

Huiswerk kwartaal 3 week 3

Na afloop van deze week:

- kun je het frequentiespectrum van een *periodiek* discreet signaal bepalen (de zogeheten *discrete Fourier-reeks*);
- snap je dat dit frequentiespectrum ook periodiek en *discreet* is;
- weet je dat dit frequentiespectrum bestaat uit *complexe* spectrale componenten a_k en dat $|a_k|$ de amplitude van elke frequentiecomponent is;
- weet je dat dit spectrum symmetrisch is (voor reële $x[n]$): $a_{N-k} = \overline{a_k}^1$;
- ken je het verband tussen k , $\Omega = 2\pi k/N$ en $f = f_s k/N$;
- kun je de discrete Fourier-reeks van een signaal omzetten naar een beschrijving van een periodiek signaal in het tijddomein;
- ken je de belangrijkste eigenschappen van de discrete Fourier-reeks (lineariteit en tijdverschuiving);
- kun je het frequentiespectrum van een *niet periodiek* (of periodiek) discreet signaal bepalen met behulp van de Discrete-Tijd Fourier-Transformatie (DTFT);
- snap je dat dit frequentiespectrum periodiek en *continue* is;
- ken je de belangrijkste eigenschappen van deze transformatie (lineariteit en tijdverschuiving);
- kun je een frequentiespectrum terugtransformeren naar het tijddomein met de Inverse Discrete-Tijd Fourier-Transformatie (IDTFT);
- kun je de overdracht $H(\Omega)$ van een LTI-systeem bepalen;
- kun je de versterking $|H(\Omega)|$ en de fasedraaiing $\Phi_H(\Omega)$ van een LTI-systeem bepalen en schetsen;
- kun je de DTFT van signalen bepalen met behulp van het [formuleblad](#).

Deze week leer je om beschrijvingen van een discreet signaal in het tijddomein om te zetten (te transformeren) naar het frequentiedomein en vice versa (de omgekeerde transformatie). Hiermee kun je dus bepalen welke frequenties in een signaal voorkomen.

In les 1 leer je hoe je dit doet voor *periodieke* discrete signalen. In les 2 leer je hoe je dit doet voor *niet periodieke* discrete signalen. Vreemd genoeg levert deze laatste transformatie, de Discrete-Tijd Fourier-Transformatie (DTFT), een *continue periodiek frequentiespectrum* op.

¹ $\overline{a_k}$ is de [complex geconjugeerde](#) van a_k .

In de praktijk maken we bij het ontwerpen van een digitaal filter gebruik van de omgekeerde transformatie, de Inverse Discrete-Tijd Fourier-Transformatie (IDTFT). Als je de gewenste frequentieoverdracht van het filter omzet naar het tijddomein vind je de gewenste impulsresponsie van het filter. In de voorgaande weken heb je al geleerd om deze impulsresponsie om te zetten in een LTI-systeem. Dit LTI-systeem bestaat uit vertragingen, vermenigvuldigingen en optellingen en kan eenvoudig in een computerprogramma geïmplementeerd worden. Dit gaan we in de komende weken in de praktijk (met MATLAB op de pc) toepassen. In kwartaal 4 gaan we dit ook op een microcontroller in C toepassen. In de minor Embedded Systems kun je eventueel later nog leren hoe zo'n LTI-systeem als digitale hardware in een FPGA² geïmplementeerd kan worden.

Les 1

Een *periodiek* discreet signaal is een signaal dat zich na een bepaalde periode steeds herhaalt. Het aantal samples per periode noemen we N . Op [sheet 5](#) en [6](#) van de presentatie is de formule gegeven en toegelicht waarmee je een *periodiek* discreet signaal kan omzetten naar het frequentiedomein. Dit levert in het frequentiedomein een discreet, periodiek frequentiespectrum op dat bestaat uit N *complexe* spectrale componenten a_k . Dit spectrum wordt de *discrete Fourier-reeks* genoemd. De amplitude van elke spectrale component is gelijk aan $|a_k|$.

Op [sheet 6](#) van de presentatie wordt ook de genormeerde hoekfrequentie Ω geïntroduceerd. Deze is gedefinieerd als $\Omega = 2\pi \frac{k}{N}$. Het frequentiespectrum is periodiek voor $k = 0$ tot N wat dus overeenkomt met $\Omega = 0$ tot 2π . Als de periode van het periodieke discrete signaal T_0 is en de sampleperiode T_s is, dan is het aantal samples per periode N gelijk aan $\frac{T_0}{T_s}$. Omdat $f = \frac{1}{T}$ geldt ook $N = \frac{f_s}{f_0}$.

In [week 1](#) heb je geleerd dat het spectrum van een periodiek discreet signaal periodiek is voor $f = 0$ tot f_s . De eerste frequentiecomponent voor $k = 0$ hoort dus bij $\Omega = 0$ oftewel $f = 0$ en geeft de gelijkspanningscomponent (ook wel de DC-term genoemd) weer. De tweede frequentiecomponent voor $k = 1$ hoort dus bij $\Omega = \frac{2\pi}{N}$ (we noemen dit Ω_0) oftewel $f = \frac{f_s}{N} = f_0$ de grondfrequentie (ook wel de eerste harmonische genoemd) van het periodieke signaal.

In [tabel 1](#) is het verband tussen k , Ω en f gegeven. Zorg dat je dit snapt en kunt toepassen.

² Een FPGA (Field Programmable Gate Array) is een IC dat bestaat uit programmeerbare logische componenten.

Tabel 1: het verband tussen k , Ω en f

k	Ω	f	opmerking
0	0	0	gelijkspanningscomponent
1	$\frac{2\pi}{N} = \Omega_0$	$\frac{f_s}{N} = f_0$	eerste harmonische
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	
$\frac{1}{2}N$	π	$\frac{1}{2}f_s$	Nyquist-frequentie
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	
N	2π	f_s	samplefrequentie

De hoekfrequentie ω in rad/s is gelijk aan $2\pi f$. Waarbij f de frequentie is in 1/s oftewel Hz. De genormaliseerde hoekfrequentie Ω is gedefinieerd als $\frac{\omega}{f_s}$ waarbij f_s de samplefrequentie is in sample/s. De eenheid van Ω is dus $\frac{\text{rad/s}}{\text{sample/s}} = \text{rad/sample}$.

Op [sheet 8](#) tot en met [14](#) van de presentatie beschouwen we een signaal waar we het spectrum van kennen en laten zien dat het gebruik van de formule voor de discrete Fourier-reeks ([sheet 6](#)) exact hetzelfde spectrum oplevert.

Op [sheet 18](#) is gegeven dat de waarden van de spectrale componenten a_k symmetrisch zijn voor reële signalen. Er geldt: $a_{N-k} = \overline{a_k}$. Het is dus niet nodig om alle N waarden van a_k te berekenen. Het volstaat om de waarden van a_k te berekenen voor $k = 0$ tot en met $\frac{1}{2}N$. De overige waarden van a_k kunnen dan worden bepaald uit de symmetrie.

Het voorbeeld op [sheet 19](#) is uitgewerkt in [Presentatie_Uitwerkingen_WK3.pdf](#).

Op [sheet 21](#) is de synthesevergelijking van de discrete Fourier-reeks gegeven. Hiermee kan, als de waarden van de spectrale componenten a_k bekend zijn, het periodieke discrete signaal worden gereconstrueerd. Op [sheet 22](#) is een voorbeeld gegeven van de reconstructie van een periodiek signaal met behulp van de synthesevergelijking.

Maak opgave 3.1 uit het boek³. Controleer je antwoorden hier: [WK3_H3_antwoorden.pdf](#). De complete uitwerkingen vind je hier: [WK3_H3_uitwerkingen.pdf](#).

³ RA. Lynn. *Inleiding Digitale Signaalbewerking*. 2de ed. ThiemeMeulenhoff bv, 2004. ISBN: 9-789055-744480

De in les 1 behandelde stof kun je terugvinden in de volgende paragrafen van het boek:

§3.1 Analyse in het frequentiedomein: de discrete Fourier-reeks en de Fourier-transformatie;
Inleiding

§3.2 De discrete Fourier-reeks

Extra verdieping les 1

Het is niet noodzakelijk om de [opgaven 3.2 en 3.5](#) uit het boek te maken. Deze opgaven zijn bedoeld voor studenten die zich verder willen verdiepen in de discrete Fourier-reeks. Controleer je antwoorden hier: [WK3_H3_antwoorden.pdf](#). De complete uitwerkingen vind je hier: [WK3_H3_uitwerkingen.pdf](#).

In de les hebben we laten zien dat het toepassen van de formule voor de discrete Fourier-reeks ([sheet 6](#)) het spectrum van het signaal oplevert. Hoe deze formule precies werkt hebben we niet uitgelegd. Mocht je hier meer over willen weten, dan kun je de volgende video's bekijken:

- <https://www.youtube.com/watch?v=QmgJmh2I3Fw>. In deze video wordt $\frac{1}{N}$ uit de formule voor de discrete Fourier-reeks ([sheet 6](#)) weggelaten. Wij hebben die factor toegevoegd zodat de waarde van de spectrale componenten a_k gelijk is aan de amplitude van de bijbehorende frequentiecomponent.
- <https://www.youtube.com/watch?v=spUNpyF58BY>. In deze video wordt de formule voor de Fourier-transformatie voor periodieke continue signalen uitgelegd. Dat is een vergelijkbare formule als de formule voor de discrete Fourier-reeks, maar dan voor continue signalen. De uitleg in deze video kan je helpen om beter te begrijpen hoe de formule voor de discrete Fourier-reeks werkt.

Les 2

Op [sheet 28](#) tot en met [33](#) van de presentatie heb je gezien hoe het frequentiespectrum van een *niet* periodiek discreet signaal eruit ziet als we het beschouwen als een periodiek signaal met $N \rightarrow \infty$. Het frequentiespectrum wordt dan continue in plaats van discreet. Op [sheet 34](#) tot en met [39](#) van de presentatie heb je gezien dat dit ook gebeurt als we bij een periodiek signaal $N \rightarrow \infty$ laten gaan.

Je kunt dan de discrete Fourier-reeks niet meer gebruiken omdat het onmogelijk is om een oneindig aantal spectrale componenten a_k te bepalen. In plaats daarvan gebruik je de

Discrete-Tijd Fourier-Transformatie (DTFT) die gegeven is op [sheet 40](#). Je bepaalt daarmee het continue frequentiespectrum als functie van de genormaliseerde hoekfrequentie $X(\Omega)$.

Uit een gegeven spectrum $X(\Omega)$ kunnen we met de Inverse Discrete-Tijd Fourier-Transformatie (IDTFT) het signaal in het tijddomein bepalen $x[n]$.

Deze IDTFT kunnen je gebruiken om een gewenste frequentieresponsie van een digitaal filter om te zetten in de gewenste impulsresponsie, die vervolgens geïmplementeerd kan worden als een LTI-systeem in soft- of hardware.

Op [sheet 41](#) en [45](#) van de presentatie worden de belangrijkste eigenschappen (lineariteit en tijdsverschuiving) van de DTFT behandeld.

Op [sheet 42](#) wordt het spectrum $\Delta(\Omega)$ van het impulssignaal $\delta[n]$ berekend: $\Delta(\Omega) = 1$. De impulsfunctie bevat alle frequenties met een amplitude van 1. We kunnen dus het spectrum van de overdracht van een systeem $H(\Omega)$ bepalen door het spectrum van de impulsresponsie $h[n]$ te bepalen.

Op [sheet 44](#) wordt het spectrum van een verschoven impuls $\delta[n - n_0]$ berekend. Op [sheet 45](#) wordt bewezen dat voor een signaal $y[n] = x[n - n_0]$ geldt dat $Y(\Omega) = X(\Omega)e^{-j\Omega n_0}$. Deze formules zijn ook te vinden op het [formuleblad](#) respectievelijk in tabel 4 en tabel 2.

Het blijkt, op [sheet 47](#) dat een convolutie in het tijdsdomein overeenkomt met een vermenigvuldiging in het frequentiedomein!

Op [sheet 50](#) en [51](#) van de presentatie wordt een voorbeeld gegeven waarin de overdracht $H(\Omega)$ beplaat van een LTI-systeem waarvan het schema bekend is. Op [sheet 52](#) tot en met [54](#) wordt uitgelegd hoe je de versterking $|H(\Omega)|$ en de fasedraaiing $\Phi_H(\Omega)$ van dit LTI-systeem kunt schetsen.

De frequentieoverdracht van dit systeem is:

$$H(\Omega) = \frac{2 \cdot e^{-j\Omega \cdot 0} - \frac{1}{2}e^{-j\Omega \cdot 1}}{1 + \frac{3}{4}e^{-j\Omega \cdot 1}} = \frac{2 - \frac{1}{2}e^{-j\Omega}}{1 + \frac{3}{4}e^{-j\Omega}} \quad (1)$$

De amplitude (versterking) als functie van de genormaliseerde hoekfrequentie is dus:

$$\begin{aligned}
 |H(\Omega)| &= \left| \frac{2 - \frac{1}{2}e^{-j\Omega}}{1 + \frac{3}{4}e^{-j\Omega}} \right| = \frac{\left| 2 - \frac{1}{2}e^{-j\Omega} \right|}{\left| 1 + \frac{3}{4}e^{-j\Omega} \right|} = \frac{\left| 2 - \frac{1}{2}(\cos(-\Omega) + j\sin(-\Omega)) \right|}{\left| 1 + \frac{3}{4}(\cos(-\Omega) + j\sin(-\Omega)) \right|} \\
 &= \frac{\left| 2 - \frac{1}{2}\cos(\Omega) + j\frac{1}{2}\sin(\Omega) \right|}{\left| 1 + \frac{3}{4}\cos(\Omega) - j\frac{3}{4}\sin(\Omega) \right|} = \frac{\sqrt{\left(2 - \frac{1}{2}\cos(\Omega)\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\sin(\Omega)\right)^2}}{\sqrt{\left(1 + \frac{3}{4}\cos(\Omega)\right)^2 + \left(-\frac{3}{4}\sin(\Omega)\right)^2}}
 \end{aligned}$$

De fasedraaiing als functie van de genormaliseerde hoekfrequentie is dus:

$$\begin{aligned}
 \Phi_H(\Omega) &= \arg(H(\Omega)) = \arg\left(\frac{2 - \frac{1}{2}e^{-j\Omega}}{1 + \frac{3}{4}e^{-j\Omega}}\right) = \arg\left(2 - \frac{1}{2}e^{-j\Omega}\right) - \arg\left(1 + \frac{3}{4}e^{-j\Omega}\right) \\
 &= \arg\left(2 - \frac{1}{2}(\cos(-\Omega) + j\sin(-\Omega))\right) \\
 &\quad - \arg\left(1 + \frac{3}{4}(\cos(-\Omega) + j\sin(-\Omega))\right) \\
 &= \arg\left(2 - \frac{1}{2}\cos(\Omega) + j\frac{1}{2}\sin(\Omega)\right) - \arg\left(1 + \frac{3}{4}\cos(\Omega) - j\frac{3}{4}\sin(\Omega)\right) \\
 &= \arctan\left(\frac{\frac{1}{2}\sin(\Omega)}{2 - \frac{1}{2}\cos(\Omega)}\right) - \arctan\left(\frac{-\frac{3}{4}\sin(\Omega)}{1 + \frac{3}{4}\cos(\Omega)}\right)
 \end{aligned}$$

In [tabel 2](#) zijn een aantal waarden van Ω ingevuld in $|H(\Omega)|$ en $\arg(H(\Omega))$ zodat je deze overdrachten zou kunnen schetsen.

Als je de functie $e^{j\Omega}$ die over de eenheidscirkel ‘wandelt’ in het complexe vlak uit je hoofd kent, dan kun je $|H(\Omega)|$ voor de verschillende waarden van Ω ook vinden zonder de formule van Euler toe te passen, zie [sheet \(53\)](#).

Op de toets is het prima als je de overdracht aan de hand van deze vijf punten schetst. Maar in dit geval hebben we een programma gebruikt om de overdracht te tekenen. In [listing 1](#) is een Python programma gegeven dat de hieronder gegeven tabel en twee grafieken produceert, zie [figuren 1 en 2](#).

Tabel 2: $|H(\Omega)|$ en $\arg(H(\Omega))$ bij verschillende waarden van Ω .

Ω	$ H(\Omega) $	decimaal	$\arg(H(\Omega))$	decimaal
0	$\frac{12}{14}$	0,857	0	0,000
$\frac{1}{4}\pi$	$\frac{\sqrt{\frac{17}{4}-\sqrt{2}}}{\sqrt{\frac{50}{32}+\frac{3}{4}\sqrt{2}}}$	1,040	$\arctan\left(\frac{\frac{1}{4}\sqrt{2}}{2-\frac{1}{4}\sqrt{2}}\right) + \arctan\left(\frac{\frac{3}{8}\sqrt{2}}{1+\frac{3}{8}\sqrt{2}}\right)$	0,545
$\frac{1}{2}\pi$	$\frac{2}{5}\sqrt{17}$	1,649	$\arctan\left(\frac{1}{4}\right) + \arctan\left(\frac{3}{4}\right)$	0,889
$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{\sqrt{\frac{17}{4}+\sqrt{2}}}{\sqrt{\frac{50}{32}-\frac{3}{4}\sqrt{2}}}$	3,360	$\arctan\left(\frac{\frac{1}{4}\sqrt{2}}{2+\frac{1}{4}\sqrt{2}}\right) + \arctan\left(\frac{\frac{3}{8}\sqrt{2}}{1-\frac{3}{8}\sqrt{2}}\right)$	0,995
π	10	10,000	0	0,000

```

import cmath
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def H(Omega):
    return (2 - 1/2*cmath.e**(-1j*Omega)) / (1 + ←
        ↪ 3/4*cmath.e**(-1j*Omega))

print('  Ω          H(Ω)          |H(Ω)|  arg(H(Ω))')
for Omega in np.arange(0, cmath.pi+0.001, cmath.pi/4):
    print('{:.3f}'.format(Omega), '{:13.3f}'.format(H(Omega)), ←
        ↪ '{:6.3f}'.format(abs(H(Omega))), ←
        ↪ '{:6.3f}'.format(cmath.phase(H(Omega))))

Omega = np.linspace(0, cmath.pi, 100)
plt.title('Versterking')
plt.figure(1)
plt.ylim(0, 10.5);
plt.plot(Omega, np.abs(H(Omega)))
plt.xlabel('Ω (radialen/sample)')
plt.xticks([0, 0.25*cmath.pi, 0.5*cmath.pi, 0.75*cmath.pi, ←
    ↪ cmath.pi], ['0', '1/4 π', '1/2 π', '3/4 π', 'π'])
plt.ylabel('|H(Ω)|')
plt.minorticks_on()
plt.grid(which='major', linestyle='-')
plt.grid(which='minor', linestyle=':')

```

```

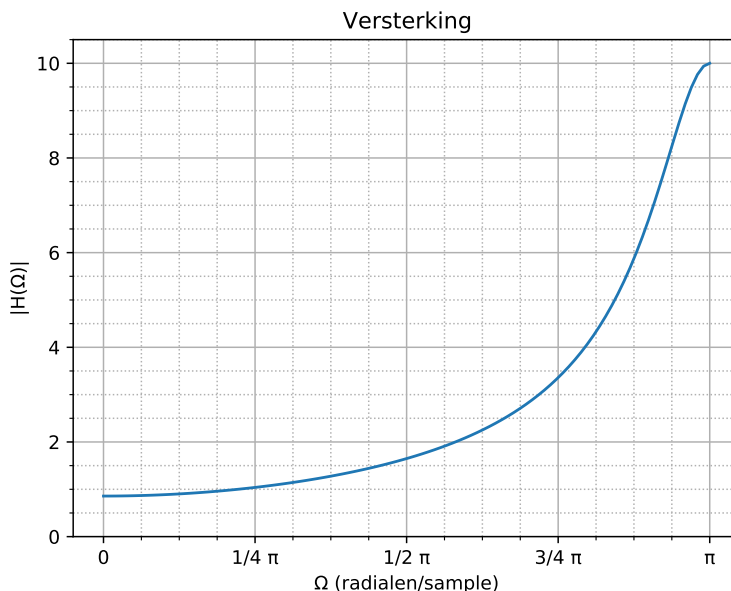
plt.figure(2)
plt.plot(Omega, np.angle(H(Omega)))
plt.title('Fasedraaiing')
plt.xlabel('Ω (radialen/sample)')
plt.xticks([0, 0.25*cmath.pi, 0.5*cmath.pi, 0.75*cmath.pi, ←
           ← cmath.pi], ['0', '1/4 π', '1/2 π', '3/4 π', 'π'])
plt.ylabel('arg(H(Ω)) (rad)')
plt.minorticks_on()
plt.grid(which='major', linestyle='-')
plt.grid(which='minor', linestyle=':')
plt.show()

```

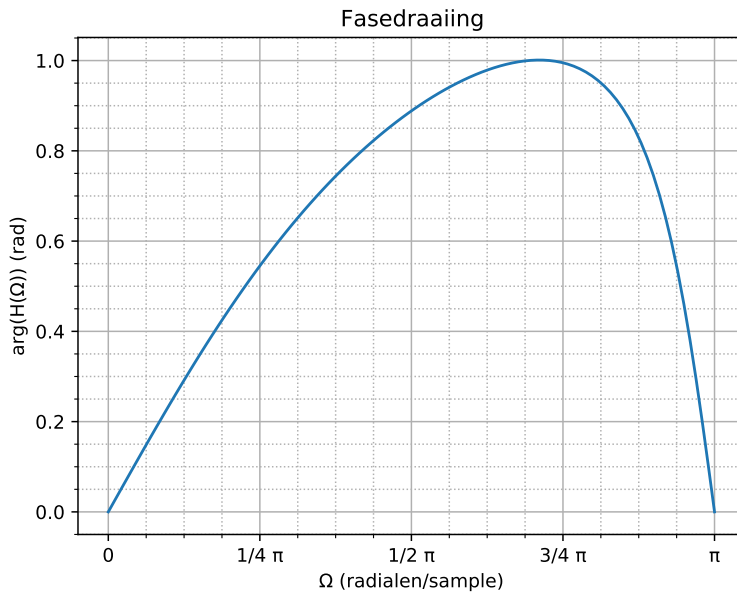
Listing 1: Dit Python programma berekent de overdracht van het in [vergelijking \(1\)](#) gegeven LTI-systeem, zie [Week_3_Les_2_Sheet_58.py](#)

De door het in [listing 1](#) gegeven programma geproduceerde tabel:

Ω	$H(\Omega)$	$ H(\Omega) $	$\arg(H(\Omega))$
0.000	0.857+0.000j	0.857	0.000
0.785	0.889+0.539j	1.040	0.545
1.571	1.040+1.280j	1.649	0.888
2.356	1.829+2.818j	3.360	0.995
3.142	10.000+0.000j	10.000	0.000



Figuur 1: De versterking van het in [vergelijking \(1\)](#) gegeven LTI-systeem.



Figuur 2: De fasedraaiing van het in [vergelijking \(1\)](#) gegeven LTI-systeem.

In [listing 2](#) is een vergelijkbaar MATLAB-programma gegeven dat twee grafieken produceert, zie [figuren 3 en 4](#).

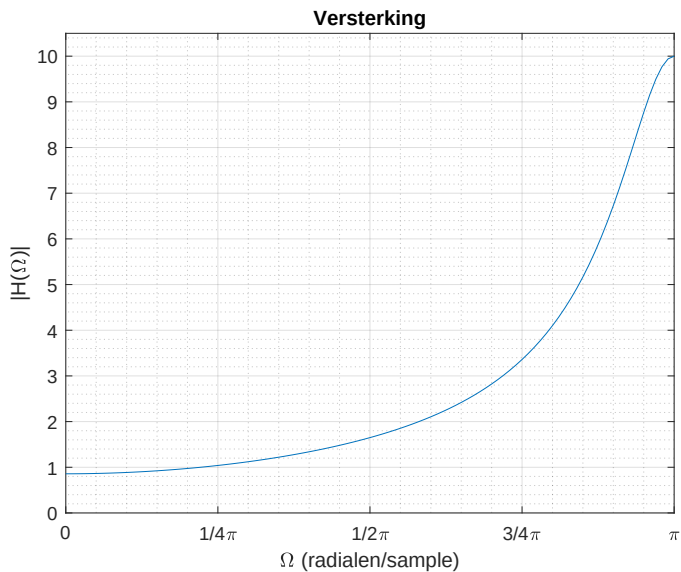
```
Omega = 0:pi/100:pi;
H = (2 - 1/2*exp(-1i*Omega)) ./ (1 + 3/4*exp(-1i*Omega));

figure(1);
plot(Omega, abs(H));
title('Versterking')
axis([0 pi 0 max(abs(H))*1.05]);
xlabel('\Omega (radialen/sample)');
set(gca, 'XTick', [0:pi/4:pi]);
set(gca, 'XTickLabel', {'0'; '1/4\pi'; '1/2\pi'; '3/4\pi'; '\pi'});
ylabel('|H(\Omega)|');
grid on;
grid minor;

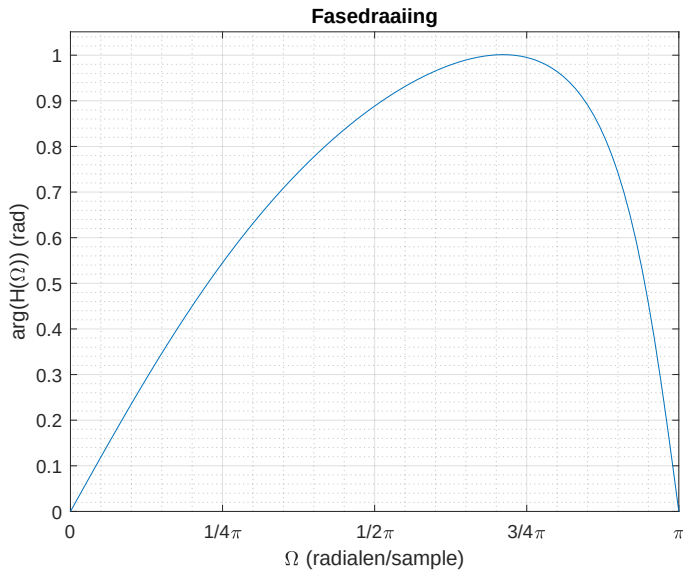
figure(2);
plot(Omega, angle(H));
title('Fasedraaiing')
axis([0 pi 0 max(angle(H))*1.05]);
xlabel('\Omega (radialen/sample)');
```

```
ylabel('arg(H(\Omega)) (rad)');  
set(gca, 'XTick', [0:pi/4:pi]);  
set(gca, 'XTickLabel', {'0'; '1/4\pi'; '1/2\pi'; '3/4\pi'; '\pi'});  
grid on;  
grid minor;
```

Listing 2: Dit Matlab-programma berekent de overdracht van het in [vergelijking \(1\)](#) gegeven LTI-systeem, zie [Week_3_Les_2_Sheet_58.m](#)



Figuur 3: De versterking van het in [vergelijking \(1\)](#) gegeven LTI-systeem.



Figuur 4: De fasedraaiing van het in [vergelijking \(1\)](#) gegeven LTI-systeem.

Je kunt ook de website <https://www.geogebra.org> gebruiken om de overdracht te tekenen, zie <https://www.geogebra.org/graphing/bxr2fhxc>. Je kunt dan ook goed zien dat het spectrum periodiek is over $\Omega = 2\pi = 6,28$ en spiegelt rondom $\Omega = k\pi$ voor $k \in \mathbb{Z}$.

Maak opgave 3.13 uit het boek. Controleer je antwoorden hier: [WK3_H3_antwoorden.pdf](#). De complete uitwerkingen vind je hier: [WK3_H3_uitwerkingen.pdf](#).

Op [sheet 55](#) wordt de algemene formule van een LTI-systeem gegeven:

$$y[n] = \sum_{m=0}^M b_m \cdot x[n-m] + \sum_{m=1}^K a_m \cdot y[n-m] \quad (2)$$

Deze formule zullen we nog veel gebruiken bij DIS10. Zorg dus dat je deze formule goed begrijpt. Snap je waarom er geen a_0 is?

Op [sheet 56](#) wordt deze formule met behulp van de DTFT omgezet naar het frequentiedomein. Daarbij maken we gebruik van de tijdsverschuivingseigenschap, zie [formuleblad](#).

$$Y(\Omega) = \sum_{m=0}^M b_m \cdot X(\Omega) \cdot e^{-j\Omega m} + \sum_{m=1}^K a_m \cdot Y(\Omega) \cdot e^{-j\Omega m} \quad (3)$$

Voor een LTI-systeem geldt (zie [week 2](#) en [sheet 46](#)) in het tijddomein: $y[n] = x[n] * h[n]$. We kunnen vanuit deze formule $h[n]$ niet bepalen omdat we de inverse bewerking van convolutie niet kennen.

In het frequentiedomein geldt (zie [sheet 47](#)): $Y(\Omega) = H(\Omega) \cdot X(\Omega)$. Nu kunnen we vanuit deze formule $H(\Omega)$ bepalen:

$$H(\Omega) = \frac{Y(\Omega)}{X(\Omega)} \quad (4)$$

Op [sheet 57](#) wordt afgeleid dat voor een algemeen LTI-systeem dat voldoet aan [vergelijking \(3\)](#):

$$H(\Omega) = \frac{\sum_{m=0}^M b_m \cdot e^{-j\Omega m}}{1 - \sum_{m=1}^K a_m \cdot e^{-j\Omega m}} \quad (5)$$

$H(\Omega)$ beschrijft de frequentieoverdracht van het LTI-systeem. $|H(\Omega)|$ geeft de amplitudeoverdracht en $\arg(H(\Omega))$ geeft de fasedraaiing van het systeem.

Van veel basisvormen van discrete signalen is de DTFT bekend, zie het [formuleblad](#). Dit kunnen we samen met de eerder genoemde eigenschappen zoals lineariteit en tijdsverschuiving, zie ook het [formuleblad](#), gebruiken om signalen die zijn opgebouwd uit basisvormen te transformeren naar het frequentiedomein. De voorbeelden op [sheet 60](#) en [61](#) kun je gebruiken om hiermee te oefenen.

Maak opgave 3.11 en 3.12 uit het boek. Controleer je antwoorden hier: [WK3_H3_antwoorden.pdf](#). De complete uitwerkingen vind je hier: [WK3_H3_uitwerkingen.pdf](#).

De in les 2 behandelde stof kun je terugvinden in de volgende paragraaf van het boek:

§3.3 De Fourier-tranformatie van niet-periodieke digitale reeksen

Extra verdieping les 2

Het is niet noodzakelijk om [opgave 3.14](#) uit het boek te maken. Deze opgaven zijn bedoeld voor studenten die zich verder willen verdiepen in de overdracht van LTI-systemen. Controleer je antwoorden hier: [WK3_H3_antwoorden.pdf](#). De complete uitwerkingen vind je hier: [WK3_H3_uitwerkingen.pdf](#).

De oefening op [sheet 58](#) is niet (eenvoudig) zonder MATLAB of Phyton op te lossen. Je kunt de uitwerking vinden in [Presentatie_Uitwerkingen_WK3.pdf](#).

Extra oefenopgaven week 3

Extra oefenopgaven over de stof van week 3 zijn niet nodig omdat er al voldoende opgaven in het boek staan.