

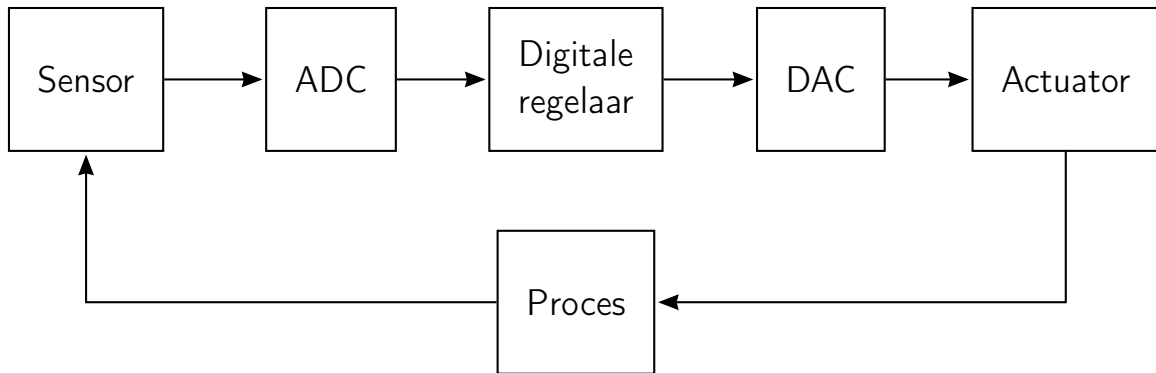
DIS10: Digitale Systemen – Week 4.4

Hogeschool Rotterdam – Opleiding Elektrotechniek

Leerdoelen Les 1

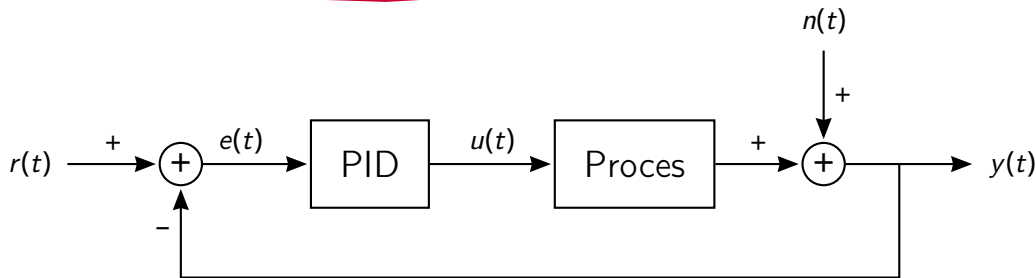
- 1 Numerieke integratie en differentiatie kunnen toepassen.
- 2 Een tijdcontinue PID-regelaar om kunnen zetten naar een tijddiscrete PID-regelaar m.b.v. numerieke methoden.
- 3 De voor- en nadelen van het positie- en snelheidsalgoritme aan kunnen geven.
- 4 Een PID-regelaar gebruik makend van het positie-algoritme kunnen omzetten naar een PID-regelaar gebruikmakend van het snelheidsalgoritme.

Digitaal Regelsysteem



Algemeen model van een digitaal geregeld proces.

PID-geregeld systeem



Algemeen model van een PID-geregeld proces.

$r(t)$ referentiewaarde oftewel setpoint;

$e(t)$ afwijking of error t.o.v. de gewenste output $e(t) = r(t) - y(t)$;

$u(t)$ output van de regelaar oftewel input van het proces meestal 0 % – 100 %;

$n(t)$ een ruissignaal oftewel noise;

$y(t)$ de uitgangswaarde, output oftewel procesvariabele.

PID-functie

$$u(t) = \underbrace{K_c \left(e(t) \right)}_{\mathbf{P}} + \underbrace{\frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau}_{\mathbf{I}} + \underbrace{T_d \frac{de(t)}{dt}}_{\mathbf{D}}$$

K_c Proportionele versterkingsfactor;

T_i Tijdconstante integrerende versterking [s] $\left(\frac{K_c}{T_i} = K_i \right)$;

T_d Tijdconstante differentiërende versterking [s] ($K_c T_d = K_d$).

PID-regelaar in het Laplace Domein

$$u(t) = \underbrace{K_c \left(e(t) \right)}_{\mathbf{P}} + \underbrace{\frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau}_{\mathbf{I}} + \underbrace{T_d \frac{de(t)}{dt}}_{\mathbf{D}}$$

PID-regelaar in het Laplace Domein

$$u(t) = \underbrace{K_c \left(e(t) \right)}_{\mathbf{P}} + \underbrace{\frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau}_{\mathbf{I}} + \underbrace{T_d \frac{de(t)}{dt}}_{\mathbf{D}}$$

 $\mathcal{L}$ 

$$U(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot s} + T_d \cdot s \right) E(s)$$

PID-regelaar in het Laplace Domein

- Overdracht:

$$H_r(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot s} + T_d \cdot s \right)$$

... maar we hebben een **tijddiscrete** regelaar.

Wat is de tijddiscrete variant van de overdrachtsfunctie van de PID-regelaar?

- 2 manieren:
 - **Numerieke methoden (vandaag).**
 - Directe transformatie (volgende les).

PID-functie

$$u(t) = \underbrace{K_c}_{\mathbf{P}} \left(e(t) + \underbrace{\frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau}_{\mathbf{I}} + \underbrace{T_d \frac{de(t)}{dt}}_{\mathbf{D}} \right)$$

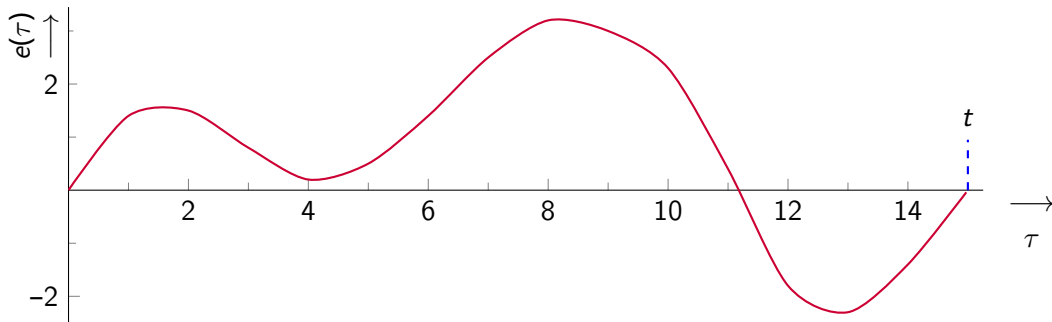
K_c Proportionele versterkingsfactor;

T_i Tijdconstante integrerende versterking [s];

T_d Tijdconstante differentiërende versterking [s].

Numeriek Integreren

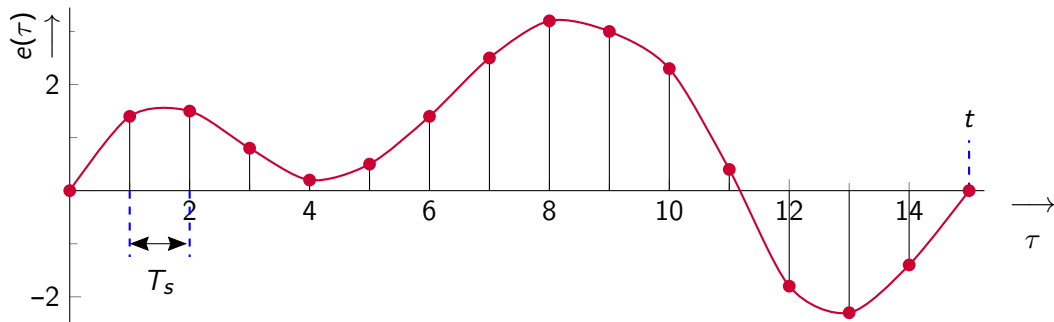
We willen de error functie $e(\tau)$ integreren van 0 tot t . Hoe doen we dat?



De error functie $e(\tau)$.

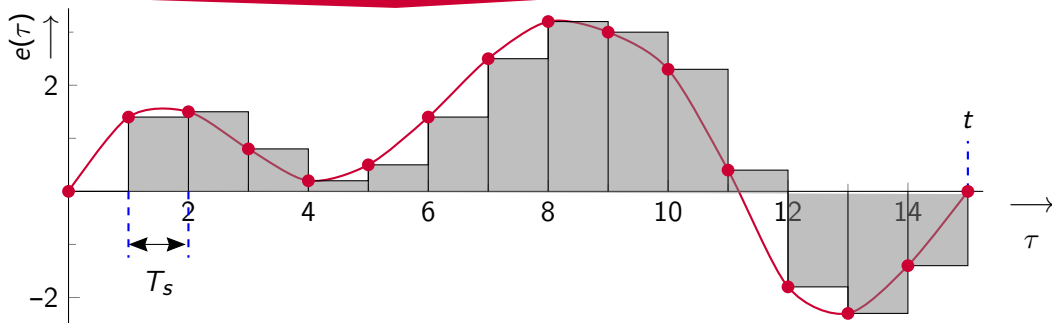
Met andere woorden: Wat is het 'oppervlak' onder de curve?

Samples nemen



De bemonsterde errorfunctie $e[\nu]$ met $\nu = [0, n]$ en $n = \left\lfloor \frac{t}{T_s} \right\rfloor$.

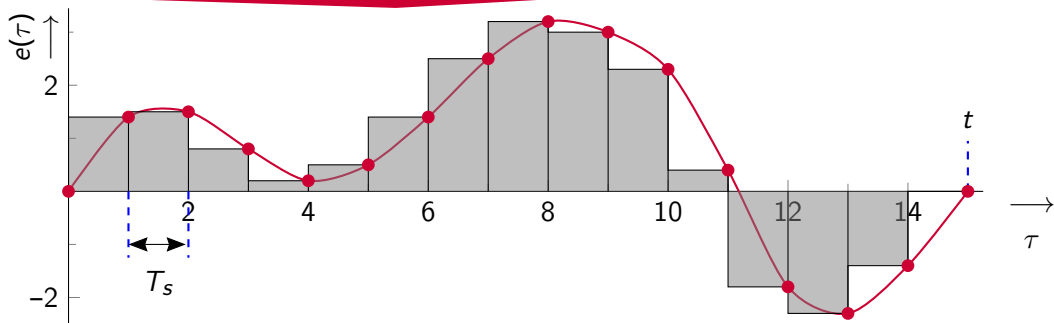
Forward Rectangular Method (FRM)



$$\int_0^t e(\tau) d\tau \approx T_s \cdot e[0] + T_s \cdot e[1] + \dots + T_s \cdot e[n-1] = T_s \sum_{\nu=1}^n e[\nu-1]$$

$$\text{met } n = \left\lfloor \frac{t}{T_s} \right\rfloor$$

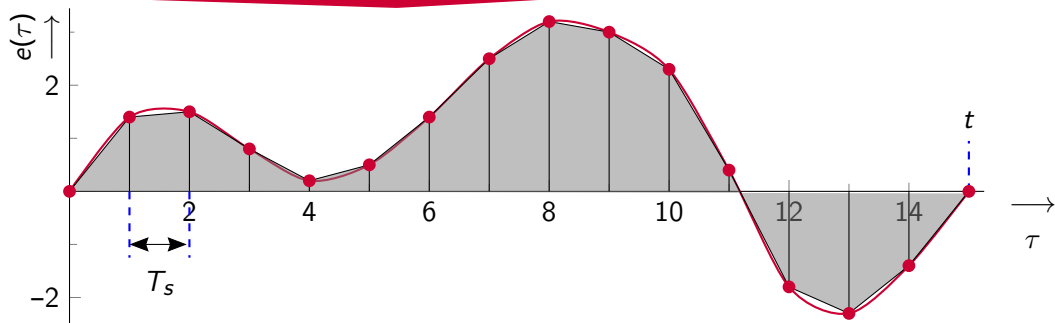
Backward Rectangular Method (BRM)



$$\int_0^t e(\tau) d\tau \approx T_s \cdot e[1] + T_s \cdot e[2] + \dots + T_s \cdot e[n] = T_s \sum_{\nu=1}^n e[\nu]$$

$$\text{met } n = \left\lfloor \frac{t}{T_s} \right\rfloor$$

Trapezoid Method (TRAP)



$$\int_0^t e(\tau) d\tau \approx T_s \cdot \frac{e[1] + e[0]}{2} + T_s \cdot \frac{e[2] + e[1]}{2} + \dots + T_s \cdot \frac{e[n] + e[n-1]}{2}$$

$$= \frac{T_s}{2} \sum_{\nu=1}^n e[\nu] + e[\nu-1] \quad \text{met } n = \left\lfloor \frac{t}{T_s} \right\rfloor$$

PID-functie

$$u(t) = \underbrace{K_c}_{\mathbf{P}} \left(e(t) + \underbrace{\frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau}_{\mathbf{I}} + \underbrace{T_d \frac{de(t)}{dt}}_{\mathbf{D}} \right)$$

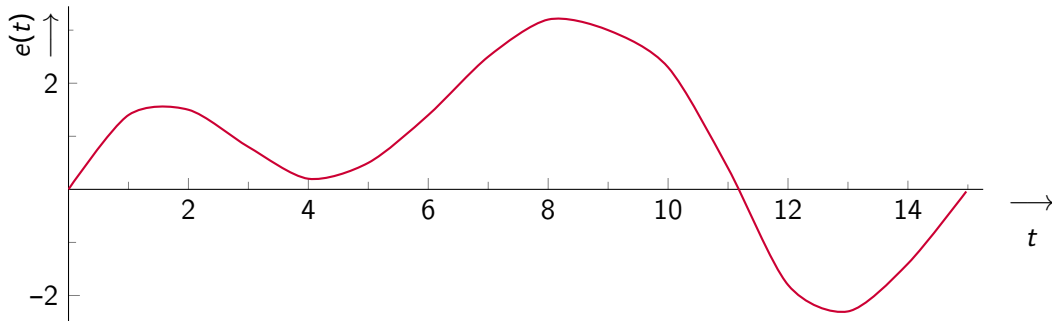
K_c Proportionele versterkingsfactor;

T_i Tijdconstante integrerende versterking [s];

T_d Tijdconstante differentiërende versterking [s].

Numeriek Differentiëren

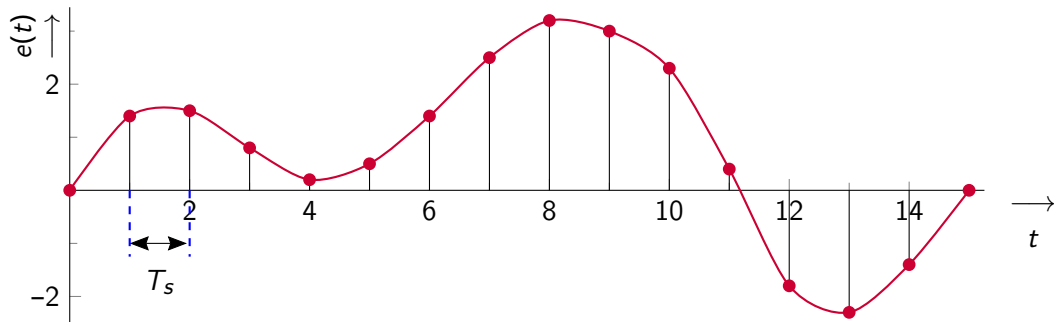
We willen de error functie $e(t)$ differentiëren naar t . Hoe doen we dat?



De error functie $e(t)$.

Met andere woorden: Wat is het 'helling' van de curve?

Samples nemen



De bemonsterde errorfunctie $e[n]$ met $n = \left\lfloor \frac{t}{T_s} \right\rfloor$.

Lineaire benadering

- Differentiëren: helling bepalen

$$e'(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta e(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{e(t + \Delta t) - e(t)}{\Delta t} = \frac{de(t)}{dt}$$

Lineaire benadering

- Differentiëren: helling bepalen

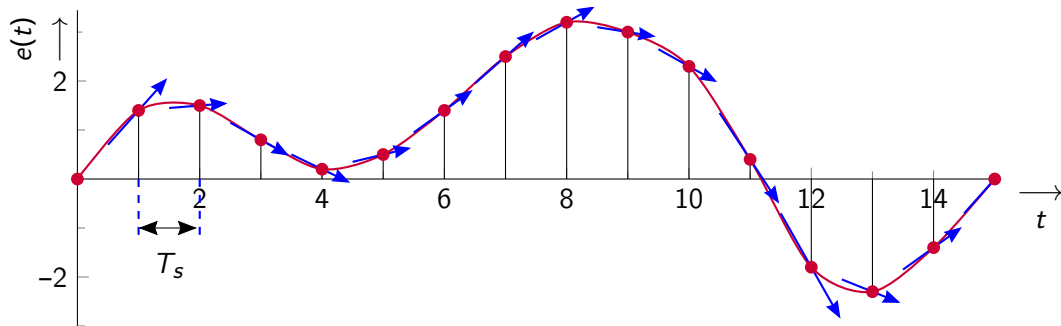
$$e'(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta e(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{e(t + \Delta t) - e(t)}{\Delta t} = \frac{de(t)}{dt}$$

- Lineaire benadering:

$$\frac{de(t)}{dt} \approx \frac{e(t_2) - e(t_1)}{t_2 - t_1}$$

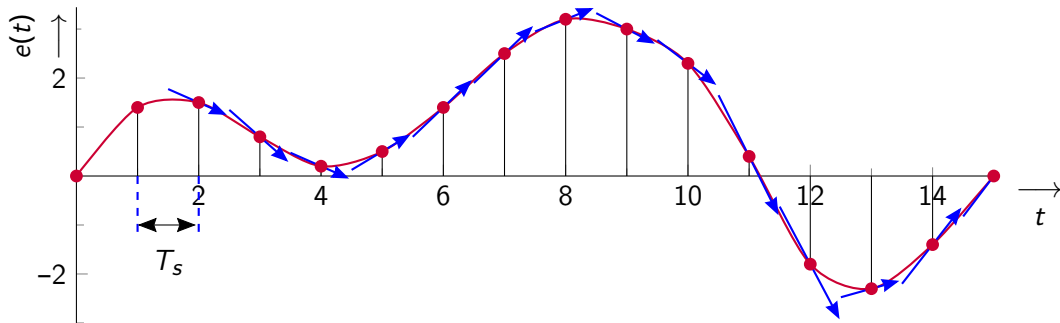
$$\frac{de(t)}{dt} \approx \frac{e[n] - e[n-1]}{T_s} \quad \text{met } n = \left\lfloor \frac{t}{T_s} \right\rfloor$$

Lineaire benadering



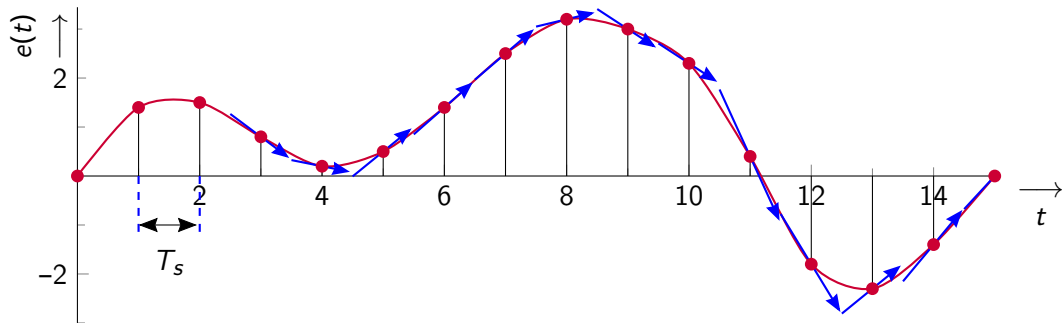
$$\frac{de(t)}{dt} \approx \frac{e[n] - e[n-1]}{T_s}$$

Driepuntsbenadering



$$\frac{de(t)}{dt} \approx \frac{3e[n] - 4e[n-1] + e[n-2]}{2T_s}$$

Vierpuntsbenadering



$$\frac{de(t)}{dt} \approx \frac{11e[n] - 18e[n-1] + 9e[n-2] - 2e[n-3]}{6T_s}$$

Oefening

PID-regelsysteem

$$u(t) = \underbrace{K_c \left(e(t) \right)}_{\mathbf{P}} + \underbrace{\frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau}_{\mathbf{I}} + \underbrace{T_d \frac{de(t)}{dt}}_{\mathbf{D}}$$

Zet om met behulp van FRM en lineaire numerieke differentiatie.

$$\int_0^t e(\tau) d\tau \approx T_s \sum_{\nu=1}^n e[\nu - 1],$$

$$\frac{de(t)}{dt} \approx \frac{e[n] - e[n - 1]}{T_s}$$

Positiealgoritme

$$u[n] = K_c \left(e[n] + \frac{T_s}{T_i} \sum_{\nu=1}^n e[\nu - 1] + \frac{T_d}{T_s} (e[n] - e[n - 1]) \right)$$

$$\text{met } n = \left\lfloor \frac{t}{T_s} \right\rfloor$$

Deze manier van $u[n]$ berekenen heet het **Positiealgoritme**.

Nadeel: Zonder na te denken over implementatie optimalisaties moeten alle voorgaande waarden van $e[n]$ bewaard worden!

Snelheidsalgoritme

Oplossing: Alleen het verschil $\Delta u[n]$ berekenen.

$$u[n] = u[n-1] + \Delta u[n]$$

$$\Delta u[n] = u[n] - u[n-1]$$

Snelheidsalgoritme

Oplossing: Alleen het verschil $\Delta u[n]$ berekenen.

$$u[n] = u[n-1] + \Delta u[n]$$

$$\Delta u[n] = u[n] - u[n-1]$$

$$\Delta u[n] = K_c \left(e[n] - e[n-1] \right) + \frac{T_s}{T_i} \left(\sum_{\nu=1}^n e[\nu-1] - \sum_{\nu=1}^{n-1} e[\nu-1] \right) +$$

$$\frac{T_d}{T_s} (e[n] - e[n-1] - e[n-1] + e[n-2])$$

Snelheidsalgoritme

$$\Delta u[n] = K_c \left(e[n] - e[n-1] + \frac{T_s}{T_i} e[n-1] + \frac{T_d}{T_s} (e[n] - 2e[n-1] + e[n-2]) \right)$$

Snelheidsalgoritme

$$u[n] = u[n - 1] + \Delta u[n]$$

Algemene vorm:

$$u[n] = u[n - 1] + q_0 e[n] + q_1 e[n - 1] + q_2 e[n - 2]$$

$$q_0 = K_c \left(1 + \frac{T_d}{T_s} \right) \quad q_1 = K_c \left(-1 + \frac{T_s}{T_i} - \frac{2T_d}{T_s} \right) \quad q_2 = \frac{K_c T_d}{T_s}$$

Dit heet het **Snelheidsalgoritme**.

Nazorg

Huiswerk: Dictaat hoofdstuk 2 **opdracht 1** en **2**.

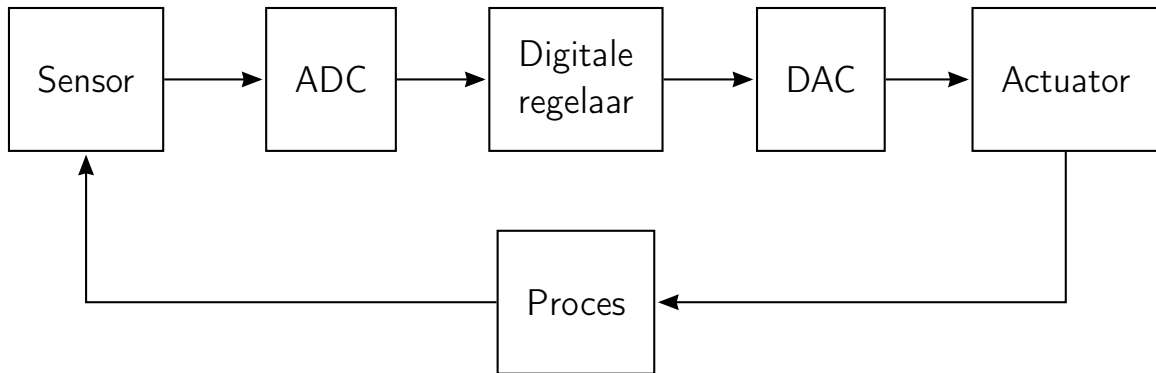
DIS10: Digitale Systemen – Week 4.4

Hogeschool Rotterdam – Opleiding Elektrotechniek

Leerdoelen Les 2

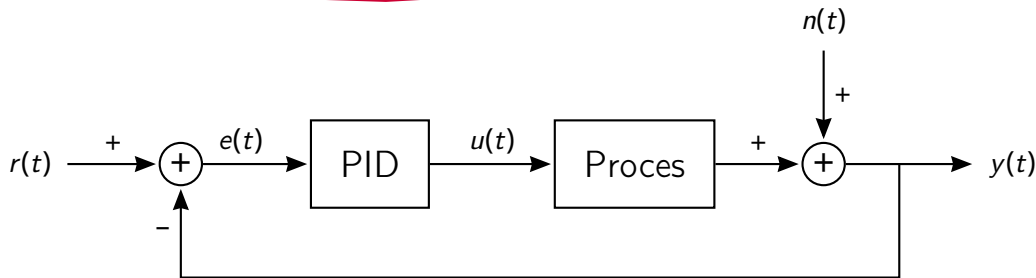
- 1 Een tijdcontinue PID-regelaar om kunnen zetten naar een tijddiscrete PID-regelaar m.b.v. directe transformatiemethoden.
- 2 Een regelaar met gefilterde D-actie kunnen afleiden.
- 3 Het onderscheid kunnen aangeven tussen type A, B en C regelaar.
- 4 Weten wat integrator wind-up is en hoe dit te voorkomen is.

Digitaal Regelsysteem



Algemeen model van een digitaal geregeld proces.

PID-geregeld systeem



Algemeen model van een PID-geregeld proces.

$r(t)$ referentiewaarde oftewel setpoint;

$e(t)$ afwijking of error t.o.v. de gewenste output $e(t) = r(t) - y(t)$;

$u(t)$ output van de regelaar oftewel input van het proces meestal 0 % – 100 %;

$n(t)$ een ruissignaal oftewel noise;

$y(t)$ de uitgangswaarde, output oftewel procesvariabele.

PID-functie

$$u(t) = \underbrace{K_c \left(e(t) \right)}_{\mathbf{P}} + \underbrace{\frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau}_{\mathbf{I}} + \underbrace{T_d \frac{de(t)}{dt}}_{\mathbf{D}}$$

K_c Proportionele versterkingsfactor;

T_i Tijdconstante integrerende versterking [s] $\left(\frac{K_c}{T_i} = K_i \right)$;

T_d Tijdconstante differentiërende versterking [s] ($K_c T_d = K_d$).

PID-regelaar in het Laplace Domein

$$u(t) = \underbrace{K_c \left(e(t) \right)}_{\mathbf{P}} + \underbrace{\frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau}_{\mathbf{I}} + \underbrace{T_d \frac{de(t)}{dt}}_{\mathbf{D}}$$

PID-regelaar in het Laplace Domein

$$u(t) = \underbrace{K_c \left(e(t) \right)}_{\mathbf{P}} + \underbrace{\frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau}_{\mathbf{I}} + \underbrace{T_d \frac{de(t)}{dt}}_{\mathbf{D}}$$

 $\mathcal{L}$


$$U(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot s} + T_d \cdot s \right) E(s)$$

PID-regelaar in het Laplace Domein

- Overdracht:

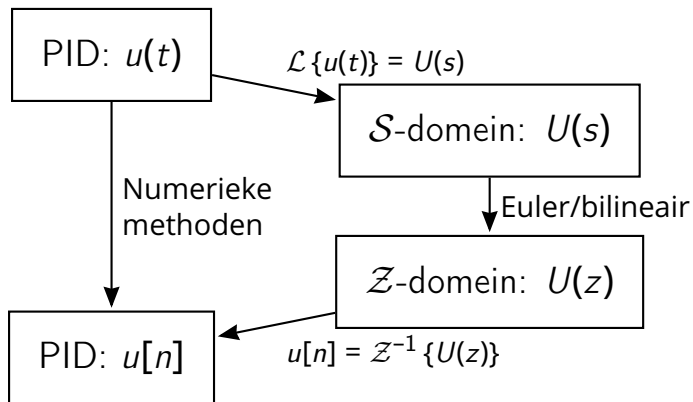
$$H_r(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot s} + T_d \cdot s \right)$$

... maar we hebben een **tijddiscrete** regelaar.

Wat is de Z-domein variant van de overdrachtsfunctie van de PID-regelaar?

- 2 manieren:
 - Numerieke methoden (vorige les).
 - **Directe transformatie (vandaag).**

Overzicht



Van $\mathcal{S}$ naar $\mathcal{Z}$

$$z = e^{sT_s} \quad \longleftrightarrow \quad s = \frac{\ln(z)}{T_s}$$

- Verschillende mappings van het $\mathcal{S}$ -domein naar het $\mathcal{Z}$ -domein.
- Maken vaak gebruik van een eerste orde benadering van $\ln(z)$.
- Veel gebruikte mappings:
 - Tustin (Bilineair).
 - Euler Forward/Backward.

Mappings

Tustin (Bilineair):

$$s = \frac{2}{T_s} \cdot \frac{z-1}{z+1} = \frac{2}{T_s} \cdot \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$$

Forward Euler:

$$s = \frac{z-1}{T_s}$$

Backward Euler:

$$s = \frac{z-1}{zT_s}$$

Voorbeeld Backward Euler

- Overdracht PID regelaar:

$$H_r(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot s} + T_d \cdot s \right)$$

- Backward Euler

$$s = \frac{z - 1}{zT_s}$$

- Invullen:

$$H_r(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot \frac{z-1}{zT_s}} + T_d \cdot \frac{z-1}{zT_s} \right)$$

Voorbeeld Backward Euler

$$H_r(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot \frac{z-1}{zT_s}} + T_d \cdot \frac{z-1}{zT_s} \right)$$

Constanten bij elkaar nemen:

$$\frac{U(z)}{E(z)} = K_c \left(1 + \frac{T_s}{T_i} \cdot \frac{z}{z-1} + \frac{T_d}{T_s} \cdot \frac{z-1}{z} \right)$$

Gelijknamig maken:

$$\frac{U(z)}{E(z)} = K_c \left(\frac{z(z-1) + \frac{T_s}{T_i} z^2 + \frac{T_d}{T_s} (z-1)^2}{z(z-1)} \right)$$

Voorbeeld Backward Euler

$$\frac{U(z)}{E(z)} = K_c \left(\frac{z(z-1) + \frac{T_s}{T_i} z^2 + \frac{T_d}{T_s} (z-1)^2}{z(z-1)} \right)$$

Kruislings vermenigvuldigen:

$$U(z)(z(z-1)) = E(z)K_c \left(z(z-1) + \frac{T_s}{T_i} z^2 + \frac{T_d}{T_s} (z-1)^2 \right)$$

$$U(z)(z^2 - z) = E(z)K_c \left(z^2 - z + \frac{T_s}{T_i} z^2 + \frac{T_d}{T_s} (z^2 - 2z + 1) \right)$$

Voorbeeld Backward Euler

Groeperen:

$$U(z) (z^2 - z) = E(z) K_c \left(z^2 - z + \frac{T_s}{T_i} z^2 + \frac{T_d}{T_s} (z^2 - 2z + 1) \right)$$

$$U(z) (z^2 - z) = E(z) K_c \left(\left(1 + \frac{T_s}{T_i} + \frac{T_d}{T_s} \right) z^2 + \left(-1 - 2 \frac{T_d}{T_s} \right) z + \frac{T_d}{T_s} \right)$$

Causaal maken:

$$U(z) (1 - z^{-1}) = E(z) K_c \left(\left(1 + \frac{T_s}{T_i} + \frac{T_d}{T_s} \right) + \left(-1 - 2 \frac{T_d}{T_s} \right) z^{-1} + \frac{T_d}{T_s} z^{-2} \right)$$

Voorbeeld Backward Euler

$$U(z) (1 - z^{-1}) = E(z) K_c \left(\left(1 + \frac{T_s}{T_i} + \frac{T_d}{T_s} \right) + \left(-1 - 2 \frac{T_d}{T_s} \right) z^{-1} + \frac{T_d}{T_s} z^{-2} \right)$$

Inverse $\mathcal{Z}$ -Transformatie:

$$U(z) z^{-k} = u[n - k]$$

Naar het tijddomein:

$$u[n] - u[n - 1] = K_c \left(\left(1 + \frac{T_s}{T_i} + \frac{T_d}{T_s} \right) e[n] + \left(-1 - 2 \frac{T_d}{T_s} \right) e[n - 1] + \frac{T_d}{T_s} e[n - 2] \right)$$

Voorbeeld Backward Euler

$$u[n] - u[n-1] = K_c \left(\left(1 + \frac{T_s}{T_i} + \frac{T_d}{T_s} \right) e[n] + \left(-1 - 2 \frac{T_d}{T_s} \right) e[n-1] + \frac{T_d}{T_s} e[n-2] \right)$$

Ofwel:

$$u[n] = u[n-1] + q_0 e[n] + q_1 e[n-1] + q_2 e[n-2]$$

met

$$q_0 = K_c \left(1 + \frac{T_s}{T_i} + \frac{T_d}{T_s} \right)$$

$$q_1 = K_c \left(-1 - 2 \frac{T_d}{T_s} \right)$$

$$q_2 = K_c \frac{T_d}{T_s}$$

Oefening Forward Euler

- Overdracht PID regelaar:

$$H_r(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot s} + T_d \cdot s \right)$$

-

I-actie: Forward Euler

$$s = \frac{z - 1}{T_s}$$

D-actie: Backward Euler

$$s = \frac{z - 1}{z T_s}$$

- Invullen:

Oefening Forward Euler

- Overdracht PID regelaar:

$$H_r(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot s} + T_d \cdot s \right)$$

-

I-actie: Forward Euler

$$s = \frac{z-1}{T_s}$$

D-actie: Backward Euler

$$s = \frac{z-1}{zT_s}$$

- Invullen:

$$H_r(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot \frac{z-1}{T_s}} + T_d \cdot \frac{z-1}{zT_s} \right)$$

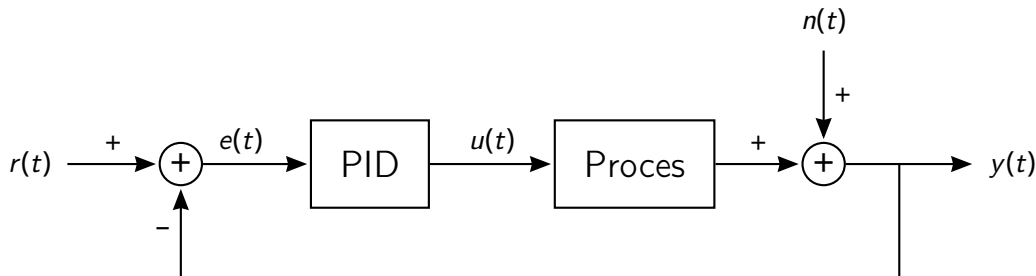
Antwoord

$$q_0 = K_c \left(1 + \frac{T_d}{T_s} \right)$$

$$q_1 = K_c \left(-1 + \frac{T_s}{T_i} - \frac{2T_d}{T_s} \right)$$

$$q_2 = K_c \frac{T_d}{T_s}$$

PID-geregeld systeem



Algemeen model van een PID-geregeld proces.

Stel dat $n(t)$ opeens een hoogfrequente piek bevat, welke PID-actie ondervindt hierdoor de grootste verandering?

Filteren van de differentiërende actie

- Hoogfrequente storing filteren met?

Filteren van de differentiërende actie

- Hoogfrequente storing filteren met?
- Overdracht Low-Pass Filter(LPF)

$$H_{LPF}(s) = \frac{1}{1 + \gamma s}$$

- γ is hier de tijdconstante (in het tijdcontinue domein de RC -tijd)
- Vuistregel: $\gamma \approx 0,1 \cdot T_d$

Filteren van de differentiërende actie

$$H_r(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot s} + H_{LPF}(s) T_d \cdot s \right)$$

$$H_{LPF}(s) = \frac{1}{1 + \gamma s}$$

Invullen:

$$H_r(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot s} + T_d \cdot \frac{s}{1 + \gamma s} \right)$$

Filteren van de differentiërende actie

Na directe transformatie met behulp van Backward Euler:

$$u[n] = p_1 \cdot u[n-1] + p_2 \cdot u[n-2] + q_0 \cdot e[n] + q_1 \cdot e[n-1] + q_2 \cdot e[n-2]$$

Met de volgende coëfficiënten:

$$p_1 = \frac{T_s + 2\gamma}{T_s + \gamma}$$

$$p_2 = \frac{-\gamma}{T_s + \gamma}$$

$$q_0 = K_c \left(1 + \frac{T_s}{T_i} + \frac{T_d}{T_s + \gamma} \right)$$

$$q_1 = \frac{-K_c}{T_s + \gamma} \left(T_s + \gamma \left(2 + \frac{T_s}{T_i} \right) + 2T_d \right)$$

$$q_2 = K_c \frac{T_d + \gamma}{T_s + \gamma}$$

PID-regelaar type A

- Alle regelaars tot nu toe waren afgeleid van:

$$u(t) = \underbrace{K_c \left(e(t) \right)}_{\mathbf{P}} + \underbrace{\frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau}_{\mathbf{I}} + \underbrace{T_d \frac{de(t)}{dt}}_{\mathbf{D}}$$

- Dit wordt ook wel een type A regelaar genoemd
- Bij een setpoint verandering ($r[n]$) verandert $e[n]$ ook ($e[n] = r[n] - y[n]$)

PID-regelaar type B (PI-D)

- Minder gevoelig voor setpoint veranderingen door deze te verwijderen uit de D-actie ($e[n] = r[n] - y[n]$)
- Aanname: $r[n] \approx r[n-1] \approx r[n-2] \approx \dots$

$$u[n] = u[n-1] + K_c \left(e[n] - e[n-1] + \frac{T_s}{T_i} e[n-1] + \frac{T_d}{T_s} (e[n] - 2e[n-1] + e[n-2]) \right)$$

PID-regelaar type B (PI-D)

$$\text{D-actie: } \frac{T_d}{T_s} (e[n] - 2e[n-1] + e[n-2]) =$$

$$= \frac{T_d}{T_s} (r[n] - y[n] - 2(r[n-1] - y[n-1]) + r[n-2] - y[n-2])$$

$$= \frac{T_d}{T_s} (r[n] - 2r[n] + r[n] - y[n] + 2y[n-1] - y[n-2])$$

$$= \frac{T_d}{T_s} (-y[n] + 2y[n-1] - y[n-2])$$

PID-regelaar type B (PI-D)

Type A regelaar:

$$u[n] = u[n-1] + K_c \left(e[n] - e[n-1] + \frac{T_s}{T_i} e[n-1] + \frac{T_d}{T_s} (e[n] - 2e[n-1] + e[n-2]) \right)$$

Type B regelaar:

$$u[n] = u[n-1] + K_c \left(e[n] - e[n-1] + \frac{T_s}{T_i} e[n-1] + \frac{T_d}{T_s} (-y[n] + 2y[n-1] - y[n-2]) \right)$$

PID-regelaar type C (I-PD)

Setpoint verwijderen uit P-actie:

$$u[n] = u[n-1] + K_c \left(e[n] - e[n-1] + \frac{T_s}{T_i} e[n-1] + \frac{T_d}{T_s} (-y[n] + 2y[n-1] - y[n-2]) \right)$$

PID-regelaar type C (I-PD)

Setpoint verwijderen uit P-actie:

$$u[n] = u[n-1] + K_c \left(e[n] - e[n-1] + \frac{T_s}{T_i} e[n-1] + \frac{T_d}{T_s} (-y[n] + 2y[n-1] - y[n-2]) \right)$$

Type C regelaar:

$$u[n] = u[n-1] + K_c \left(-y[n] + y[n-1] + \frac{T_s}{T_i} e[n-1] + \frac{T_d}{T_s} (-y[n] + 2y[n-1] - y[n-2]) \right)$$

Integrator wind-up

Vergelijking van een tijddiscrete PID regelaar (positie-algoritme)

$$u[n] = K_c \left(e[n] + \frac{T_s}{T_i} \sum_{\nu=1}^n e[\nu - 1] + \frac{T_d}{T_s} (e[n] - e[n - 1]) \right)$$

Stel dat de volgende situatie zich voordoet:

- Het errorsignaal $e[n]$ is gedurende 50 samples +5 %.
- Als vervolgens $e[n] = -1$ %. Hoeveel samples duurt het voordat de I-actie terug is bij 0 %?

Integrator wind-up

Vergelijking van een tijddiscrete PID regelaar (positie-algoritme)

$$u[n] = K_c \left(e[n] + \frac{T_s}{T_i} \sum_{\nu=1}^n e[\nu - 1] + \frac{T_d}{T_s} (e[n] - e[n - 1]) \right)$$

Stel dat de volgende situatie zich voordoet:

- Het errorsignaal $e[n]$ is gedurende 50 samples +5 %.
- Als vervolgens $e[n] = -1$ %. Hoeveel samples duurt het voordat de I-actie terug is bij 0 %?
- Wat is het effect op het proces?

Oplossing?

Integrator wind-up

Vergelijking van een tijddiscrete PID regelaar (positie-algoritme)

$$u[n] = K_c \left(e[n] + \frac{T_s}{T_i} \sum_{\nu=1}^n e[\nu - 1] + \frac{T_d}{T_s} (e[n] - e[n - 1]) \right)$$

Stel dat de volgende situatie zich voordoet:

- Het errorsignaal $e[n]$ is gedurende 50 samples +5 %.
- Als vervolgens $e[n] = -1$ %. Hoeveel samples duurt het voordat de I-actie terug is bij 0 %?
- Wat is het effect op het proces?

Oplossing?

- I-actie begrenzen op 100 %.

Nazorg

Huiswerk: Dictaat hoofdstuk 2 en 3 [opdracht 3](#) en [4](#).

Voor volgende week: Dictaat [hoofdstuk 4](#).