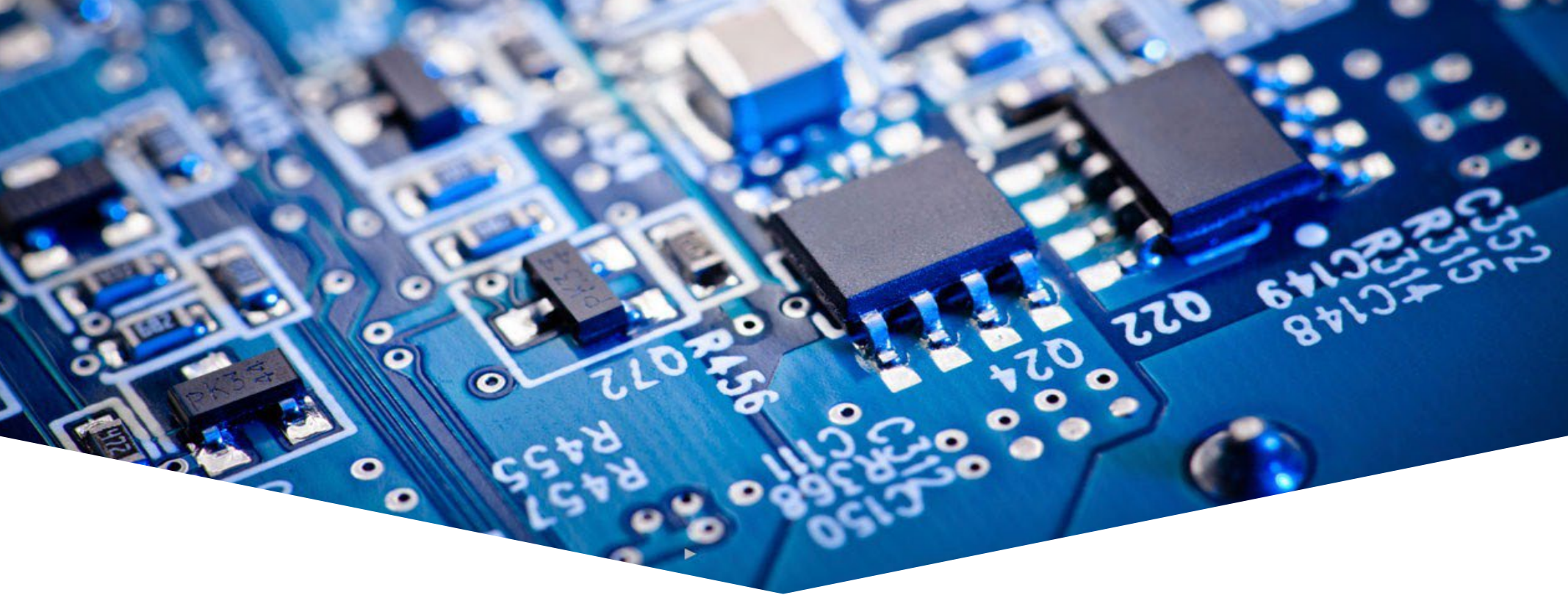




ANALOGUE ELEKTRONICA 1

- Eigenschappen van tweede orde filters
- Verschillende tweede orde filters (LPF, HPF, BPF, BSF)
- Sallen-Key filters
- Multiple feedback filters

Eigenschappen eerste orde passieve filters

- Stijging / daling van filter:
 - 20 dB / decade voor eerste orde filter
- Kritische- of kantelfrequentie f_H, f_L
 - Ook “-3 dB punten” genoemd

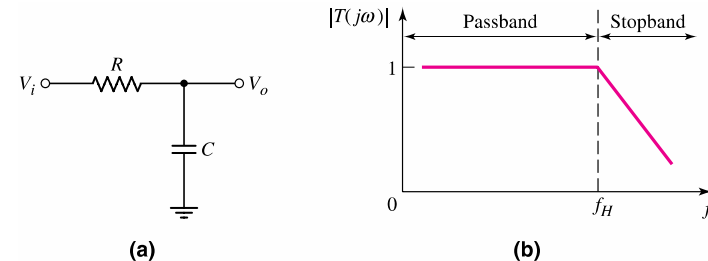
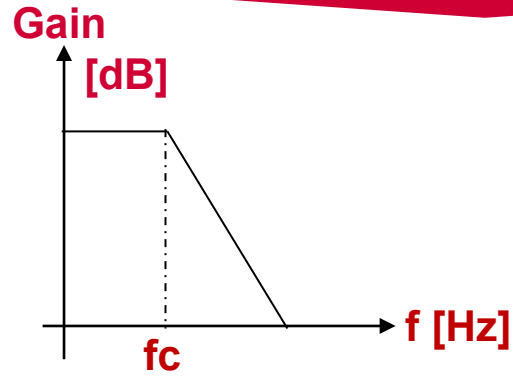


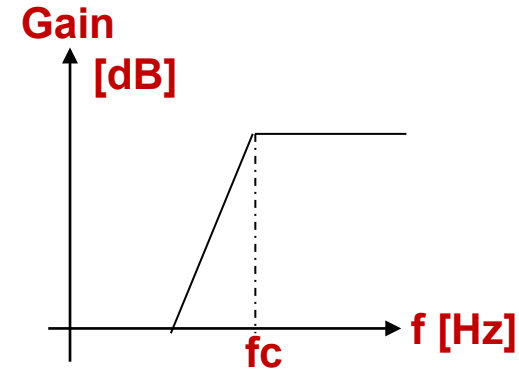
Figure 15.2 (a) Simple low-pass filter and (b) Bode plot of transfer function magnitude

Vier typen tweede orde filters

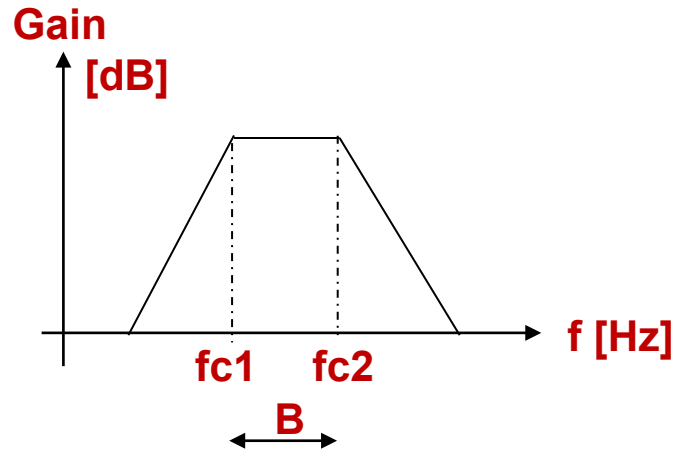
Analoge Elektronica



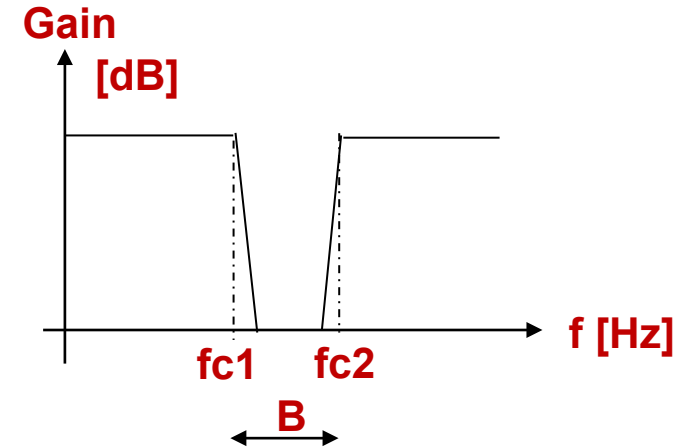
LPF: low-pass-filter



HPF: high-pass-filter



BPF: band-pass-filter



BSF: band-stop-filter

- Stijging / Daling hangt af van orde en type filter:
 - 20 dB / decade voor tweede orde BPF en BSF
 - 40 dB / decade voor tweede orde HPF en LPF
- Kritische frequentie f_c , Kwaliteitsfactor Q_c , Versterkingsfactor k
- Kantelfrequenties f_{c1} en f_{c2}
- Soms ook “-3 dB punten” genoemd, wat meestal eigenlijk foutief is
- Bandbreedte bij BPF en BSF: $\frac{B}{2\pi} = f_{c2} - f_{c1}$ (in Hz)

- Tweede orde overdrachtsfunctie:

$$H(s) = \frac{a_2 \cdot (s - z_1) \cdot (s - z_2)}{(s - p_1) \cdot (s - p_2)} = \frac{a_2 \cdot s^2 + a_1 \cdot s + a_0}{s^2 + b_1 \cdot s + b_0}$$

met $s = j\omega$ en $\omega = 2\pi f$

- Coëfficiënten in de teller:
 - Definiëren de nulpunten van het systeem
- Coëfficiënten in de noemer:
 - Definiëren de polen van het systeem
- Hiermee kunnen we onze filters analyseren!

Tweede orde LPF filter

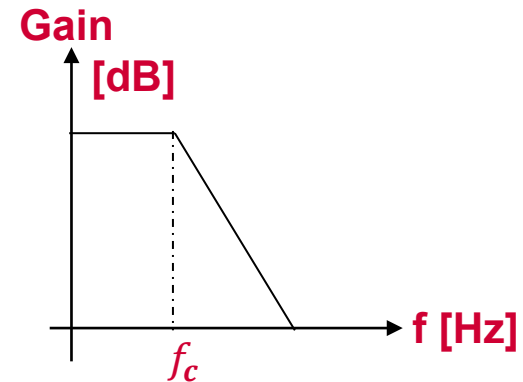
Legenda:

- Q_c : de kwaliteitsfactor van het filter, deze bepaalt de rimpel in de doorlaatband.
- ξ of β : dempingsfactor = $\frac{1}{2Q_c}$ (staat vaak in literatuur)
- ω_c : de kantelfrequentie van het filter (in rad/sec.)
- k : de versterking van het filter

Opvallend:

- Teller bevat geen termen met s (is dus een reële term)

$$H(s) = \frac{k}{\frac{s^2}{\omega_c^2} + \frac{1}{Q_c} \frac{s}{\omega_c} + 1}$$



Kwaliteitsfactor van tweede orde LPF filters

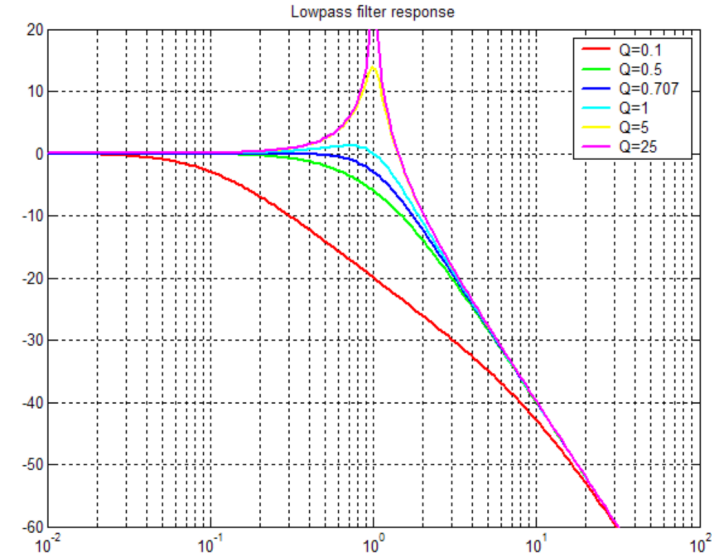
- Invloed van kwaliteitsfactor Q_c op frequentieresponsie:

- Maximum zolang:

$$Q_c > \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ bij } \omega_{piek} = \omega_c \sqrt{1 - \frac{1}{2Q_c^2}};$$

$$\text{met piek: } Piek(dB) = 20 \cdot \log \left(\frac{Q_c}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q_c^2}}} \right)$$

- Geen maximum: $0 < Q_c < \frac{1}{\sqrt{2}}$; $\omega_{piek} = \omega_c$



Grootte van de piek:

- $Q_c = \frac{1}{2}$: -6 dB
- $Q_c = \frac{1}{\sqrt{2}}$: -3 dB
- $Q_c = 1$: +1.25 dB
- $Q_c = \sqrt{2}$: +3.6 dB
- $Q_c = 2$: +6.3 dB

Eigenschappen van tweede orde HPF filters

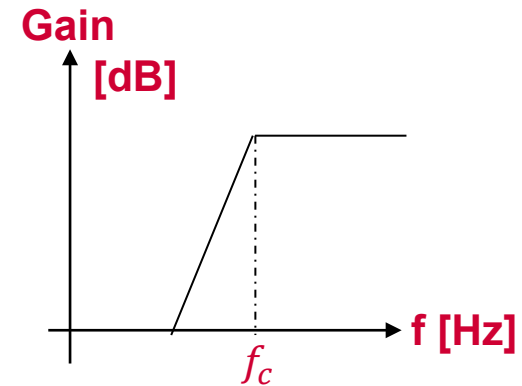
Legenda:

- Q_c : de kwaliteitsfactor van het filter, deze bepaalt de rimpel in de doorlaatband.
- ξ : dempingsfactor $= \frac{1}{2Q_c}$ (staat vaak in literatuur)
- ω_c : de kantelfrequentie van het filter (in rad/sec.)
- k : de versterking van het filter

Karakteristiek:

- Teller bevat alleen termen met s^2

$$H(s) = \frac{k \frac{s^2}{\omega_c^2}}{1 + \frac{s^2}{\omega_c^2} + \frac{1}{Q_c} \frac{s}{\omega_c}}$$



Tweede orde BPF-filter

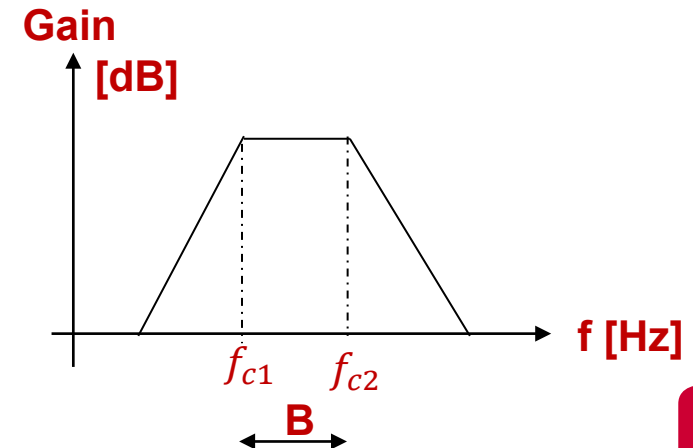
Legenda:

- Q_c : de kwaliteitsfactor van het filter, deze bepaalt de rimpel in de passband
- f_c : de centrumfrequentie van het filter
- f_{c1} en f_{c2} : de kantelpunten van het filter
- k : de versterking van het filter
- B : Bandbreedte van het filter

$$B = \frac{\omega_c}{Q_c} = \omega_{c2} - \omega_{c1}$$

$$H(s) = \frac{\frac{k}{Q_c} \frac{s}{\omega_c}}{1 + \frac{s^2}{\omega_c^2} + \frac{1}{Q_c} \frac{s}{\omega_c}}$$

$$Q_c = \frac{\omega_c}{\omega_{c2} - \omega_{c1}}$$



Tweede orde BSF filter

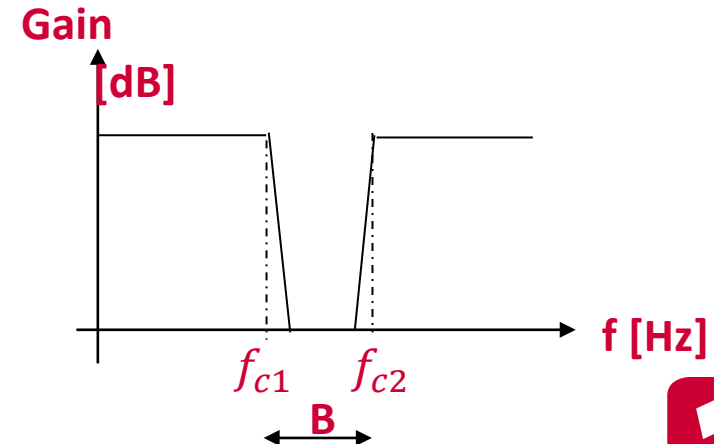
Legenda:

- Q_c : de kwaliteitsfactor van het filter, deze bepaalt de rimpel in de stopband
- f_c : de centrumfrequentie van het filter
- f_{c1} en f_{c2} : de kantelpunten van het filter
- k : de versterking van het filter
- B : Bandbreedte van het filter

$$B = \frac{\omega_c}{Q_c} = \omega_{c2} - \omega_{c1}$$

$$H(s) = \frac{k \left(1 + \frac{s^2}{\omega_c^2} \right)}{1 + \frac{s^2}{\omega_c^2} + \frac{1}{Q_c} \frac{s}{\omega_c}}$$

$$Q_c = \frac{\omega_c}{\omega_{c2} - \omega_{c1}}$$



Oplossen met knooppunt vergelijkingen:

- Twee knooppunten (V_a, V_b)
 - Ideale op-amp: $V_b = V_o$
- Knooppuntvergelijkingen voor V_a en V_b :
 $KPa: Y_1(V_i - V_a) + Y_3(V_o - V_a) + Y_2(V_o - V_a) = 0$
 $KPb: Y_2(V_a - V_o) + Y_4(0 - V_o) = 0$
- In matrixvorm:

$$\begin{pmatrix} Y_1 + Y_2 + Y_3 & -(Y_2 + Y_3) \\ -Y_2 & Y_2 + Y_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_a \\ V_o \end{pmatrix} = V_i \cdot \begin{pmatrix} Y_1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

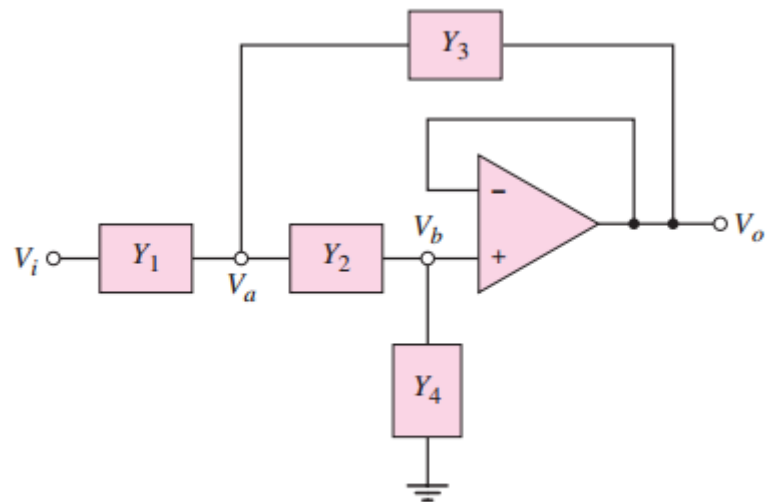


Figure 15.5 General two-pole active filter

In matrixvorm:
$$\begin{pmatrix} Y_1 + Y_2 + Y_3 & -(Y_2 + Y_3) \\ -Y_2 & Y_2 + Y_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_a \\ V_o \end{pmatrix} = V_i \cdot \begin{pmatrix} Y_1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Met behulp van Regel van Kramer:
$$H(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{\frac{D_2}{V_i}}{\frac{D}{V_i}} = \frac{D_2}{D \cdot V_i}$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} Y_1 + Y_2 + Y_3 & Y_1 \cdot V_i \\ -Y_2 & 0 \end{vmatrix} = Y_1 \cdot Y_2 \cdot V_i$$

$$D = \begin{vmatrix} Y_1 + Y_2 + Y_3 & -(Y_2 + Y_3) \\ -Y_2 & Y_2 + Y_4 \end{vmatrix}$$

$$= (Y_1 + Y_2 + Y_3) \cdot (Y_2 + Y_4) - Y_2 \cdot (Y_2 + Y_3)$$

Tussenstap:

$$\begin{aligned} & (Y_1 + Y_2 + Y_3) \cdot (Y_2 + Y_4) - Y_2(Y_2 + Y_3) = \\ & = Y_1 \cdot Y_2 + Y_2^2 + Y_2 \cdot Y_3 + Y_1 \cdot Y_4 + Y_2 \cdot Y_4 + Y_3 \cdot Y_4 - Y_2^2 - Y_2 \cdot Y_3 = \\ & = Y_1 \cdot Y_2 + Y_1 \cdot Y_4 + Y_2 \cdot Y_4 + Y_3 \cdot Y_4 = Y_1 Y_2 + Y_4(Y_1 + Y_2 + Y_3) \end{aligned}$$

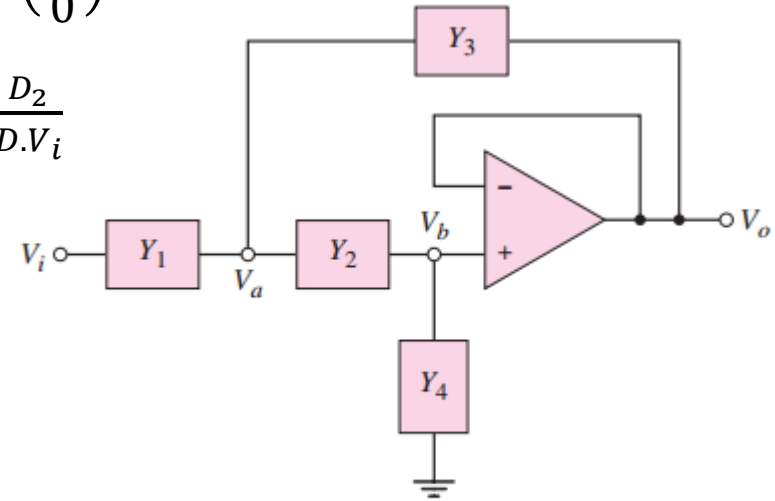


Figure 15.5 General two-pole active filter

Resultaat:

$$H(s) = \frac{D_2}{D \cdot V_i} = \frac{Y_1 \cdot Y_2 \cdot V_i}{(Y_1 \cdot Y_2 + Y_1 \cdot Y_4 + Y_2 \cdot Y_4 + Y_3 \cdot Y_4) \cdot V_i}$$

$$H(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{Y_1 \cdot Y_2}{Y_1 \cdot Y_2 + Y_4 \cdot (Y_1 + Y_2 + Y_3)}$$

(formule (15.7) uit Neamen)

$$H(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{\frac{D_2}{D}}{\frac{D}{V_i}} = \frac{D_2}{D \cdot V_i}$$

Toepassing:

- Kies de admittanties van de componenten 1 t/m 4 om het gewenste filter te vinden
- Admittantie: $Y = \frac{1}{R}$, $Y = sC$, $Y = \frac{1}{sL}$

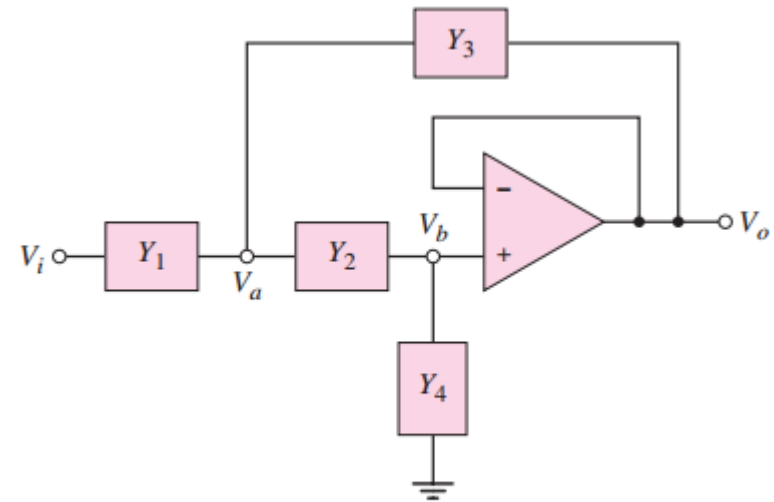


Figure 15.5 General two-pole active filter

Sallen-Key-filter als HPF

Highpass Filter (HPF): $H(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{Y_1 \cdot Y_2}{Y_1 \cdot Y_2 + Y_4 \cdot (Y_1 + Y_2 + Y_3)}$

- Admittantie: $Y = \frac{1}{R}$ of $Y = sC$
- Alleen mogelijk als Y_1 en Y_2 condensatoren zijn; dan moeten Y_3 en Y_4 weerstanden zijn
- Stel $C_1 = C_2 = C$ en $R_3 = R_4 = R$:

$$H(s) = \frac{s^2 C^2}{s^2 C^2 + \frac{2sC}{R} + 1/R^2} = \frac{s^2 R^2 C^2}{1 + s^2 R^2 C^2 + 2sRC}$$
$$\Rightarrow \omega_c = \frac{1}{RC}, \quad Q_c = \frac{1}{2}, \quad k = 1$$

$$H(s) = \frac{k \frac{s^2}{\omega_c^2}}{1 + \frac{s^2}{\omega_c^2} + \frac{1}{Q_c} \frac{s}{\omega_c}}$$

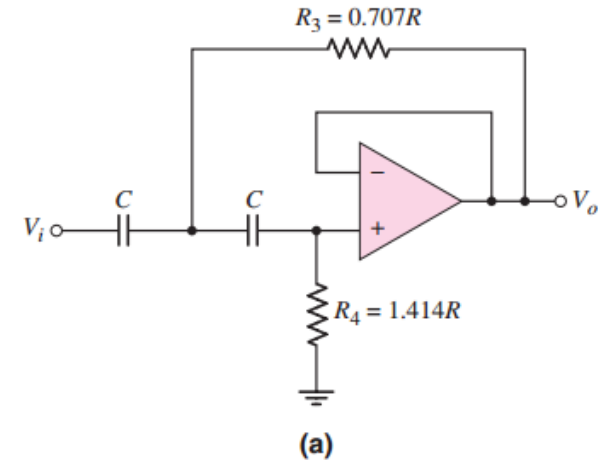


Figure 15.8 (a) Two-pole high-pass Butterworth filter

$$H(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{Y_1 \cdot Y_2}{Y_1 \cdot Y_2 + Y_4 \cdot (Y_1 + Y_2 + Y_3)}$$

Tweede orde lowpass filter (LPF):

- Admittantie: $Y = \frac{1}{R}$ of $Y = sC$
- Bepaal de admittanties zodanig dat een lowpass filter ontstaat
- Bepaal de kritische frequentie, kwaliteitsfactor en versterkingsfactor

Tweede orde bandpass filter:

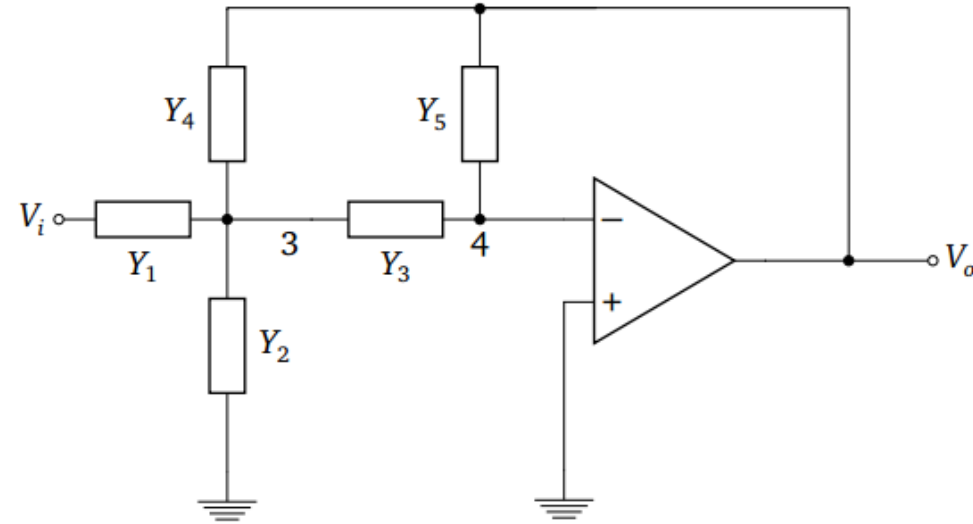
- Admittantie: $Y = \frac{1}{R}$ of $Y = sC$
- Is het mogelijk zo'n filter te maken met alleen deze componenten?

Multiple-feedback-filters

Analoge Elektronica

Analyse van de schakeling:

- Virtual Earth: $V_4 = \text{GND}$ (0 V)
- Stel knooppuntvergelijkingen op voor KP3 en KP4
- Los op m.b.v. Regel van Kramer



Knooppuntvergelijkingen:

$$KP3: Y_1(V_i - V_3) + Y_2(0 - V_3) + Y_3(0 - V_3) + Y_4(V_o - V_3) = 0$$

$$KP4: Y_3(V_3 - 0) + Y_5(V_o - 0) = 0$$

Matrixvorm:

$$\begin{pmatrix} -Y_4 & Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 \\ Y_5 & Y_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_o \\ V_3 \end{pmatrix} = V_i \cdot \begin{pmatrix} Y_1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Multiple-feedback-filters

$$\begin{pmatrix} -Y_4 & Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 \\ Y_5 & Y_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_o \\ V_3 \end{pmatrix} = V_i \cdot \begin{pmatrix} Y_1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

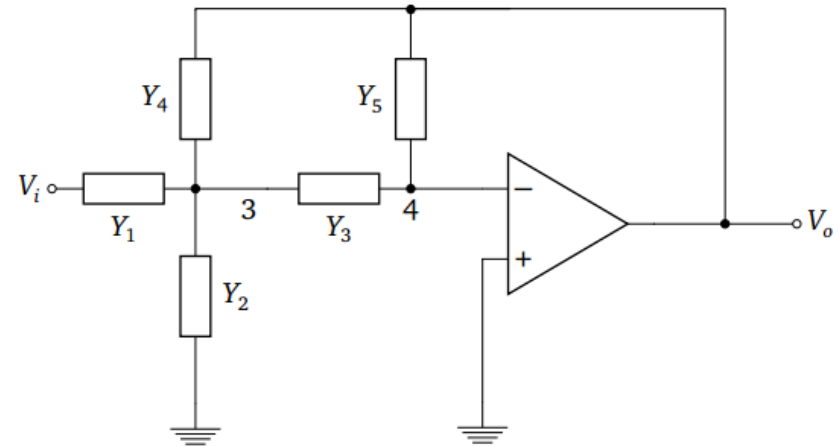
Gebruik nu de Regel van Cramer:

$$H(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{D_1}{D \cdot V_i}$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} Y_1 \cdot V_i & Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 \\ 0 & Y_3 \end{vmatrix} = Y_1 \cdot Y_3 \cdot V_i$$

$$D = \begin{vmatrix} -Y_4 & Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 \\ Y_5 & Y_3 \end{vmatrix} = -Y_3 \cdot Y_4 - Y_5 \cdot (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4)$$

$$\begin{aligned} H(s) &= \frac{D_1}{D \cdot V_i} = \frac{Y_1 \cdot Y_3 \cdot V_i}{-(Y_3 \cdot Y_4 + Y_5 \cdot (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4)) \cdot V_i} \\ &= \frac{-Y_1 \cdot Y_3}{Y_3 \cdot Y_4 + Y_5 \cdot (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4)} \end{aligned}$$



Multiple-feedback als LPF

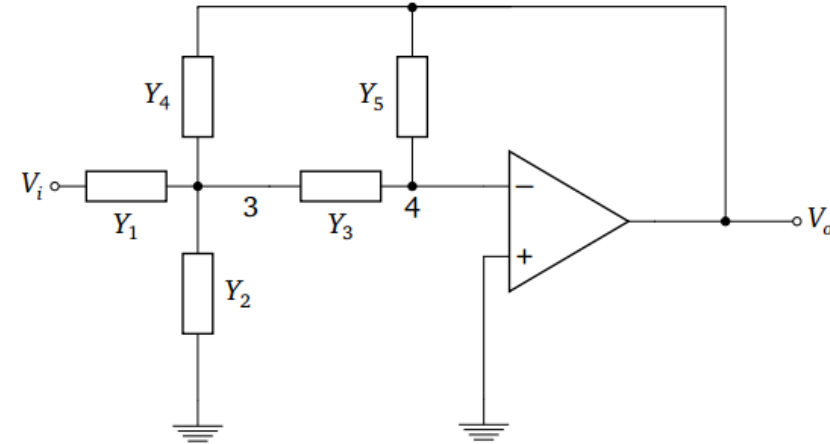
Analoge Elektronica

$$H(s) = \frac{-Y_1 \cdot Y_3}{Y_3 \cdot Y_4 + Y_5 \cdot (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4)}$$

Voor een Lowpass Filter (LPF):

- Teller: Alleen mogelijk als Y_1 en Y_3 weerstanden zijn
- Noemer: $Y_3 Y_4$ levert geen s^2 op want Y_3 is een weerstand, dus Y_5 moet een condensator worden
- $Y_3 Y_4$ moet dan een constante term opleveren, dus Y_4 is een weerstand
- Y_2 moet dan een condensator zijn om term met s^2 te krijgen
- Stel $R_1 = R_3 = R_4 = R$ en $C_2 = C_5 = C$
- Vergelijken met de standard vorm geeft dan:

$$\omega_c = \frac{1}{RC} ; Q_c = \frac{1}{3} ; k = -1$$



$$H(s) = \frac{k}{1 + \frac{s^2}{\omega_c^2} + \frac{1}{Q_c} \frac{s}{\omega_c}}$$

$$H(s) = \frac{-\frac{1}{R^2}}{\frac{1}{R^2} + sC \left(\frac{3}{R} + sC \right)}$$

Multiple-feedback als BPF

Analoge Elektronica

$$H(s) = \frac{-Y_1 \cdot Y_3}{Y_3 \cdot Y_4 + Y_5 \cdot (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4)}$$

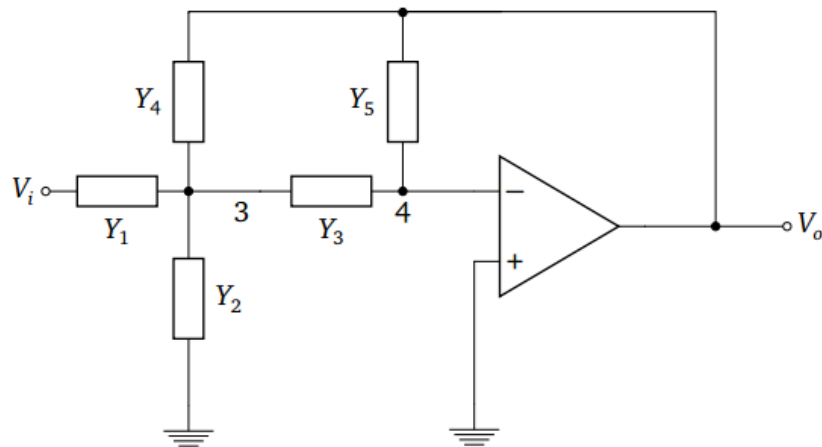
Voor een Bandpass Filter (BPF):

Noemer:

Neem Y_3 en Y_4 als condensator

- Dan is Y_1 een weerstand
- Dan kunnen Y_2 en Y_5 ook weerstanden zijn.

$$\omega_c = \frac{1}{RC} ; Q_c = \frac{1}{3} ; k = -1$$



$$H(s) = \frac{\frac{k}{Q_c} \frac{s}{\omega_c}}{1 + \frac{s^2}{\omega_c^2} + \frac{1}{Q_c} \frac{s}{\omega_c}}$$

$$H(s) = \frac{-\frac{s}{RC}}{s^2 + \frac{3s}{RC} + \frac{1}{R^2 C^2}}$$

Multiple-feedback als BPF

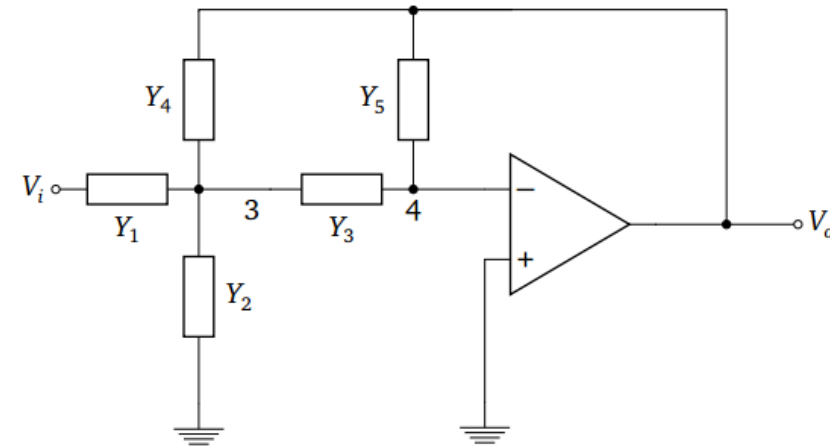
Analoge Elektronica

$$H(s) = \frac{-Y_1 \cdot Y_3}{Y_3 \cdot Y_4 + Y_5 \cdot (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4)}$$

Voor een Bandpass Filter (BPF):

- Teller: Alleen mogelijk als Y_1 OF Y_3 weerstanden zijn (maar niet allebei!)
- Neem Y_1 een weerstand, dan is Y_3 een condensator
- Neem voor Y_4 een condensator om term met s^2 te maken
- Y_5 moet dan een weerstand worden om constante term te maken
- Blijft Y_2 over, neem hier een condensator voor
- Stel $R_1 = R_5 = R$ en $C_2 = C_3 = C_4 = C$
- Vergelijken met de standard vorm geeft dan:

$$\omega_c = \frac{1}{RC} ; Q_c = \frac{1}{3} ; k = -\frac{1}{3}$$



$$H(s) = \frac{\frac{k}{Q_c} \frac{s}{\omega_c}}{1 + \frac{s^2}{\omega_c^2} + \frac{1}{Q_c} \frac{s}{\omega_c}}$$

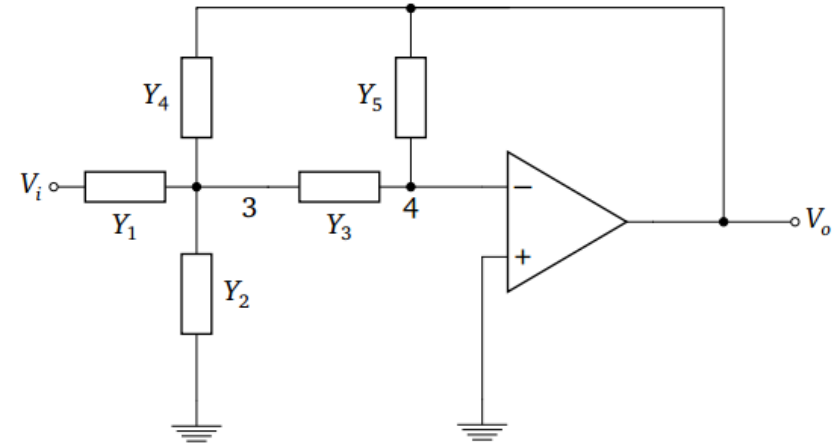
$$H(s) = \frac{-\frac{s}{RC}}{s^2 + \frac{3s}{RC} + \frac{1}{R^2 C^2}}$$

Multiple-feedback als HPF

$$H(s) = \frac{-Y_1 \cdot Y_3}{Y_3 \cdot Y_4 + Y_5 \cdot (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4)}$$

Highpass Filter (HPF):

- Bepaal de admittanties zodanig dat een tweede orde highpass filter ontstaat
- Bepaal voor zo'n filter de kritische frequentie, de kwaliteitsfactor en versterkingsfactor



Behandeld is:

Neamen, Paragraaf 15.1

Maak de volgende opgaven:

15.4, 15.6, 15.15, 15.16, 15.17, 15.18

Voor volgende week:

Lezen Neamen H12, paragraaf 12.1 t/m 12.7

Oefening: Sallen-Key-filters met versterking

Beschouw de hiernaast gegeven schakeling:

- ❑ Bepaal de bijbehorende overdrachtsfunctie:
 - ❑ Stel hiertoe knooppuntvergelijkingen op
 - ❑ Los deze op m.b.v. Regel van Kramer
- ❑ Kies de admittanties, zodanig dat een tweede orde laagdoorlaatfilter ontstaat
- ❑ Bepaal de kritische frequentie, de kwaliteits- en de versterkingsfactor
- ❑ Ontwerp een tweede orde laagdoorlaatfilter met een $f_c = 10 \text{ kHz}$, $k = 2$ en $Q_c = 1$

