y=X^2+X+1=(X+\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}\ge\frac{3}{4}$，

因此，$F_Y(y)=P(Y\le y)=P((X+\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}\le y)$，

当 $y<\frac{3}{4}$ 时，$F_Y(y)=0$；

当 $y\ge\frac{3}{4}$ 时，$F_Y(y)=P((X+\frac{1}{2})^2\le y-\frac{3}{4})=P(|X+\frac{1}{2}|\le\sqrt{y-\frac{3}{4}})$

$$=P(-\sqrt{y-\frac{3}{4}}\le X+\frac{1}{2}\le\sqrt{y-\frac{3}{4}})$$

$$=P(-\sqrt{y-\frac{3}{4}}-\frac{1}{2}\le X\le\sqrt{y-\frac{3}{4}}-\frac{1}{2})$$

$$=F_X(\sqrt{y-\frac{3}{4}}-\frac{1}{2})-F_X(-\sqrt{y-\frac{3}{4}}-\frac{1}{2}).$$

故 Y 的分布函数

$$F_Y(y)=\begin{cases}0 & ,y<\frac{3}{4}\\ F_X(\sqrt{y-\frac{3}{4}}-\frac{1}{2})-F_X(-\sqrt{y-\frac{3}{4}}-\frac{1}{2}) & ,y\ge\frac{3}{4}\end{cases} \qquad \text{--6 分}$$

3）若 X 在 $(0,\ 1)$ 上服从均匀分布，即 $f_X(x)=\begin{cases}1, & 0<x<1\\ 0, & other.\end{cases}$

故，$F_Y(y)=P(X^2+X+1\le y,\quad 0<X<1)$.

当 $y<1$ 时，$F_Y(y)=0$；

当 $1\le y<3$ 时，$F_Y(y)=P((X+\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}\le y,\quad 0<X<1)$

$$=P(-\sqrt{y-\frac{3}{4}}-\frac{1}{2}\le X\le\sqrt{y-\frac{3}{4}}-\frac{1}{2},\quad 0<X<1)$$

$$=P(0<X\le\sqrt{y-\frac{3}{4}}-\frac{1}{2})=\sqrt{y-\frac{3}{4}}-\frac{1}{2}.$$

当 $y\ge 3$ 时，$F_Y(y)=P((X+\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}\le y,\quad 0<X<1)=1$.

故 Y 的分布函数

$$F_Y(y)=\begin{cases}0, & y<1,\\ \sqrt{y-\frac{3}{4}}-\frac{1}{2}, & 1\le y<3,\\ 1, & 3\le y.\end{cases}\quad 故\ f_Y(y)=\begin{cases}\frac{1}{\sqrt{4y-3}}, & 1<y<3,\\ 0, & other.\end{cases}$$ --10 分

六、（满分 10 分）设总体 X 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases}\theta x^{-(\theta+1)} & x>1\\ 0 & x\le 1\end{cases}$，其中 $\theta>1$ 是未知参数．$(X_1,\ X_2,\ 6\ ,\ X_n)$ 是从该总体中抽取的一个样本，试求参数 θ 的最大似然估计量．

解：构造似然函数为

$$L(\theta)=\prod_{i=1}^{n}f(x_i)=\prod_{i=1}^{n}\theta x_i^{-(\theta+1)}=\theta^n(x_1x_2 6\ x_n)^{-(\theta+1)}$$ --3 分

取 $\ln L(\theta)=n\ln\theta-(\theta+1)\sum_{i=1}^{n}\ln x_i$.

令 $\frac{d}{d\theta}\ln L(\theta)=\frac{n}{\theta}-\sum_{i=1}^{n}\ln x_i=0$. --5 分

得 $\frac{n}{\theta}-\sum_{i=1}^{n}\ln x_i=0$，即得到似然函数的唯一驻点 $\theta=\frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\ln x_i}$. --8 分

所以，参数 θ 的最大似然估计量为 $\hat{\theta}=\frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\ln X_i}$. --10 分

七、（满分 10 分）某工厂生产的一种螺钉，标准要求长度是 32.5 毫米．实际生产的产品，假定其长度 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，σ^2 未知．现从该厂生产的一批产品中抽取 6 件，得尺寸数据：32.56；29.66；31.64；30.00；31.87；31.03．问这批产品是否合格?（取显著性水平 $\alpha=0.01$）.（$t_{0.01}(5)=3.3649$，$t_{0.01}(6)=3.1427$，$t_{0.005}(5)=4.0322$，$t_{0.005}(6)=3.7074$）．

解：设在 $\alpha=0.01$ 下的检验假设为

$$H_0: \mu = 32.5, \quad H_1: \mu \neq 32.5$$ --2 分

取检验统计量 $T = \dfrac{\overline{X} - 32.5}{S/\sqrt{6}} \sim t(5)$，则有 --4 分

检验的拒绝域为

$$W = \left\{ (x_1, \cdots, x_n) \middle| \ \frac{|\overline{x} - \mu_0|}{s/\sqrt{n}} > t_{\alpha/2}(n-1) \right\}.$$ --6 分

其中，$n = 6$，$\alpha = 0.01$，$\mu_0 = 32.5$，$t_{\alpha/2}(n-1) = t_{0.005}(5) = 4.0322$， --8 分

将样本值代入算出统计量 T 的值

$$|T| = 2.997 < 4.0322.$$

所以接受 H_0，即认为这批产品合格. --10 分