

2.7 Bij deze opgave moet de *stapresponsie* bepaald worden van een LTI-systeem, waarvan de *impulsresponsie* gegeven is. Dit blijkt best nog lastig te zijn, vandaar deze extra uitleg.

De aanpak is als volgt:

- Bedenk dat een stap opgebouwd kan worden uit allemaal impulsen:

$$u[n] = \delta[n] + \delta[n-1] + \delta[n-2] + \delta[n-3] + \dots$$

oftwel:

$$u[n] = \sum_{k=0}^{\infty} \delta[n-k]$$

- Omdat het een LTI-systeem is mogen we de respons voor elke impuls apart bepalen en daarna bij elkaar optellen.
- Teken de impulsresponsie voor $\delta[n]$, die is gegeven in de formule $h[n] = \dots$
- Teken de impulsresponsie voor $\delta[n-1]$, die is gelijk aan $h[n-1]$ en dus hetzelfde als $h[n]$, maar dan 1 sampleperiode vertraagd, want het is een LTI-systeem.
- Idem voor $h[n-2]$, $h[n-3]$ enz.
- Tel die impulsresponsies allemaal bij elkaar op:

$$h[n] + h[n-1] + h[n-2] + h[n-3] + \dots$$

oftewel:

$$\sum_{k=0}^{\infty} h[n-k]$$

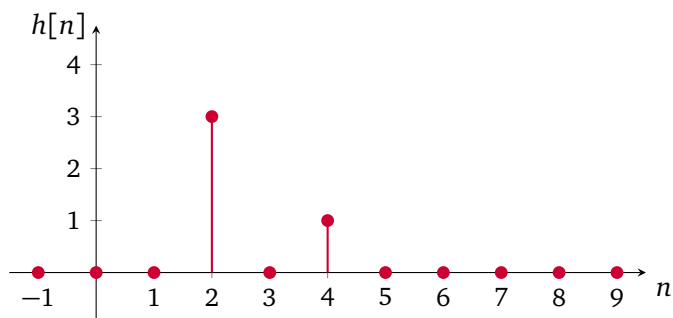
Dat is dus de stapresponsie:

$$s[n] = \sum_{k=0}^{\infty} h[n-k]$$

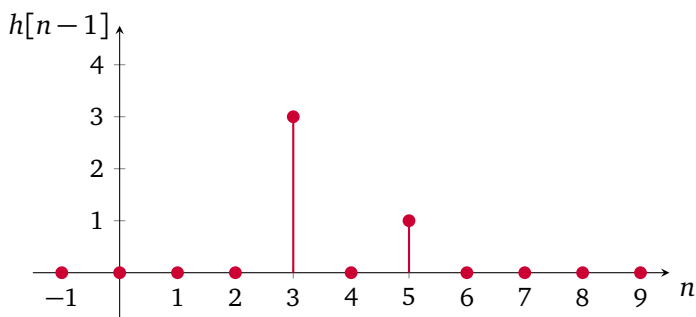
Stap voor stap uitgewerkt:

A $h[n] = 3\delta[n-2] + \delta[n-4]$

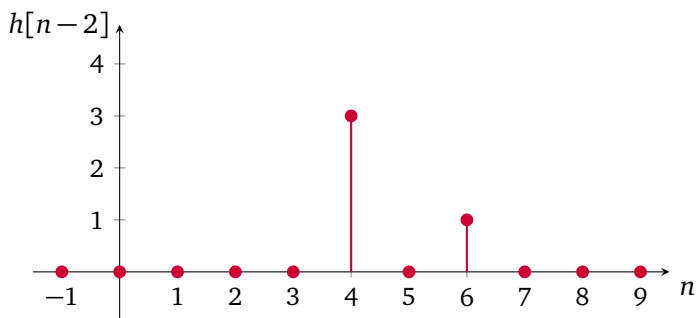
- Teken de impulsresponsie voor $\delta[n]$: $h[n] = 3\delta[n-2] + \delta[n-4]$



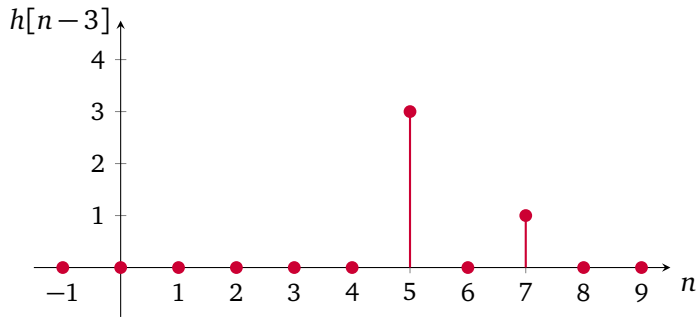
- Teken de impulsresponsie voor $\delta[n-1]$: $h[n-1] = 3\delta[n-3] + \delta[n-5]$



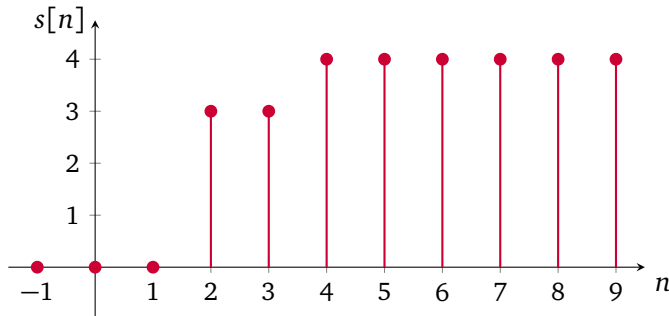
- Teken de impulsresponsie voor $\delta[n-2]$: $h[n-2] = 3\delta[n-4] + \delta[n-6]$



- Teken de impulsresponsie voor $\delta[n-3]$: $h[n-3] = 3\delta[n-5] + \delta[n-7]$



- Bedenk hoe de volgende stapresponsies eruit zien: $h[n-4]$, $h[n-5]$, $h[n-6]$, $h[n-7]$ enz.
- Tel alle responsies bij elkaar op: $s[n] = h[n] + h[n-1] + h[n-2] + h[n-3] + \dots$

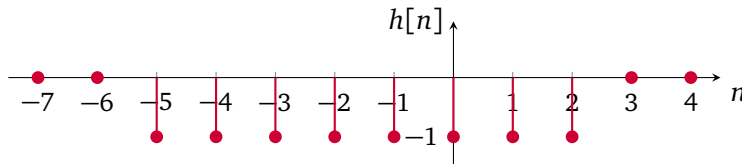


Je kunt $s[n]$ ook eerst in formulevorm bepalen en daarna tekenen:

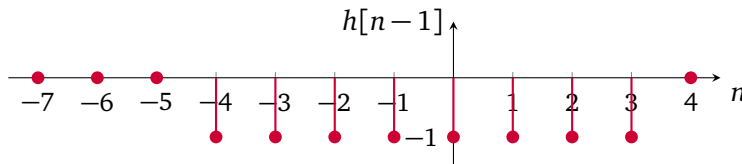
$$\begin{aligned}
 s[n] &= h[n] + h[n-1] + h[n-2] + h[n-3] + \dots \\
 &= 3\delta[n-2] + \delta[n-4] + 3\delta[n-3] + \delta[n-5] + 3\delta[n-4] \\
 &\quad + \delta[n-6] + 3\delta[n-5] + \delta[n-7] + \dots \\
 &= 3\delta[n-2] + 3\delta[n-3] + 3\delta[n-4] + 3\delta[n-5] + \dots \\
 &\quad + \delta[n-4] + \delta[n-5] + \delta[n-6] + \delta[n-7] + \dots \\
 &= 3 \sum_{k=2}^{\infty} \delta[n-k] + \sum_{k=4}^{\infty} \delta[n-k] = 3u[n-2] + u[n-4]
 \end{aligned}$$

B $h[n] = u[n-3] - u[n+5]$

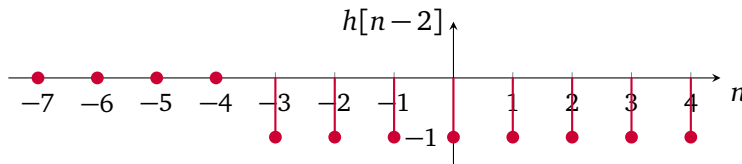
- Teken de impulsresponsie voor $\delta[n]$: $h[n] = u[n-3] - u[n+5]$



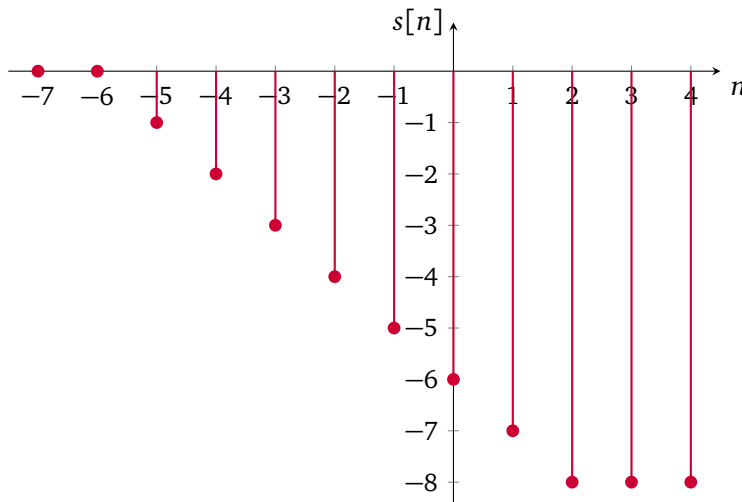
- Teken de impulsresponsie voor $\delta[n-1]$: $h[n-1] = u[n-4] - u[n+4]$



- Teken de impulsresponsie voor $\delta[n-2]$: $h[n-2] = u[n-4] - u[n+4]$



- Bedenk hoe de volgende stapresponsies eruit zien: $h[n-3]$, $h[n-4]$, $h[n-5]$, $h[n-6]$ enz.
- Tel alle responsies bij elkaar op: $s[n] = h[n] + h[n-1] + h[n-2] + h[n-3] + \dots$



Je kunt $s[n]$ ook eerst in formulevorm bepalen en daarna tekenen:

$$\begin{aligned}
 s[n] &= h[n] + h[n-1] + h[n-2] + h[n-3] + \dots \\
 &= u[n-3] - u[n+5] + u[n-4] - u[n+4] + u[n-5] - u[n+3] \\
 &\quad + u[n-6] - u[n+2] + u[n-7] - u[n+1] + u[n-8] + u[n] \\
 &\quad + u[n-9] - u[n-1] + u[n-10] - u[n-2] \\
 &\quad + u[n-11] - u[n-3] + u[n-12] - u[n-4] + \dots \\
 &= -u[n+5] - u[n+4] - u[n+3] - u[n+2] \\
 &\quad - u[n+1] - u[n] - u[n-1] - u[n-2] \\
 &\quad + u[n-3] - u[n-3] + u[n-4] - u[n-4] + \dots \\
 &= -u[n+5] - u[n+4] - u[n+3] - u[n+2] \\
 &\quad - u[n+1] - u[n] - u[n-1] - u[n-2] \\
 &= - \sum_{k=-5}^2 u[n-k]
 \end{aligned}$$