# 北 京 交 通 大 学

# 2018-2019学年第一学期概率论与数理统计期末试卷

## 学院\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 专业\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 班级\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

## 学号\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_请考生答题前，先阅读“考生须知”

## 考生须知：⑴ 本试卷共有12道题，满分100分．如不对，请马上与监考教师调换试卷！

⑵ 每道题的解答必须写出文字说明、证明过程或演算步骤；如果只写出结果

的，则只考虑结果得分．

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **题号** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | 总分 |
| **得分** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **阅卷人** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

**一．（本题满分8分）**

**设有两箱同种类零件，第一箱装有50 件，其中10 件为一等品；第二箱装有30 件，其中18 件为一等品．今从两箱中随意取出一箱，然后从该箱取零件2 次，每次任取一只，作不放回抽样．求：（1）第一次取出的零件为一等品的概率；（2）在第一次取出的零件为一等品的条件下，第二次取出的也是一等品的概率.**

**解：设**={取出的第i件为一等品}（i=1,2）={取出第i个箱子}（i=1,2）.

1. 所求概率为，由全概率公式，得

；

1. 所求概率为，由条件概率的计算公式，得**.** 对，我们应用全概率公式，有



所以，.

**二．（本题满分8分）**

**一间宿舍中有5位同学的帽子都放在架上，去上课时，每人任取一顶帽子，求(1) 每个人都没有拿到自己帽子的概率;(2) 恰有2人拿到自己帽子的概率.**

**解：**（1）设表示第i个同学拿到自己的眼镜，





（2）由小问（1）可知i个同学没拿到自己帽子（共有i个同学）的概率为，则恰有2人拿到自己眼镜的概率为

P(恰有2人拿到自己眼镜) .

**三．（本题满分8分）**

**一个房间有3扇同样大小的窗子,其中只有一扇是打开的.有一只鸟自开着的窗子飞入房间,它只能从开着的窗子飞出.假定鸟是没有记忆的,鸟飞向各扇窗子是随机的.**

**(1) 以X表示鸟为了飞出房间试飞的次数,求X的分布律;**

**(2) 户主声称,他养的一只鸟是有记忆的,它飞向任一窗子的次数不多于一次,以Y表示这只聪明的鸟为了飞出房间试飞的次数,如户主所说是确实的,求Y的分布律;**

**(3) 求试飞次数X小于Y的概率及试飞次数Y小于X的概率.**

**解：**(1) X服从几何分布，

（2）取值是1,2,3，



，第一次飞向另2扇中的一扇，第二次飞出去.



（3）X和Y是独立的随机变量，









.

**四．（本题满分8分）**

**设X的密度函数为**，**求****的密度函数.**

**解：**.

当 ；

当；

当.

将对y求导得其密度函数为

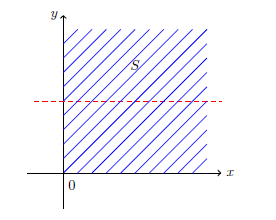


**五．（本题满分8分）**

**设（X,Y）的联合概率密度函数为**，

**求:(1)系数A**;**(2)联合分布函数**;**(3)** **.**

**解：** （1）如图所示，可得







所以，A=1.

（2）如图所示，

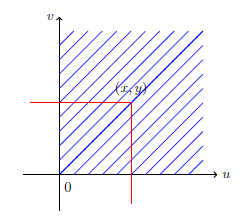
**➀当****或****，**.

**➁当****，****，**



**所以联合分布函数为**





（3）



**六．（本题满分8分）**

**设随机变量X与Y相互独立，并且分别服从参数为****和****的泊松分布，令****，求随机变量Z的分布律.**

解：Z的取值为0,1,2，…





随机变量Z服从参数为的泊松分布.

**七．（本题满分8分）**

**设随机变量****的概率密度函数为****，求证：X与Y不相关，但不相互独立.**

**证明：**首先求X的边缘概率密度函数，

**➀当****或****，**.

**➁当****，**.

所以，



再求Y的边缘概率密度函数，

**➀当****或****，**.

**➁当****，**.

所以









,X与Y不相关；

在区域上，，所以X与Y不独立.

**八．（本题满分8分）**

**设某种商品每周的需求量Y是服从区间[10,20]上的均匀分布的随机变量，经销商进货的数量X也是服从区间[10,20]上的均匀分布的随机变量，且X，Y相互独立.商店每销售出一单位商品可得利润1000元;若供不应求，商店可从外部调剂供应，每单位商品仅获利润500元.试求商店所获利润的期望值.**

**解: (1)** 设Z为商店所获利润，



X和Y的概率密度函数分别为

，

X与Y相互独立，（X,Y）的联合概率密度函数为



**商店所获利润的期望值为**





**九．（本题满分8分）**

**计算器在进行加法运算时，将每个加数舍入最靠近它的整数，设所有舍入误差是独立的且服从(-0.5,0.5)上的均匀分布. (1)若将1500个数相加，问误差总和的绝对值超过15的概率是多少?(2)最多可有几个数相加使得误差总和的绝对值小于10的概率不小于0.9？**

**解：**

1. 设表示第k个误差， .总误差为.由独立同分布的中心极限定理得，随机变量近似服从N(0,1).





1. 设需要n个数相加，表示第k个误差，，总误差为.由独立同分布的中心极限定理得，随机变量近似服从N(0,1).





,所以最多443个数相加可使得误差总和绝对值小于10的概率不小于0.9.

**十．（本题满分8分）**

**设总体****，****是未知参数，****是来自X的一组样本值，求的极大似然估计量.**

**解：** ⑴ X的分布律为：

似然函数为



令，解得的极大似然估计值为



因为****具有单值反函数，根据极大似然估计的不变性得，****的极大似然估计值为，极大似然估计量为.

**十一．（本题满分10分）**

**设总体X的概率密度为****，其中****是已知参数，****是未知参数，A是常数，****是来自总体X的简单随机样本.(1) 求A；(2) 求****的最大似然估计量．**

**解: （1）**由,可得.

1. 设为样本值，似然函数为



当时，，

令，可得

故的最大似然估计量为.

**十二．（本题满分10分）**

**收割机正常工作时，切割出的每段金属棒长X是服从正态分布的随机变量，即总体****,**，**今从生产出的一批产品中随机抽出15段进行测量，测得长度如下：**

**10.4, 10.6, 10.1, 10.4, 10.5, 10.3, 10.3, 10.2, 10.9, 10.6, 10.8, 10.5, 10.7, 10.2, 10.7**

**试问该切割机工作是否正常（取显著性水平****）？**

**解：**下的检验假设为



因总体方差已知，取检验统计量，现有



检验的拒绝域为



因U的观测值为，落在拒绝域之外，所以在下不拒绝原假设，该切割机正常工作.