



ANALOGE ELEKTRONICA NOISE

overtref jezelf



Overzicht

- Stochastische berekeningen
- Thermische ruis
- Ruismodellen in versterkerschakelingen
- Andere vormen van ruis

➤ **Bekijk de kennisclips via de wiki**

Ruis

- Ruis is een random (willekeurige) verstoring $v_n(f)$ op het eigenlijke signaal $v_s(f)$:

$$v(f) = v_s(f) + v_n(f)$$

- Meestal is deze ruis frequentie f afhankelijk
- De amplitude van de ruis $v_n(f)$ is vaak verdeeld volgens de normale verdeling

Verschillende vormen van ruis

Witte (thermische) ruis:

- Veroorzaakt door alle weerstanden
- Frequentie onafhankelijk

Shot ruis:

- Veroorzaakt door potentiaalovergangen (in bv. pn-juncties)
- Frequentie onafhankelijk

Pink (1/f, flicker, contact) ruis:

- Veroorzaakt door imperfecties tussen overgangen van materialen
- Frequentie afhankelijk: $1/f$ dus vooral lage frequenties

Burst (popcorn) ruis:

- Veroorzaakt door pn-overgangen

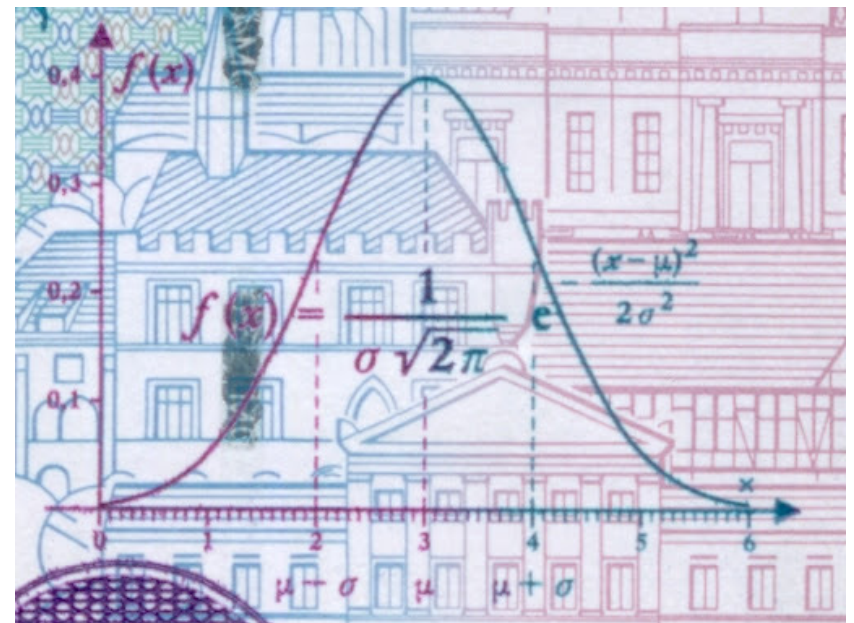
Normaalverdeling



- De normaalverdeling wordt beschreven door Gaussfunctie:

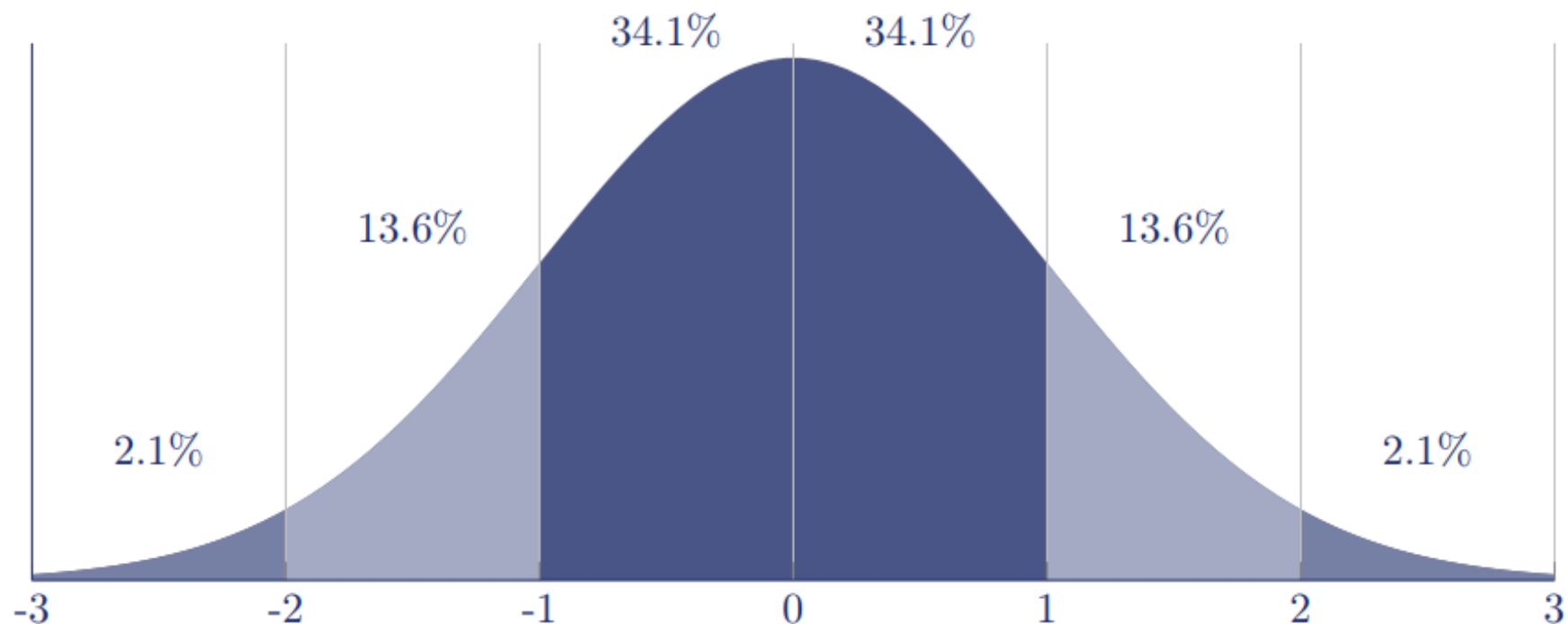
$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

- μ gemiddelde
- σ standaardafwijking of deviatie;
- RMS-waarde rond het gemiddelde



Normaalverdeling

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$



- 68% kans om tussen $-\sigma < x < \sigma$ te liggen
- 95% kans om tussen $-2\sigma < x < 2\sigma$ te liggen

Normaalverdeling

- De normaalverdeling wordt beschreven door Gaussverdeling

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

- bepaalt de kans $P(x_1 < x < x_2)$ dat de random variabele x een waarde tussen $x_1 < x < x_2$ ligt volgens:

$$P(x_1 < x < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} p(x) dx$$

Normaalverdeling

- De normaalverdeling wordt beschreven door Gaussverdeling

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

- De kans dat de random variabele x ergens tussen $-\infty$ en ∞ ligt is 1, dus

$$P(-\infty < x < \infty) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x) dx = 1$$

- Dit bepaalt precies de normering van de Gaussverdeling

Stochastische berekeningen

- De verwachtingswaarde (of gemiddelde) $\langle f(x) \rangle$ van een functie $f(x)$ van een random variabele x wordt berekend door

$$\langle f(x) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) p(x) dx$$

- In het bijzonder het gemiddelde van x is: $\langle x \rangle$
- Voor de normale verdeling geldt:

$$\langle x \rangle = \mu \quad ; \quad \langle (x - \mu)^2 \rangle = \sigma^2$$

Opgave I: Stochastische berekeningen

- Stel x is een random variabele die verdeeld is volgens een normale verdeling rond het gemiddelde 0 en de standaard afwijking σ
- Definieer verder: $v = v_0 x$ en $i = i_0 x$, waarbij v_0 en i_0 constanten zijn
- Bepaal de volgende verwachtingswaarden:
 - a)* $\langle v \rangle, \langle i \rangle$
 - b)* $\langle v^2 \rangle, \langle i^2 \rangle$
 - c)* $\langle v i \rangle$

Statistische correlatie

- Twee random variabelen x, y kunnen onafhankelijke zijn of (gedeeltelijk) van elkaar afhankelijk
- De correlatiecoëfficiënt ρ meet de correlatie tussen twee random variabelen

$$\rho = \frac{\langle x y \rangle}{\sqrt{\langle x^2 \rangle \langle y^2 \rangle}} \quad ; \quad -1 \leq \rho \leq 1$$

- Geen correlatie (onafhankelijk): $\rho = \langle x y \rangle = 0$
- Volledige correlatie: $\rho = 1$
- Volledige anti-correlatie: $\rho = -1$

Opgave II: Stochastische berekeningen

- Stel x, y zijn twee onafhankelijke random variabelen, dwz $\langle x y \rangle = 0$, die beiden verdeeld zijn volgens een normale verdeling rond het gemiddelde 0 en de standaard afwijking σ
- Definieer verder: $v = v_0 x$ en $i = i_0 y$
- Bepaal de volgende verwachtingswaarden:
 - a)* $\langle v \rangle, \langle i \rangle$
 - b)* $\langle v^2 \rangle, \langle i^2 \rangle$
 - c)* $\langle v i \rangle$
- Verklaar het verschil tussen de opgaven Ic en IIc

Thermische ruis

- Ruis is een willekeurige verstoringen $v_n(f)$ op het eigenlijke signaal $v_s(f)$:

$$v(f) = v_s(f) + v_n(f)$$

- Bij thermische ruis zijn deze verstoringen onafhankelijk van de frequentie, dwz:

$$v_n(f) = v_t$$

- De thermische ruis v_t is een random variabele en volgt de normaalverdeling

Thermische ruis

Voor thermische ruis is de amplitude van de ruisspanning:

- een random variabele v_t met Gaussverdeling, waarbij

- het gemiddelde nul is:

$$\langle v_t \rangle = \mu = 0$$

- en de standaarddeviatie gelijk is aan de RMS-waarde van de ruisspanning V_t :

$$\langle v_t^2 \rangle = \sigma^2 = V_t^2$$

Thermische ruis van een weerstand

- De RMS-waarde van ruisvoltage V_t

$$V_t^2 = \langle v_t^2 \rangle = 4kTR \Delta f$$

- waarbij $k = 1,38 * 10^{-23}$ J/K de constante van Boltzmann
- T de temperatuur in Kelvin
- R de weerstandswaarde
- Δf de bandbreedte zijn
- Dit is alleen afhankelijk van de weerstandswaarde; niet hoe de weerstand fysiek gemaakt is!
- Andere vormen van ruis zijn wel afhankelijk van de fysieke opbouw van de weerstand

Thermische ruis van een weerstand

- De RMS-waarde van ruisstroom $I_t = \frac{V_t}{R}$

$$I_t^2 = \langle i_t^2 \rangle = \frac{4kT \Delta f}{R}$$

- T de temperatuur in Kelvin
- R de weerstandswaarde
- Δf de bandbreedte zijn

Thermische ruis van een 2-poortsnetwerk

- De thermische ruis van een willekeurig 2-poorts-network met complexe impedantie $Z(f)$ wordt alleen door de weerstanden in Z bepaald:

$$V_{tZ}^2 = 4kT \int_{f_1}^{f_2} \operatorname{Re} Z(f) df$$

- met de bandbreedte $\Delta f = f_2 - f_1$

Opgave: Thermische ruis van een RC-filter

- Beschouw een eerste orde laag-doorlaat RC-filter met een weerstand R en een condensator C
- Bepaal de kritische frequentie f_c
- Bepaal de thermische ruisspanning bij een bandbreedte (met $f_1 = 0$):
 - a) $\Delta f = \frac{1}{\sqrt{3}} f_c$
 - b) $\Delta f = f_c$
 - c) $\Delta f = \sqrt{3} f_c$
 - d) Bepaal de totale thermische ruis

Hint:

$$\int \frac{dx}{1+x^2} = \arctan x$$

Thermische ruis van een fysische weerstand

- Elke fysische weerstand R bevat altijd een effectieve shuntcondensator C
- De complexe impedantie van een fysische weerstand wordt daarmee

$$Z = R \parallel \frac{1}{j2\pi f C} = \frac{R}{1 + j 2\pi f RC}$$

Opgaven: ideale en fysische weerstanden

- 1) Beschouw een ideale weerstand R
 - a) Bepaal de totale ruisspanning van deze ideale weerstand
 - b) Leg uit waarom om het resultaat niet realistisch is

- 2) Beschouw nu een fysische weerstand R met een effectieve shuntcondensator C
 - a) Laat zien dat de totale ruisspanning is gegeven door:

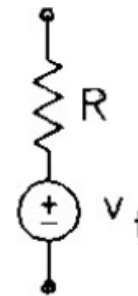
$$V_t^2 = 4kT \int_0^\infty \operatorname{Re} Z(f) df = \frac{kT}{C} \quad ; \quad \operatorname{Re} Z = \frac{R}{1 + (2\pi f RC)^2}$$

- b) Waarom volgt hier uit het resultaat van een ideale weerstand?

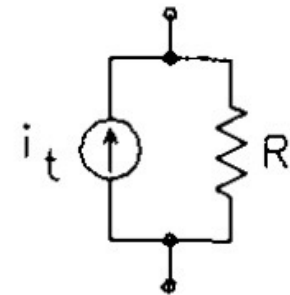
Ruismodellering

- De ruis van een ideale weerstand kan als volgt gemoduleerd worden:

a) Thevenin ruismodel



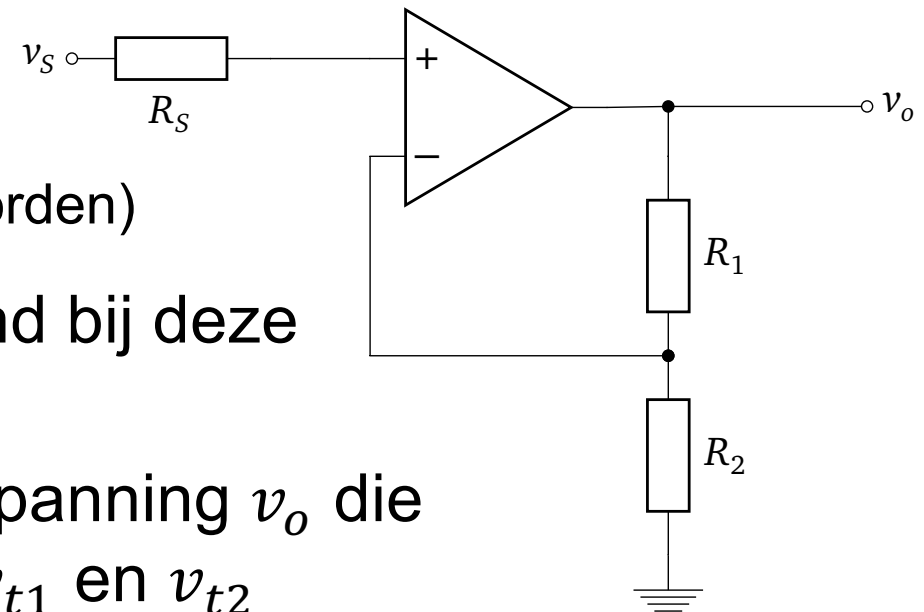
b) Norton ruismodel



- De ruis spanning V_t en de ruisstroom I_t zijn gerelateerd volgens de wet van Ohm: $V_t = R I_t$
- Voor thermische ruis geldt: $V_t^2 = 4kTR \Delta f$

Opgave: Ruismodel van een versterkerschakeling

Beschouw de niet-inverteerde opamp versterkerschakeling waarbij de bron een interne weerstand R_S heeft

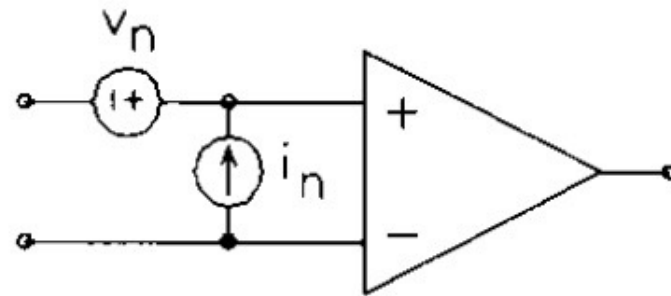
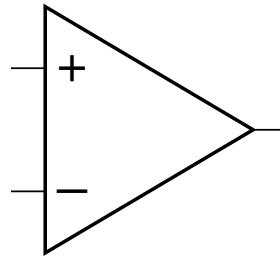


(De opamp mag als ideal aangezien worden)

- a) Teken het ruismodel behorend bij deze schakeling
- b) Bepaal de random uitgangsspanning v_o die door de ruisspanningen v_{tS} , v_{t1} en v_{t2} veroorzaakt wordt
- c) Bereken de RMS-waarde ruisspanning V_o van de uitgangsspanning bij een bandbreedte Δf

Ruismodel van een opamp

- Het ruismodel van een opamp bestaat uit

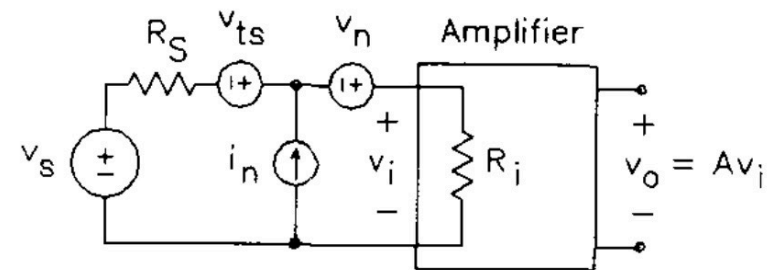
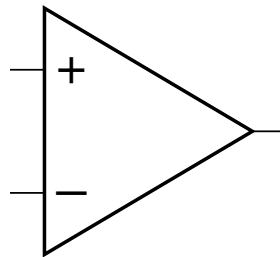


- een ruisspanning v_n en een ruisstroom i_n
- Deze zijn in het algemeen niet onafhankelijk:

$$\langle v_n^2 \rangle = V_n^2 \quad ; \quad \langle i_n^2 \rangle = I_n^2 \quad ; \quad \langle v_n i_n \rangle = V_n I_n \rho$$

Opgave: Ruismodel van een opamp

- Het ruismodel van een opamp bestaat uit



- a) Laat zien dat de uitgangsspanning van de opamp met ruismodellering gegeven is door:

$$v_o = \frac{R_i}{R_i + R_S} A [v_s + (v_{ts} + v_n + i_n R_S)]$$

- b) Bepaal de RMS-uitgangsruijspanning V_o
- c) Door gebruik te maken van de correlatie ρ , wat is de kleinste mogelijke waarde van de ruijspanning?

Shot ruis

- Bij short ruis zijn deze verstoringen onafhankelijk van de frequentie, dwz: $i_n(f) = i_{sh}$
- De RMS-waarde wordt bepaald door de stroom I door het component:

$$I_{sh}^2 = 2qI \Delta f$$

met fundamentele elektrische lading

$$q = 1,6 * 10^{-19} \text{ C}$$

Flicker (1/f, pink) ruis

- Bij pink ruis zijn deze verstoringen afhankelijk van de frequentie, dwz: $i_n(f) = i_f(f)$
- De RMS-waarde van de flicker ruis wordt bepaald door

$$I_f^2 = \frac{K_f I^m \Delta f}{f^n}$$

$n \sim 1$, $1 < m < 3$, K_f flickerruisconstante

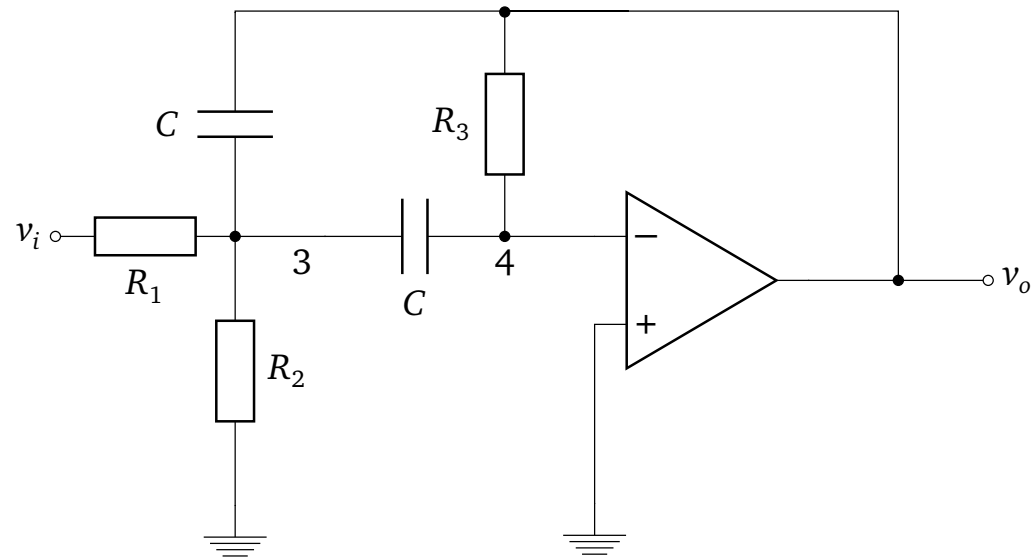
Besproken is:

Ruis

Opgave: Ruismodel van een multiple feedback BPF

Beschouw het multiple feedback bandpass filter

(De opamp mag als ideaal aangezien worden)



- a) Teken het ruismodel behorend bij deze schakeling
- b) Bepaal de random uitgangsspanning v_o die door de ruisspanningen v_{t1} , v_{t2} en v_{t3} veroorzaakt wordt
- c) Bereken de RMS-waarde ruisspanning $\frac{V_o^2}{\Delta f}$
- d) Leg hiermee uit dat de totale ruisspanning eindig is