

Huiswerk kwartaal 3 week 2

Na afloop van deze week:

- weet je hoe je elk gewenst discreet signaal kan beschrijven met impulsen;
- snap je dat het gedrag van een LTI-systeem beschreven kan worden met de impulsresponsie $h[n]$ van het systeem;
- snap je dat het gedrag van een LTI-systeem ook beschreven kan worden met de stapresponsie $s[n]$ van het systeem;
- kun je de eindwaarde van de stapresponsie van een stabiel systeem bepalen;
- weet je dat de stapresponsie voornamelijk in de regeltechniek gebruikt wordt (digitale regeltechniek behandelen we in kwartaal 4);
- kun je met behulp van convolutie het uitgangssignaal $y[n]$ van een systeem bepalen als het ingangssignaal $x[n]$ en de impulsresponsie $h[n]$ gegeven zijn.

Deze week leer je, hoe je, als het ingangssignaal $x[n]$ en de impulsresponsie $h[n]$ van een systeem gegeven zijn, het uitgangssignaal $y[n]$ kunt berekenen. De grote vraag die dan nog overblijft, is natuurlijk: als ik een systeem wil ontwerpen met een bepaalde functionaliteit (bijvoorbeeld een laagdoorlaatfilter), hoe bepaal ik dan de benodigde impulsresponsie $h[n]$ en hoe implementeer ik die $h[n]$ in een programma (b.v. voor een microcontroller). Deze vraag wordt later in deze cursus beantwoord.

Les 1

Op [sheet 6 van de presentatie](#) heb je gezien hoe je elk gewenst discreet signaal kan beschrijven met impulsen.

Maak opgave 2.1 uit het boek¹. Controleer je antwoorden hier: [WK2_H2_antwoorden.pdf](#).

Op [sheet 7 tot en met 9 van de presentatie](#) wordt uitgelegd dat je aan de impulsresponsie kunt zien of het systeem:

- wel of geen geheugen bevat;
- al dan niet causaal is;
- stabiel of instabiel is.

¹ RA. Lynn. *Inleiding Digitale Signaalbewerking*. 2de ed. ThiemeMeulenhoff bv, 2004. ISBN: 9-789055-744480

Op [sheet 10, 11 en 12 van de presentatie](#) heb je gezien hoe je van een gegeven systeem de impulsresponsie kunt bepalen. Het systeem kan daarbij gegeven zijn als een formule waarin het verband tussen de output en de input is gegeven $y[n] = \dots$. Bijvoorbeeld:

$$y[n] = 1,5 \cdot y[n-1] - 0,85 \cdot y[n-2] + x[n] \quad (1)$$

Bedenk dat dit systeem ook gegeven kan zijn als een schema bestaande uit vertragingen, vermenigvuldigingen en optellingen. In week 1 heb je namelijk geleerd hoe je zo'n schema naar een formule kunt omzetten en vice versa. **Teken het systeem dat vergelijking (1) realiseert.**

Maak opgave 2.3, 2.4 en 2.6 uit het boek. Controleer je antwoorden hier: [WK2_H2_antwoorden.pdf](#).

Op [sheet 13 en 14](#) van de presentatie wordt al even vooruit gekeken naar volgende week. Dan leer je namelijk hoe je met behulp van de Fouriertransformatie de impulsresponsie kunt omzetten naar de frequentieresponsie van het systeem. Het systeem gegeven in [vergelijking \(1\)](#) blijkt dan een banddoorlaatfilter te zijn.

Op [sheet 15](#) tot en met [19](#) heb je gezien hoe je van een gegeven systeem de stapresponsie kunt bepalen. Ook heb je geleerd om de eindwaarde van de stapresponsie van een stabiel systeem te bepalen.

Maak opgave 2.7, 2.8 en 2.9 uit het boek. Controleer je antwoorden hier: [WK2_H2_antwoorden.pdf](#).

De in les 1 behandelde stof kun je terugvinden in de volgende paragrafen van het boek:

§2.1 Analyse in het tijddomein; Inleiding

§2.2 Het beschrijven van digitale signalen met impulsfuncties

§2.3 Het beschrijven van digitale LTI-processoren

Les 2

Op [sheet 22](#) tot en met [34](#) van de presentatie heb je gezien hoe je met behulp van convolutie het uitgangssignaal $y[n]$ van een systeem kunt bepalen als het ingangssignaal $x[n]$ en de impulsresponsie $h[n]$ gegeven zijn.

Het eerste voorbeeld, gegeven op [sheet 28](#), is eerst uitgewerkt m.b.v. van de formule:

$$y[n] = x[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \cdot h[n-k] \quad (2)$$

Zie [sheet 29](#).

Omdat convolutie commutatief is (d.w.z. $x[n] * h[n] = h[n] * x[n]$) en omdat je ervan uit mag gaan dat het systeem causaal is (d.w.z. $h[n] = 0$ voor $n < 0$), kun je ook de volgende formule gebruiken:

$$y[n] = h[n] * x[n] = \sum_{k=0}^{\infty} h[k] \cdot x[n-k] \quad (3)$$

Zie [sheet 30](#).

Als $x[n]$ korter² is dan $h[n]$, dan is het eenvoudiger om [vergelijking \(2\)](#) te gebruiken. Als $h[n]$ korter is dan $x[n]$, dan is het eenvoudiger om [vergelijking \(3\)](#) te gebruiken.

Het voorbeeld op [sheet 31](#) is niet volledig uitgewerkt. **Bereken $y[n]$ voor alle waarden van $y[n] \neq 0$.**

Met de formule die is gebruikt op [sheet 32](#) vind je:

$$y[n] = x[-1] \cdot h[n+1] + x[0] \cdot h[n] + x[1] \cdot h[n-1] + x[2] \cdot h[n-2]$$

$$y[n] = 1 \cdot h[n+1] + 2 \cdot h[n] + 3 \cdot h[n-1] + (-1) \cdot h[n-2]$$

$$y[n] = h[n+1] + 2 \cdot h[n] + 3 \cdot h[n-1] - h[n-2]$$

$$y[-1] = h[0] + 2 \cdot h[-1] + 3 \cdot h[-2] - h[-3] = 1 + 2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 - 0 = 1$$

$$y[0] = h[1] + 2 \cdot h[0] + 3 \cdot h[-1] - h[-2] = -1 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 0 - 0 = 1$$

$$y[1] = h[2] + 2 \cdot h[1] + 3 \cdot h[0] - h[-1] = 2 + 2 \cdot (-1) + 3 \cdot -0 = 3$$

$$y[2] = h[3] + 2 \cdot h[2] + 3 \cdot h[1] - h[0] = 0 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot (-1) - 1 = 0$$

$$y[3] = h[4] + 2 \cdot h[3] + 3 \cdot h[2] - h[1] = 0 + 2 \cdot 0 + 3 \cdot 2 - (-1) = 7$$

$$y[4] = h[5] + 2 \cdot h[4] + 3 \cdot h[3] - h[2] = 0 + 2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 - 2 = -2$$

² Met korter wordt bedoeld dat het signaal minder samples met een waarde $\neq 0$ bevat.

Met de formule die is gebruikt op [sheet 33](#) vind je:

$$y[n] = h[0] \cdot x[n] + h[1] \cdot x[n-1] + h[2] \cdot x[n-2]$$

$$y[n] = 1 \cdot x[n] + (-1) \cdot x[n-1] + 2 \cdot x[n-2]$$

$$y[n] = x[n] - x[n-1] + 2 \cdot x[n-2]$$

$$y[-1] = x[-1] - x[-2] + 2 \cdot x[-3] = 1 - 0 + 2 \cdot 0 = 1$$

$$y[0] = x[0] - x[-1] + 2 \cdot x[-2] = 2 - 1 + 2 \cdot 0 = 1$$

$$y[1] = x[1] - x[0] + 2 \cdot x[-1] = 3 - 2 + 2 \cdot 1 = 3$$

$$y[2] = x[2] - x[1] + 2 \cdot x[0] = -1 - 3 + 2 \cdot 2 = 0$$

$$y[3] = x[3] - x[2] + 2 \cdot x[1] = 0 - (-1) + 2 \cdot 3 = 7$$

$$y[4] = x[4] - x[3] + 2 \cdot x[2] = 0 - 0 + 2 \cdot (-1) = -2$$

Maak opgave 2.10 uit het boek. Controleer je antwoorden hier: [WK2_H2_antwoorden.pdf](#).

De in les 2 behandelde stof kun je terugvinden in de volgende paragraaf van het boek:

§2.4 Digitale convolutie

Extra oefenopgaven week 2

Extra oefenopgaven over de stof van week 2 zijn niet nodig omdat er al voldoende opgaven in het boek staan.