



ANALOGE ELEKTRONICA FILTERS

overtref jezelf



Overzicht

- Overdrachtsfuncties
- Type filters
- Sallen-Key topologie
- Ontwerpen van Butterworth filters

➤ **Bekijk de kennisclips via de wiki**

Gebaseerd op:

S.A. Pactitis, Active Filters: Theory and Design

Overdrachtsfuncties

Een overdrachtsfunctie $\mathbf{H}(s)$ is een functie van $s = j \omega$

$$\mathbf{H}(s) = H(\omega) \cdot e^{j \angle H(\omega)}$$

- Amplitude: $H(\omega) = |\mathbf{H}(s)|$
- Fase: $\angle H(\omega) = \arg \mathbf{H}(s)$

In een Bode plot worden de amplitude en/of de fase tegen de frequentie uitgezet

Overdrachtsfuncties

Een overdrachtsfunctie $\mathbf{H}(s)$ wordt vaak als een rationale functie in s weergegeven

$$\mathbf{H}(s) = \frac{k_n \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^n + k_{n-1} \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^{n-1} + \dots + k_1 \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^1 + k_0}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^n + a_{n-1} \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^{n-1} + \dots + a_1 \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^1 + 1}$$

- Orde filter: n
- Kritische frequentie: ω_0
- Coëfficiënten: $k_n, \dots, k_0, a_{n-1}, \dots, a_1$
- Normalisatie noemer:
 - constant op 1 genormeerd;
 - hoogste macht s definieert kritische frequentie

Laagdoorlaatfilter

De overdrachtsfunctie $\mathbf{H}(s)$ van een n -de orde laagdoorlaatfilter

$$\mathbf{H}(s) = \frac{k}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^n + a_{n-1} \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^{n-1} + \dots + a_1 \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^1 + 1}$$

- Orde filter: n
- Kritische frequentie: ω_0
- Versterkingsfactor: k
- Verdere coëfficiënten: $a_{n-1}, \dots, a_1$
- Normalisatie noemer:
 - constant op 1 genormeerd
 - hoogste macht s definieert kritische frequentie

Hoogdoorlaatfilter

De overdrachtsfunctie $\mathbf{H}(s)$ van een n-de orde hoogdoorlaatfilter

$$\mathbf{H}(s) = \frac{k \left(\frac{s}{\omega_0} \right)^n}{\left(\frac{s}{\omega_0} \right)^n + a_{n-1} \left(\frac{s}{\omega_0} \right)^{n-1} + \dots + a_1 \left(\frac{s}{\omega_0} \right)^1 + 1}$$

- Orde filter: n
- Kritische frequentie: ω_0
- Versterkingsfactor: k
- Verdere coëfficiënten: $a_{n-1}, \dots, a_1$
- Normalisatie noemer:
 - constant op 1 genormeerd
 - hoogste macht s definieert kritische frequentie

Filtertransformatie

Hoog- en laagdoorlaatfilters kunnen in elkaar worden omgevormd door de transformatie

$$s \rightarrow \frac{\omega_0^2}{s}$$

(Heel grof betekent dat in een filterschakeling weerstanden en condensatoren omwisselen)

- Voorbeeld: transformatie van een eerste orde laag- naar een eerste hoogdoorlaatfilter:

$$\frac{k}{\frac{s}{\omega_0} + 1} \rightarrow \frac{k}{\frac{\omega_0}{s} + 1} = \frac{k}{\frac{\omega_0}{s} + 1} \cdot \frac{s}{s} = \frac{k \frac{s}{\omega_0}}{\frac{s}{\omega_0} + 1}$$

Vaak gebruikte filtertypen

Er zijn een aantal standaard type filters

- Butterworth

- Bessel

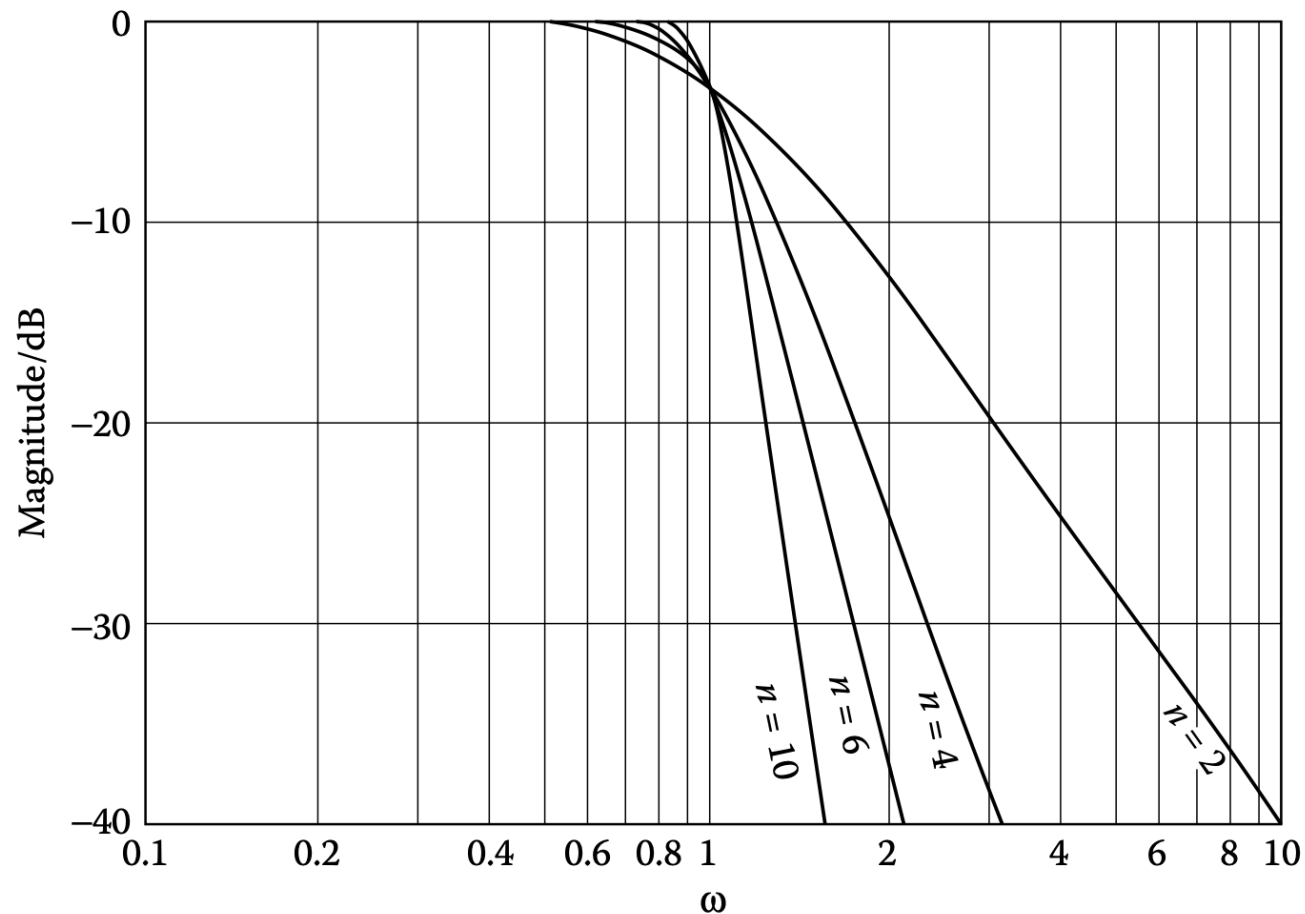
- Chebyshev

- Elliptic

Butterworth filters

Typische eigenschap:

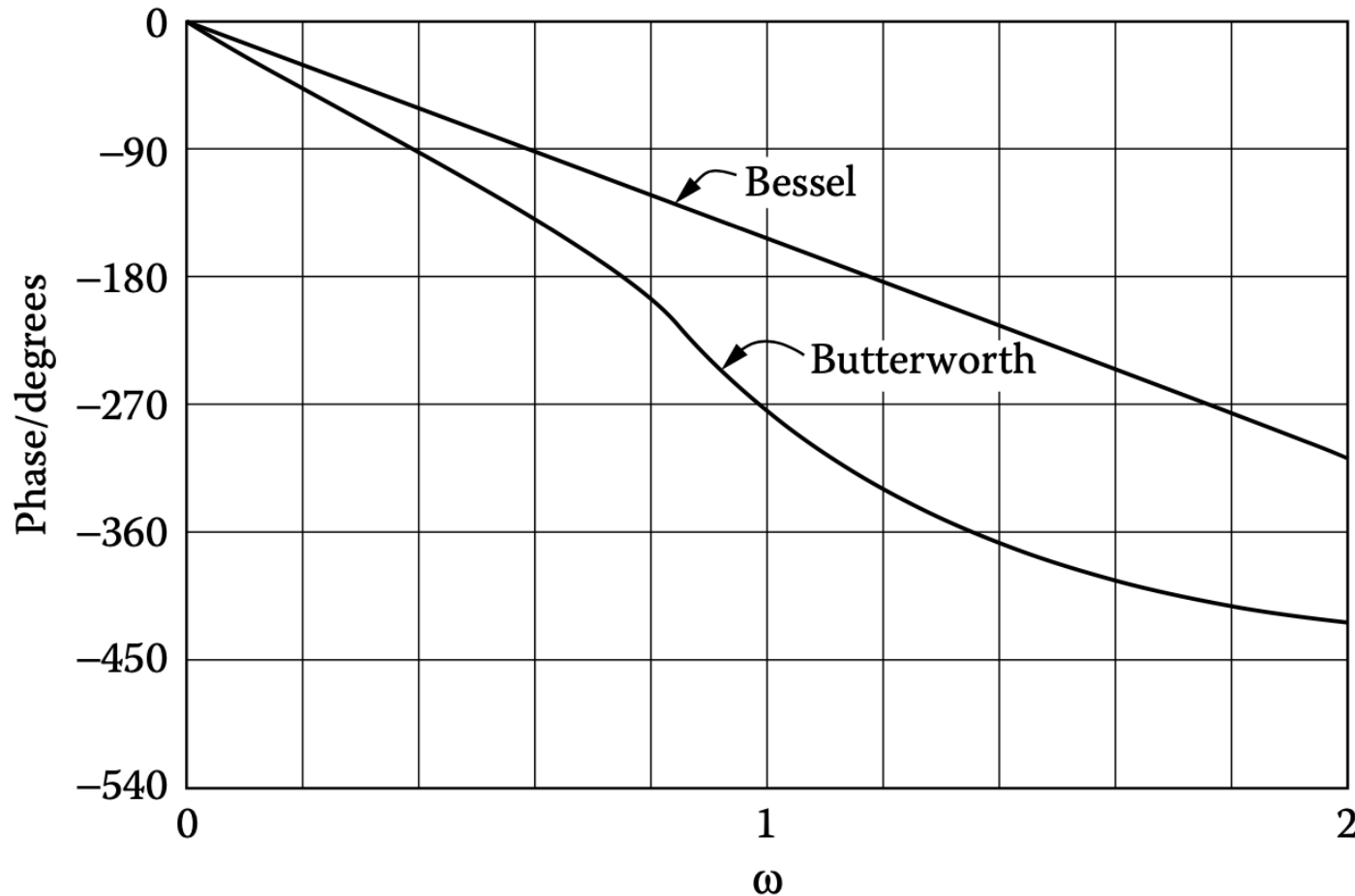
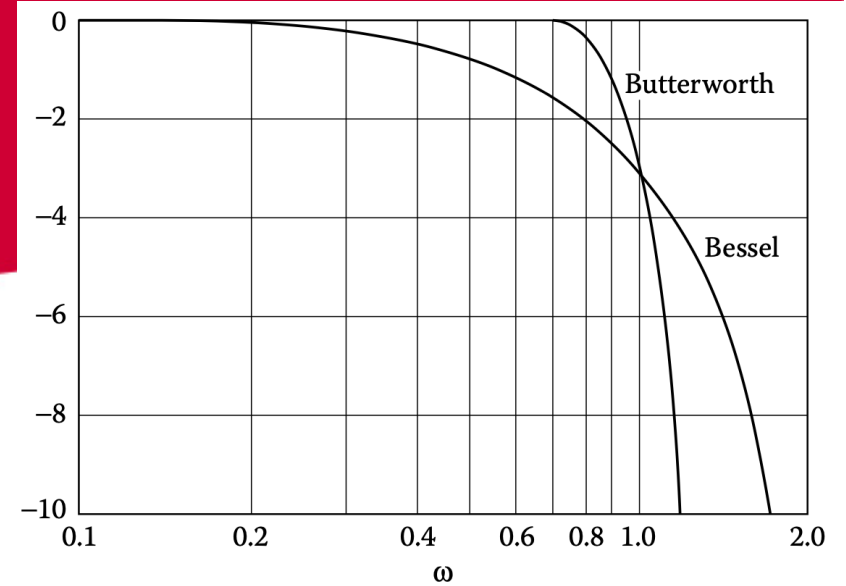
- Maximaal vlak diep in het doorlaatgebied



Bessel filters

Typische eigenschap:

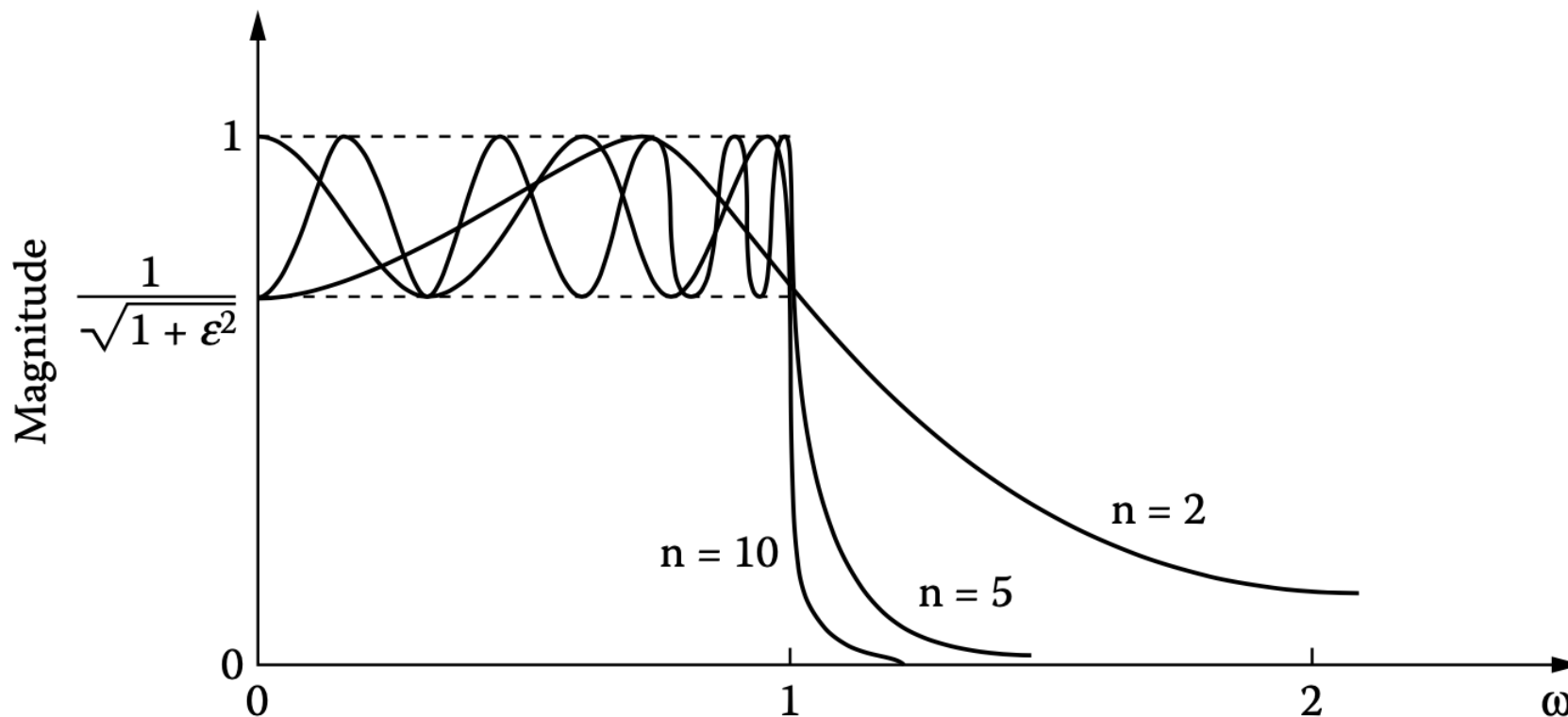
■ Lineaire faseresponsie



Chebyshev filters

Typische eigenschappen:

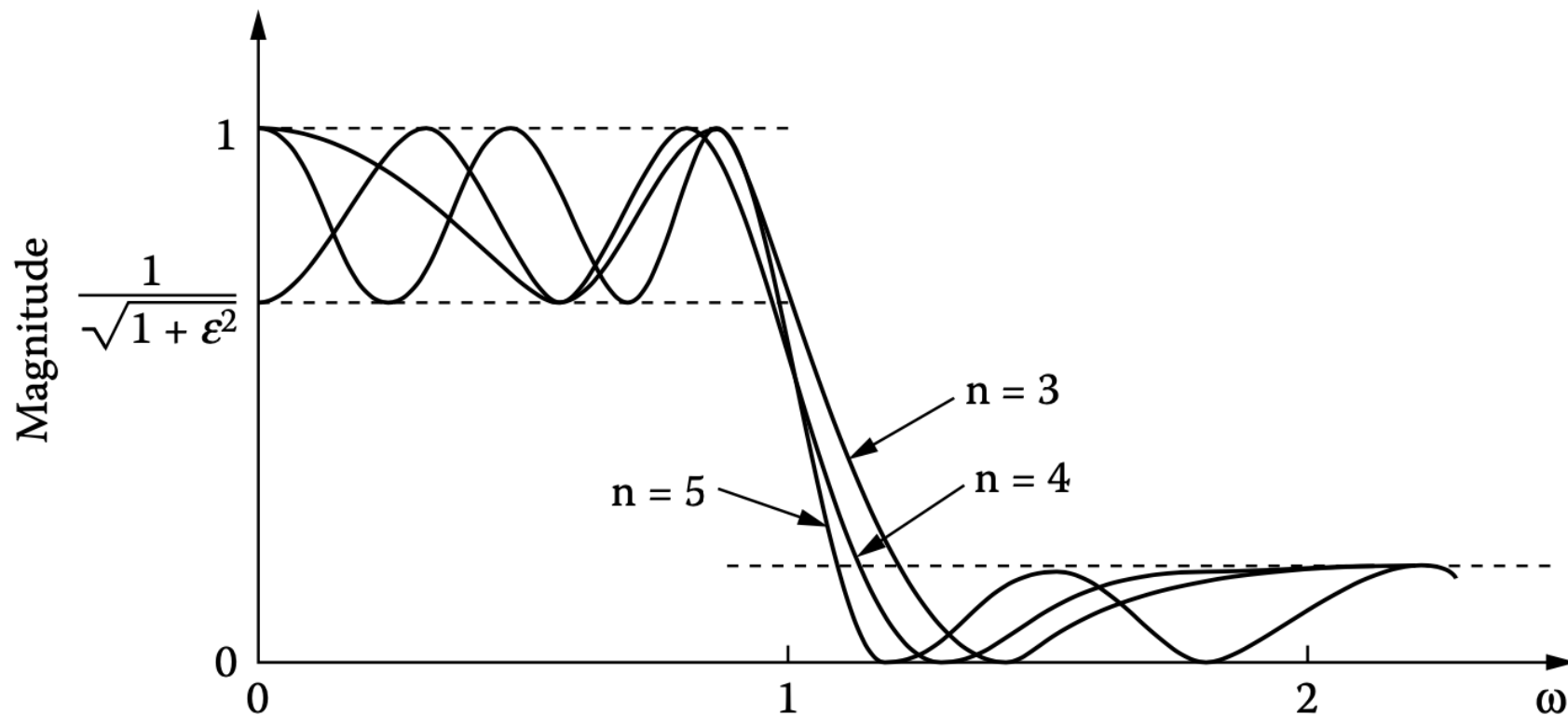
- Steilere afval rond kantelpunt dan Butterworth
- Rimpels in het doorlaatgebied



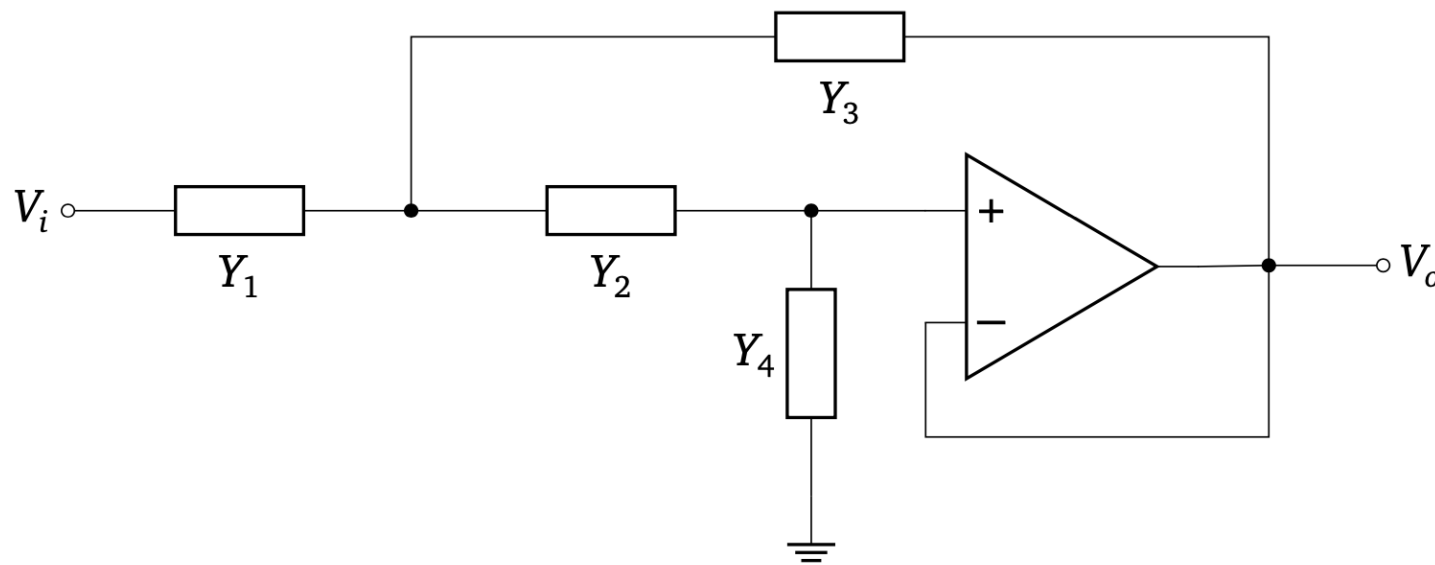
Elliptische filters

Typische eigenschappen:

- Nog steilere afval rond kantelpunt dan Chebyshev
- Rimpels in het doorlaatgebied en het niet-doorlaatgebied



Sallen-Key topologie



■ Overdrachtsfunctie:

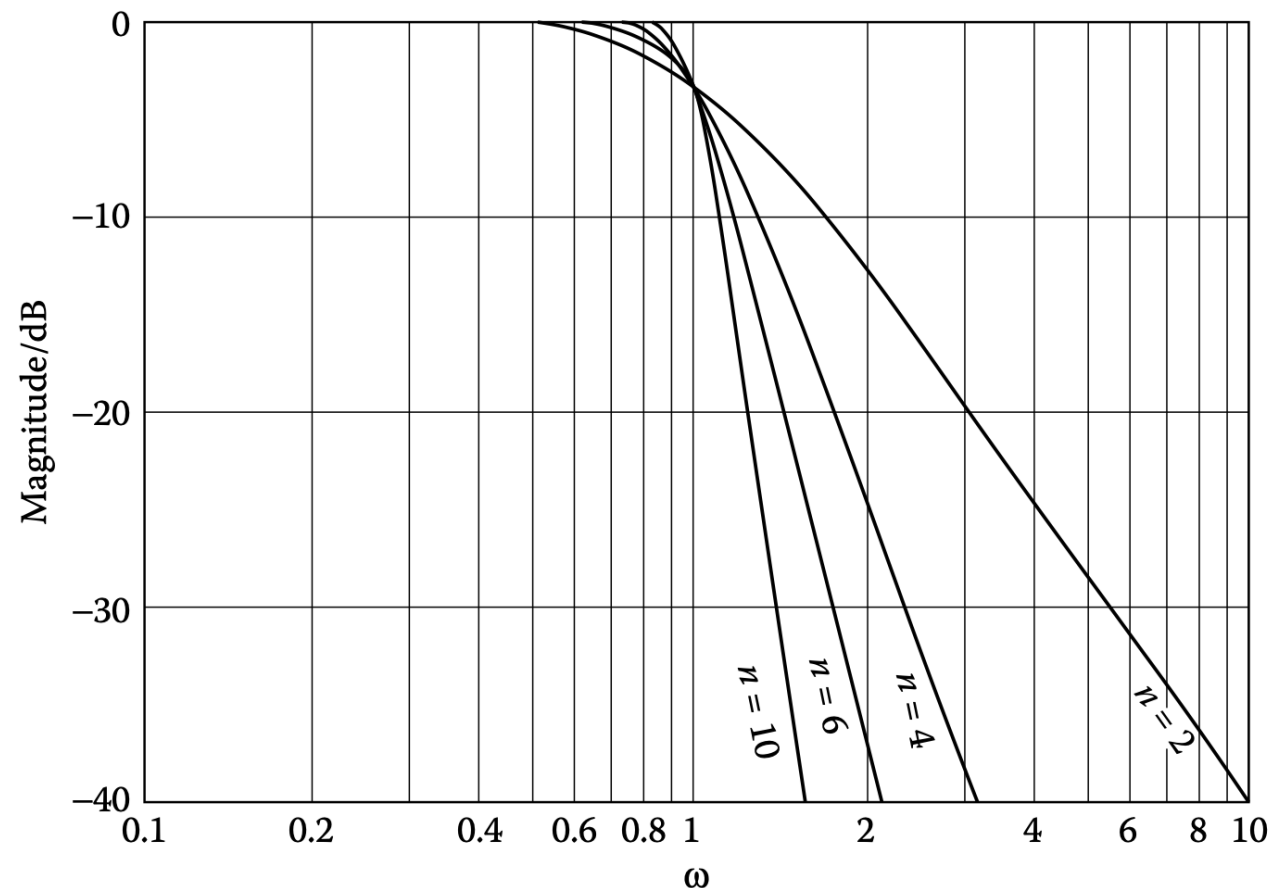
$$H(s) = \frac{Y_1 Y_2}{Y_1 Y_2 + Y_4 (Y_1 + Y_2 + Y_3)}$$

■ Met alleen weerstanden of condensatoren kan hieruit tweede orde filters gemaakt worden

Butterworth laagdoorlaatfilters

- Maximaal vlak diep in het doorlaatgebied
- Valt af met $20 \cdot n$ dB per decade in het niet-doorlaatgebied
- Amplitude:

$$H(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{2n}}}$$



Tweede orde Butterworth laagdoorlaatfilter

- Overdrachtsfunctie tweede orde laagdoorlaatfilter:

$$\mathbf{H}_2^{LP}(s) = \frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + \frac{1}{Q}\frac{s}{\omega_0} + 1}$$

- Kwaliteitsfactor: Q

- Amplitude:

$$H_2^{LP}(s) = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2 + \frac{1}{Q^2}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$

- Dit is alleen Buttersworth filter als

$$\frac{1}{Q} = \sqrt{2}$$

Hogere orde Butterworth laagdoorlaatfilter

- Overdrachtsfunctie $2n$ -de orde Butterworth laagdoorlaatfilter:

$$\mathbf{H}_{2n}^{LP}(s) = \frac{1}{\mathbf{D}_{2n}(s)}$$

- De polynomen $\mathbf{D}_{2n}(s)$ in de noemer kunnen gefactoriseerd worden in tweede orde polynomen met $S = s/\omega_0$:

Orde	Gefactoriseerd polynoom $\mathbf{D}_n(s)$
2	$(S^2 + 1,414S + 1)$
4	$(S^2 + 1,848S + 1)(S^2 + 0,765S + 1)$
6	$(S^2 + 1,932S + 1)(S^2 + 1,414S + 1)(S^2 + 0,518S + 1)$

(Exact afleiding in kennisclips)

Hogere orde Butterworth laagdoorfilter

■ Pactitis geeft een uitgebreidere tabel:

$$D = (s + c_i) \prod_{i=1}^n (s^2 + a_i s + b_i)$$

Butterworth

n

1	$(s + 1)$
2	$(s^2 + 1.414s + 1)$
3	$(s + 1)(s^2 + s + 1)$
4	$(s^2 + 1.848s + 1)(s^2 + 0.765s + 1)$
5	$(s + 1)(s^2 + 1.618s + 1)(s^2 + 0.765s + 1)$
6	$(s^2 + 1.932s + 1)(s^2 + 1.414s + 1)(s^2 + 0.518s + 1)$
7	$(s + 1)(s^2 + 1.802s + 1)(s^2 + 1.247s + 1)(s^2 + 0.445s + 1)$
8	$(s^2 + 1.962s + 1)(s^2 + 1.663s + 1)(s^2 + 1.111s + 1)(s^2 + 0.390s + 1)$

Hogere orde Butterworth hoogdoorlaatfilter

- Overdrachtsfunctie $2n$ -de orde Butterworth laagdoorlaatfilter:

$$\mathbf{H}_{2n}^{LP}(s) = \frac{1}{\mathbf{D}_{2n}(s)}$$

- Door gebruik te maken van de transformatie:

$$s \rightarrow \frac{\omega_0^2}{s}$$

- kan een $2n$ -de orde Butterworth laagdoorlaatfilter omgezet worden naar een $2n$ -de orde Butterworth hoogdoorlaatfilter

Butterworth laagdoorlaatfilters

■ Een filter wordt vaak gespecificeerd door:

- bij frequentie f_1 (in het doorlaatgebied) is de overdracht A_1^{dB}
- bij frequentie f_2 (in het niet-doorlaatgebied) is de overdracht A_2^{dB}

$$H(f) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^{2n}}}$$

■ De amplitude heeft maar twee parameters:

- Orde: n
- Kritische frequentie: f_0

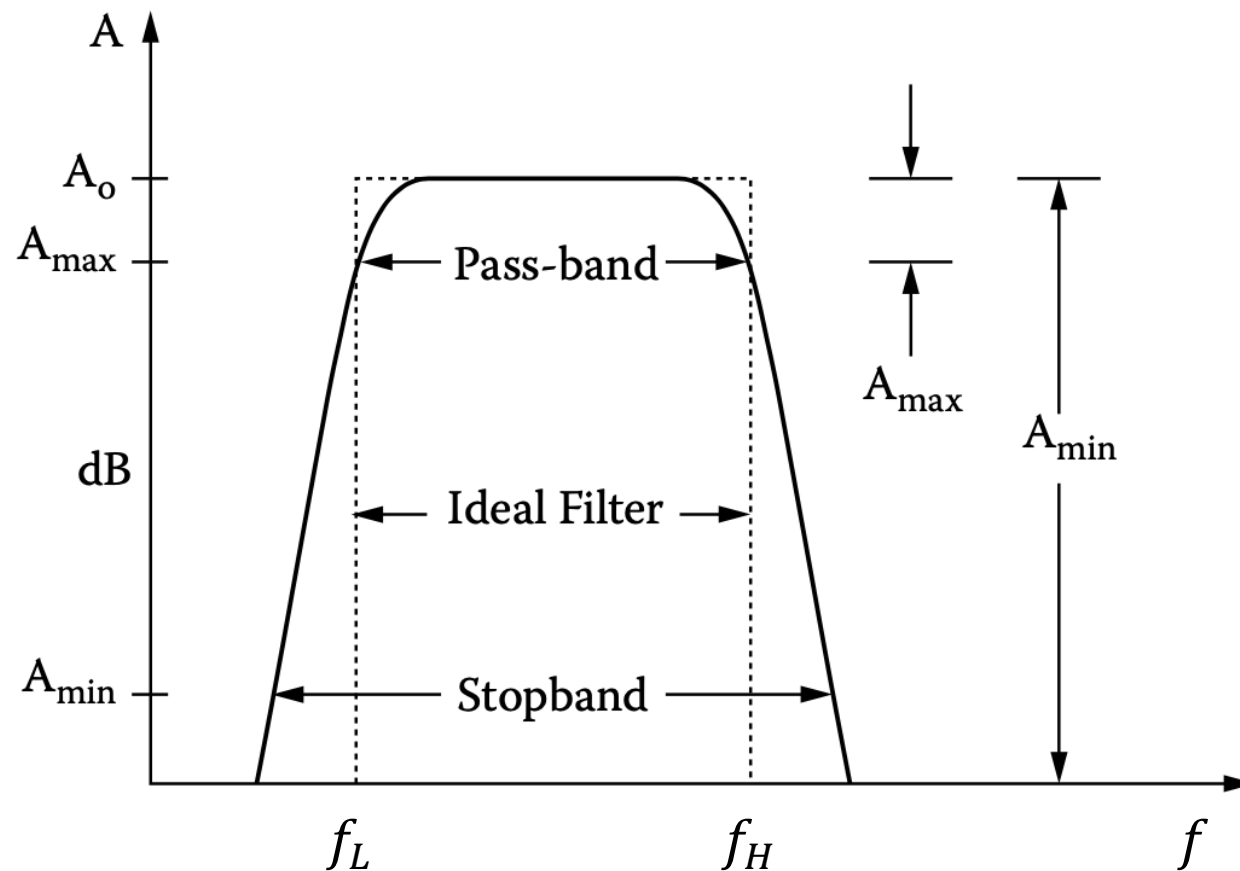
Parameters	Laagdoorlaatfilter
$n_{\text{approx}} =$	$\frac{\log \left[\frac{10^{-\frac{1}{10}A_2^{dB}} - 1}{10^{-\frac{1}{10}A_1^{dB}} - 1} \right]}{2 \log \left(\frac{f_2}{f_1} \right)}$
$f_0 =$	$\left(10^{-\frac{1}{10}A_1^{dB}} - 1 \right)^{-\frac{1}{2n}} f_1$

Besproken is:

Filters

Banddoorlaatfilters

- Een banddoorlaatfilter heeft twee kantelfrequenties: f_L , f_H
- m -de orde hoogdoorlaatfilter
- n -de orde laagdoorlaatfilter



Butterworth banddoorlaatfilters

- Een Butterworth banddoorlaatfilter is maximaal vlak op de kritische frequentie: $\omega_c = \sqrt{\omega_L \omega_H}$:

$$H(\omega_c) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_L}{\omega_H}\right)^{m+n}}}$$

- Zo'n filter is te verkrijgen door de Butterworth polynomen te gebruiken
- De factoren voor het hoogdoorlaatgedeelte volgen uit de laag/hog-transformatie

$$s \rightarrow \frac{\omega_0^2}{s}$$