

DIS10: Digitale Systemen – Week 4.5

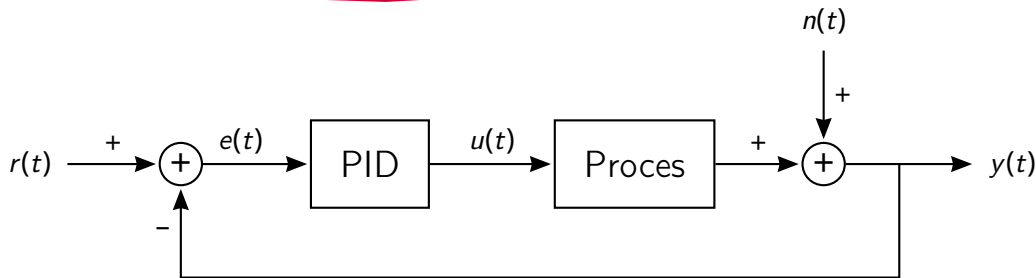
Hogeschool Rotterdam – Opleiding Elektrotechniek



Leerdoelen Les 1 en 2

- 1 De dode tijd, de tijdconstante en de versterking van het te regelen proces kunnen bepalen m.b.v. de open-loop responsie en m.b.v. de oscillatie-methode;
- 2 De PID-parameters via de methoden van Ziegler-Nichols, Cohen-Coon en ITAE-Load kunnen bepalen;
- 3 Een PID-regelaar optimaal kunnen instellen.

PID-geregeld systeem



Algemeen model van een PID-geregeld proces.

$r(t)$ referentiewaarde oftewel setpoint;

$e(t)$ afwijking of error t.o.v. de gewenste output $e(t) = r(t) - y(t)$;

$u(t)$ output van de regelaar oftewel input van het proces meestal 0 % – 100 %;

$n(t)$ een ruissignaal oftewel noise;

$y(t)$ de uitgangswaarde, output oftewel procesvariabele.

PID-functie

$$H_r(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \underbrace{K_c}_{\text{P}} \left(1 + \underbrace{\frac{1}{T_i \cdot s}}_{\text{I}} + \underbrace{T_d \cdot \frac{s}{1 + \gamma s}}_{\text{D}} \right)$$

K_c Proportionele versterkingsfactor;

T_i Tijdconstante integrerende versterking [s] ($\frac{K_c}{T_i} = K_i$);

T_d Tijdconstante differentiërende versterking [s] ($K_c T_d = K_d$);

γ RC-tijd van het Low-Pass filter.

Optimale PID parameters

Hoe worden de optimale parameters bepaald voor:

K_c Proportionele versterkingsfactor;

T_i Tijdconstante integrerende versterking [s] ($\frac{K_c}{T_i} = K_i$);

T_d Tijdconstante differentiërende versterking [s] ($K_c T_d = K_d$);

γ RC-tijd van het Low-Pass filter;

T_s Sampletijd.

De basis hiervoor is gelegd door Ziegler en Nichols (in 1942!): "Optimum Settings for Automatic Controllers".

FOPTD Proces

Veel industriële processen zijn te modelleren als een 1e orde systeem met tijdvertraging: First Order Process with Time Delay (FOPTD).

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K_{sys} e^{-\theta s}}{\tau_{sys} s + 1}$$

$G(s)$ overdrachtsfunctie proces;

$Y(s)$ proces output (procesvariabele (PV));

$U(s)$ PID-regelaar output;

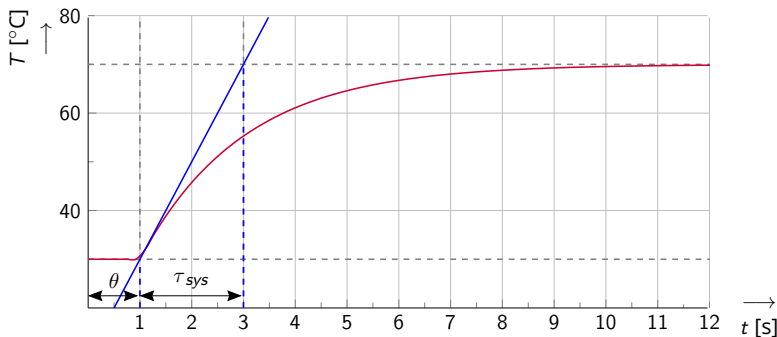
θ de tijdvertraging tussen $U(s)$ en $Y(s)$ in [s];

K_{sys} de versterking van het te regelen proces;

τ_{sys} de tijdconstante van het te regelen proces in [s].

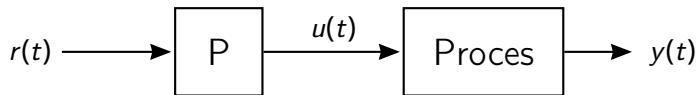
FOPTD Proces

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K_{sys} e^{-\theta s}}{\tau_{sys} s + 1}$$



De stapresponsie van een FOPTD met $K_{sys} = 1,016^{\circ}\text{C}/\%$, $\tau_{sys} = 2$ s en $\theta = 1$ s op een stap van 27% naar

Open-loop-methoden



Open loop methode

Open-loop-methode 1

Stel de output van de PID regelaar handmatig in, bijvoorbeeld¹:

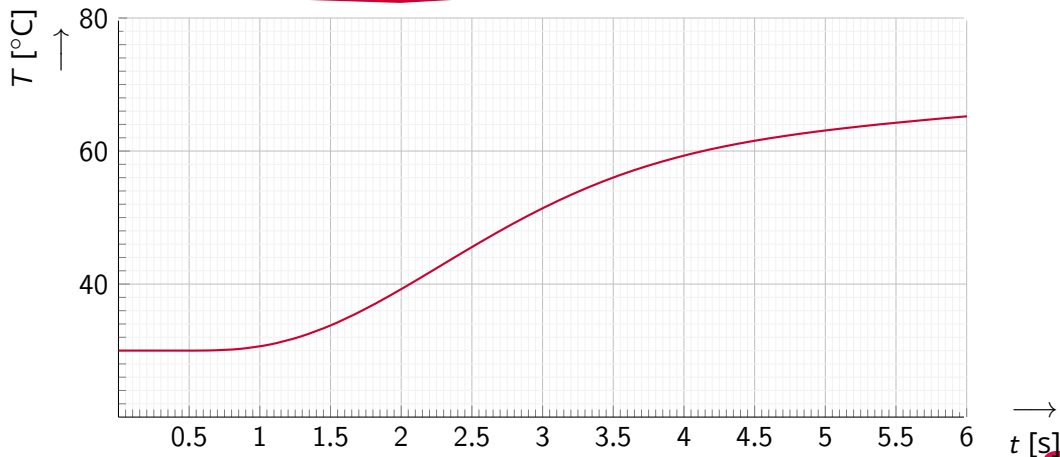
- Eerst op 27 %;
- Stap naar 63 %, Δp is stapgrootte in %: 63 % – 27 % = 36 %;

Wacht tot de sterkste stijging van de stapresponsie voorbij is. Hieruit is te bepalen:

- Dode tijd: θ ;
- Stijging: $a = \frac{\Delta T}{\Delta t}$;
- Genormaliseerde stijging: $a^* = \frac{a}{\Delta p}$.

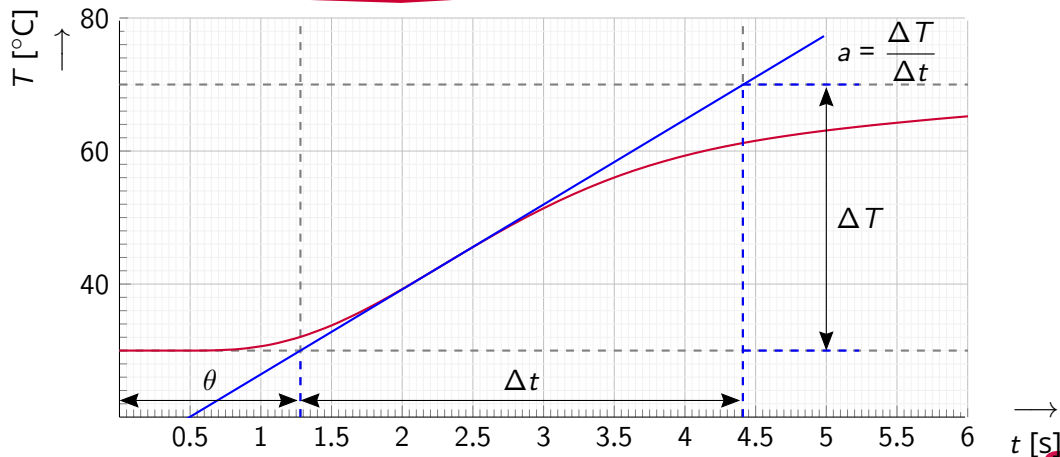
¹ De stapgrootte is afhankelijk van de toepassing, vaak worden instellingen gekozen die veel gebruikt worden bij het betreffende proces. De instellingen mogen natuurlijk niet schadelijk zijn voor het proces.

Open-loop-methode 1



De stapresponsie van het te regelen proces. Bepaal θ en a^* .

Open-loop-methode 1



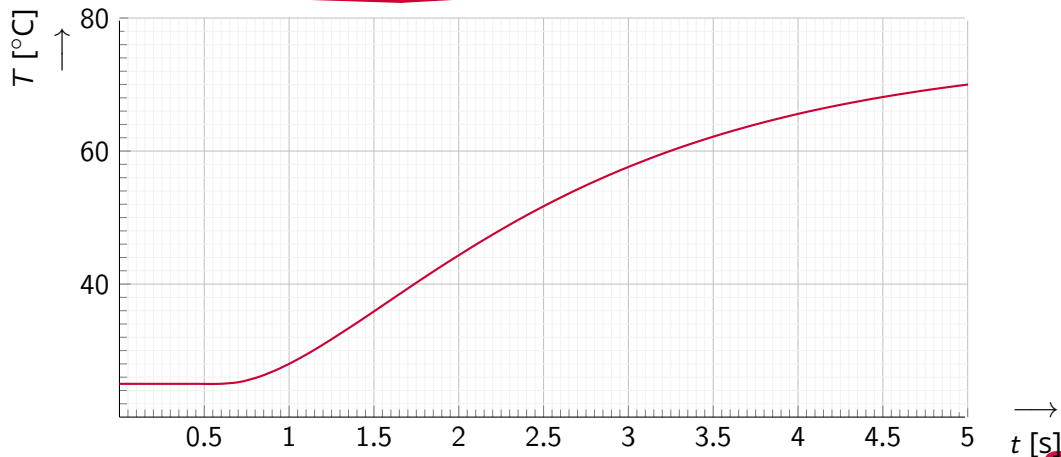
De raaklijn door het buigpunt. $\theta = ?$ $a^* = ?$

Ziegler-Nichols parameters

Indien θ en a^* zijn bepaald kunnen de optimale parameters gevonden worden via een tabel:

Methode / Parameters	K_c [%/?]	T_i [s]	T_d [s]
Ziegler-Nichols open-loop (PID)	$K_c = \frac{1,2}{\theta \cdot a^*}$	$T_i = 2,0 \cdot \theta$	$T_d = 0,5 \cdot \theta$
Ziegler-Nichols open-loop (PI)	$K_c = \frac{0,9}{\theta \cdot a^*}$	$T_i = 0,5 \cdot \theta$	–

Open-loop-methode 1



De stapresponsie van het te regelen proces. Bepaal K_c , T_i en T_d .

Open-loop-methode 2

Overdracht FOPTD:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K_{sys}e^{-\theta s}}{\tau_{sys}s + 1}$$

Bij deze afleiding kiezen we een stap van 0 naar $\frac{1}{K_{sys}}$:

$$U(s) = \frac{1}{K_{sys}s}$$

Stapresponsie FOPTD:

$$Y(s) = \frac{1}{K_{sys}s} \cdot \frac{K_{sys}e^{-\theta s}}{\tau_{sys}s + 1} = \frac{1}{s} \cdot \frac{e^{-\theta s}}{\tau_{sys}s + 1}$$

$$y(t) = ?$$

Open-loop-methode 2

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s} \cdot \frac{e^{-\theta s}}{\tau_{sys}s + 1} \right\}$$

$$\frac{1}{s} \cdot \frac{e^{-\theta s}}{\tau_{sys}s + 1} = \left(\frac{1}{s} \cdot \frac{\frac{1}{\tau_{sys}}}{s + \frac{1}{\tau_{sys}}} \right) \cdot e^{-\theta s}$$

$$\left(\frac{1}{s} \cdot \frac{\frac{1}{\tau_{sys}}}{s + \frac{1}{\tau_{sys}}} \right) \cdot e^{-\theta s} = \left(\frac{A}{s} + \frac{B}{s + \frac{1}{\tau_{sys}}} \right) \cdot e^{-\theta s}$$

$$\frac{1}{\tau_{sys}} = As + A\frac{1}{\tau_{sys}} + Bs \quad \text{dus} \quad A = 1 \quad \text{en} \quad B = -1$$

Open-loop-methode 2

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s} \cdot \frac{e^{-\theta s}}{\tau_{sys}s + 1} \right\}$$

$$= \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{e^{-\theta s}}{s} - \frac{e^{-\theta s}}{s + \frac{1}{\tau_{sys}}} \right\}$$

$$= \left(1 - e^{-\frac{(t-\theta)}{\tau_{sys}}} \right) \quad \text{voor } t \geq \theta$$

$$y(\theta + t) = \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{sys}}} \right) \quad \text{voor } t \geq 0$$

Open-loop-methode 2

$$y(\theta) = \left(1 - e^{-\frac{0}{\tau_{sys}}}\right) = 0 \quad (= 0 \%)$$

$$y(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} \left(1 - e^{-\frac{(t-\theta)}{\tau_{sys}}}\right) = 1 \quad (= 100 \%)$$

$$y\left(\theta + \frac{1}{3}\tau_{sys}\right) = \left(1 - e^{-\frac{1}{3}}\right) \approx 0,283 \quad (= 28,3 \%)$$

$$y(\theta + \tau_{sys}) = \left(1 - e^{-1}\right) \approx 0,632 \quad (= 63,2 \%)$$

Open-loop-methode 2

We kunnen nu de volgende tijden aflezen uit de stapresponsie:

$$\begin{cases} t_1 = \theta + \frac{1}{3}\tau_{sys} & y(t_1) = T_{start} + 28,3 \% \text{ van } \Delta T \\ t_2 = \theta + \tau_{sys} & y(t_2) = T_{start} + 63,2 \% \text{ van } \Delta T \end{cases}$$

Dan kunnen we τ_{sys} en θ als volgt bepalen:

$$\begin{cases} \tau_{sys} &= \frac{3}{2}(t_2 - t_1) \\ \theta &= t_2 - \tau_{sys} \end{cases}$$

We kunnen nu de procesparameter τ_{sys} ook (extra) gebruiken om de PID-parameters te schatten.

Open-loop-methode 2

Stel de output van de PID regelaar handmatig in, bijvoorbeeld²:

- Eerst op 27 %;
- Stap naar 63 %, Δp is stapgrootte in %: $63 \% - 27 \% = 36 \%$;

Wacht tot de stapresponsie niet meer veranderd. Hieruit is te bepalen:

- $\tau_{sys} = \frac{3}{2}(t_2 - t_1)$;
- $\theta = t_2 - \tau_{sys}$;
- $K_{sys} = \frac{\Delta T}{\Delta p}$.

² De stapgrootte is afhankelijk van de toepassing, vaak worden instellingen gekozen die veel gebruikt worden bij het betreffende proces. De instellingen mogen natuurlijk niet schadelijk zijn voor het proces.

Ziegler-Nichols parameters

Indien θ , τ_{sys} en K_{sys} zijn bepaald kunnen de optimale parameters gevonden worden via een tabel:

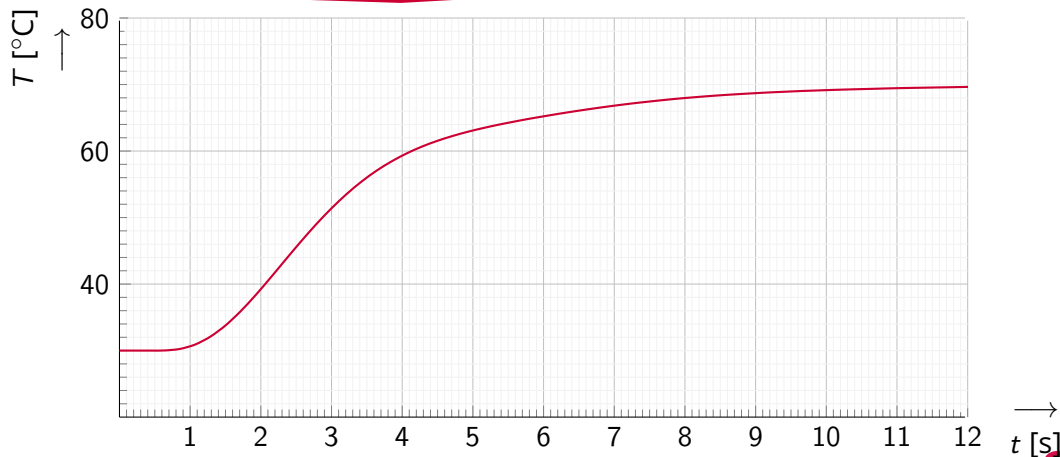
Methode / Parameters	K_c [%/?]	T_i [s]	T_d [s]
Ziegler-Nichols open-loop (PID)	$K_c = \frac{1,2 \cdot \tau_{sys}}{K_{sys} \cdot \theta}$	$T_i = 2,0 \cdot \theta$	$T_d = 0,5 \cdot \theta$
Ziegler-Nichols open-loop (PI)	$K_c = \frac{0,9 \cdot \tau_{sys}}{K_{sys} \cdot \theta}$	$T_i = 3,33 \cdot \theta$	-

Er zijn vele alternatieven, zie dictaat [tabel 4.2](#).

Alternatieve open-loop tuningmethoden

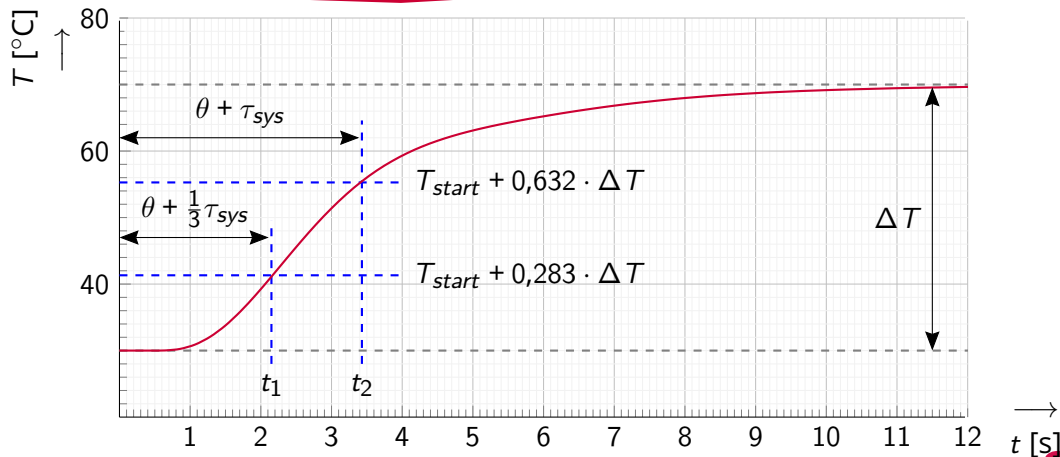
- Cohen-Coon wordt vaak voor trage processen (lange θ) gebruikt;
- minimum-ITAE regelt met hoge nauwkeurigheid (Integral of Time-weighted Absolute Error);
- AMIGO geeft PID-parameters voor een robuuste PID-regelaar bij variatie in procesparameters.

Open-loop-methode 2



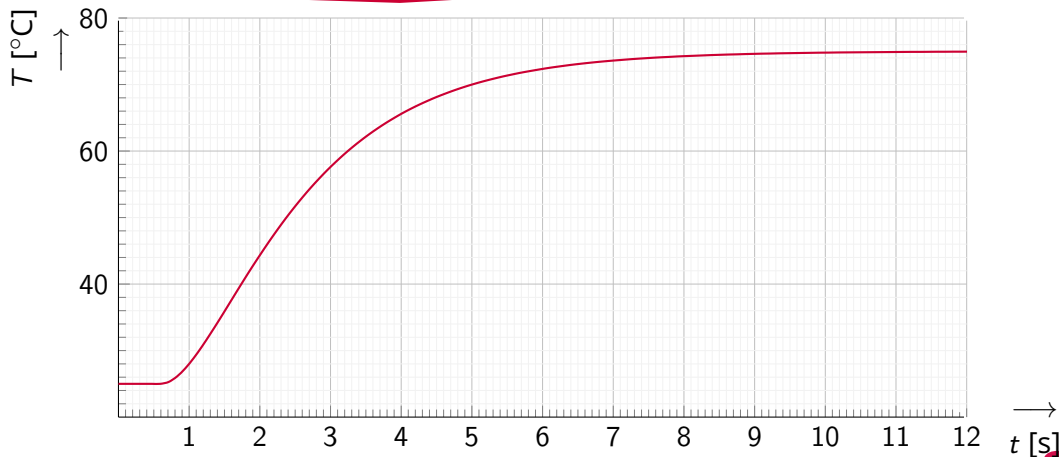
Stapresponsie van het proces bij stap van 27 % naar 63 %. Bepaal θ , τ_{sys} en K_{sys} .

Open-loop-methode 2



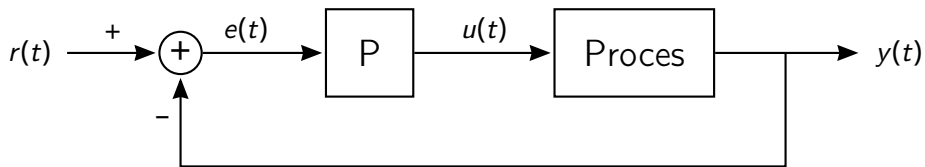
Bepalen van t_1 en t_2 . $\theta = ?$, $\tau_{sys} = ?$ en $K_{sys} = ?$

Open-loop-methode 2



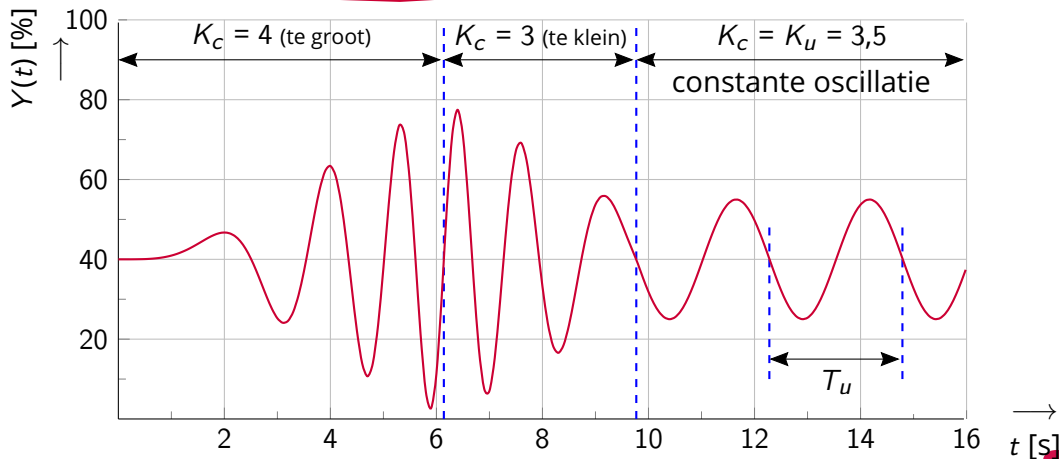
De stapresponsie van het te regelen proces. Bij stap op de input van 20 % naar 60 %. Bepaal K_C , T_i en T_d .

Closed-loop-methoden



Closed-loop-methode

Oscillatiemethode



K_c variëren totdat het systeem begint te oscilleren ($K_c = K_u$).
De periodetijd van oscillatie wordt T_u genoemd.

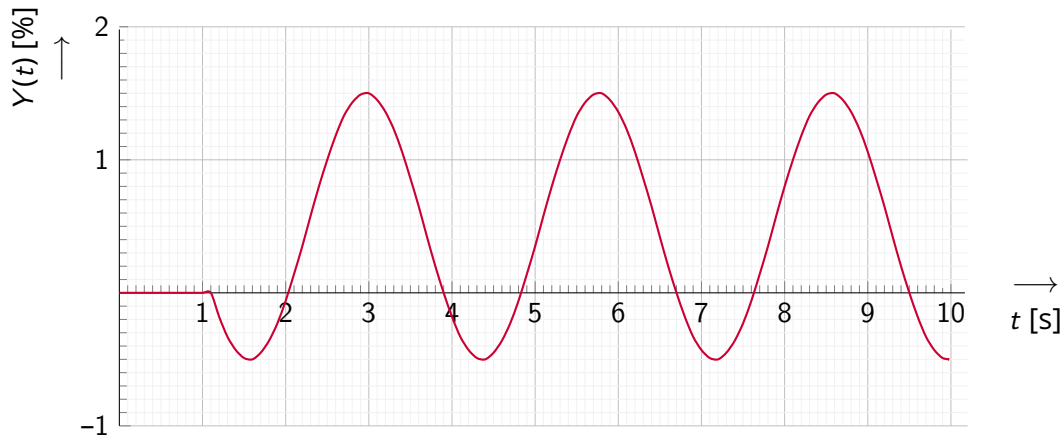
Ziegler-Nichols parameters

Indien K_u en T_u zijn bepaald kunnen de optimale parameters gevonden worden via een tabel:

Methode / Parameters	K_c [%/?]	T_i [s]	T_d [s]
Ziegler-Nichols closed-loop (PID)	$K_c = \frac{K_u}{1,7}$	$T_i = \frac{T_u}{2}$	$T_d = \frac{T_u}{8}$

Er zijn vele alternatieven, zie dictaat [tabel 4.3](#).

Closed-loop-methode



Oscillatie van een closed loop systeem, $K_u = 2$, $T_u = ?$

Alternatieve closed-loop tuningmethoden

- Tyreus-Luyben levert minder oscillaties op dan Ziegler-Nichols;
- Takahashi geeft een optimale instelling voor de in [paragraaf 3.2](#) afgeleide type C PID-regelaar;
- AMIGO geeft PID-parameters voor een robuuste PID-regelaar bij variatie in procesparameters.

Nazorg

Huiswerk: Dictaat hoofdstuk 4 [opdracht 5, 6 en 7](#).

Vorbereiden: [Practicumopdracht 4](#).