



Instituut voor
Engineering en Applied Science

Naam deelnemer:

Studentnummer:

0						
---	--	--	--	--	--	--

Opleiding	:	Elektrotechniek
Cursusnaam	:	Digitale Systemen
Cursuscode	:	ELEDIS10
Tentamenperiode	:	T3
Toetsdatum	:	8 april 2021
Begintijd	:	12:00
Duur (in minuten)	:	135 min
Docent	:	StrjG
Collegiale review	:	BroJZ
Cesuur	:	Dit is een deelttoets, zie cursushandleiding.
Aantal pagina's	:	3 (exclusief voorblad)
Toetsen inleveren	:	Nee
Kladpapier inleveren	:	Nee

Toegestane hulpmiddelen:

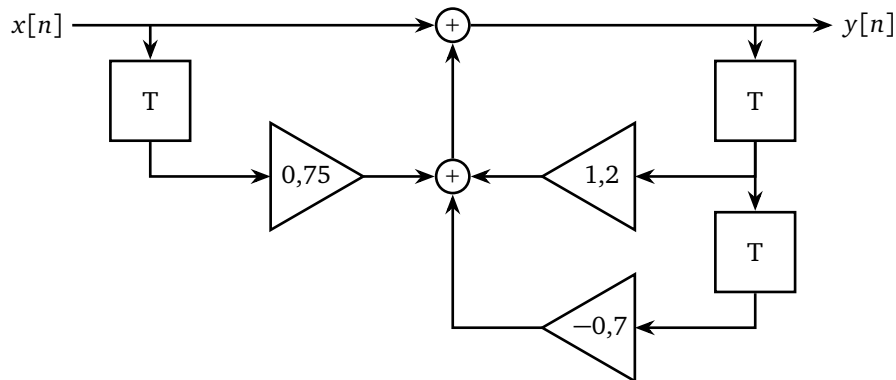
- Normale rekenmachine.

**Overige
opmerkingen:**

- Puntenverdeling per vraag:

Vraag:	1	2	3	4	5	Totaal
Punten:	10	3	7	10	10	40

1. (Leerdoel 1) Gegeven het volgende LTI-systeem:



- [2 punten] Bepaal de differentievergelijking van dit systeem in de vorm van $y[n] = \dots$
- [4 punten] Bereken de waarden van de stapresponsie $s[n]$ van dit systeem voor $0 \leq n \leq 3$.
- [4 punten] Bereken de eindwaarde van de stapresponsie van dit systeem voor $n \rightarrow \infty$.

2. [3 punten] (Leerdoel 2) Bepaal de Z-getransformeerde van het niet-periodieke signaal:

$$x[n] = \delta[n] + 4\delta[n-1] - 3\delta[n-3]$$

3. [7 punten] (Leerdoel 2) Bepaal het signaal $y[n]$ dat hoort bij het volgende spectrum (óók voor $n = 0$):

$$Y(\Omega) = \begin{cases} 1 & -\frac{1}{4}\pi \leq \Omega \leq \frac{1}{4}\pi \\ 0 & \text{anders} \end{cases}$$

4. (Leerdoel 3) Gegeven de onderstaande overdrachtsfunctie van een LTI-systeem/filter:

$$H(z) = \frac{z^2 + z}{z^2 - z + 0,16}$$

- [5 punten] Bepaal de polen en nulpunten en schets deze in het Z-vlak.
- [4 punten] Schets de versterkingsfactor van deze overdrachtsfunctie voor $0 \leq \Omega \leq \pi$. Geef hierin tenminste de frequentie(s) aan waar maximale versterking en/of onderdrukking plaatsvindt.
- [1 punt] Leg uit hoe je aan $H(z)$ kunt zien of dit een FIR- of een IIR-filter is.

5. (Leerdoel 4) Ontwerp een digitaal tweede orde banddoorlaatfilter met de volgende eigenschappen:

- totale onderdrukking bij $\Omega_1 = 0$ en $\Omega_2 = \pi$;
- een doorlaatband als gevolg van polen in het Z-vlak met straal $r = 0,7$;
- maximum van de doorlaatband bij $\Omega_A \approx \frac{1}{3}\pi$.

- [6 punten] Bepaal de benodigde overdrachtsfunctie $H(z)$ voor dit filter.
- [4 punten] Bepaal de differentievergelijking van dit filter in de vorm $y[n] = \dots$

Tabel 1: Eigenschappen van de Discrete Fourier-reeks.

Eigenschap of operatie	Periodiek signaal	Discrete Fourier-reeks
Transformatie	$x[n]$	$a_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot e^{-j2\pi kn/N}$
Inverse transformatie	$x[n] = \sum_{k=0}^{N-1} a_k \cdot e^{j2\pi kn/N}$	a_k
Lineariteit	$A \cdot x_1[n] + B \cdot x_2[n]$	$A \cdot a_k + B \cdot b_k$
Tijdverschuiving	$x[n - n_0]$	$a_k \cdot e^{-j2\pi kn_0/N}$

Tabel 2: Eigenschappen van de Discrete Tijd Fourier Transformatie (DTFT).

Eigenschap of operatie	Signaal	Discrete Fourier-transformatie
Transformatie	$x[n]$	$X(\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \cdot e^{-j\Omega n}$
Inverse transformatie	$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(\Omega) \cdot e^{j\Omega n} d\Omega$	$X(\Omega)$
Lineariteit	$A \cdot x_1[n] + B \cdot x_2[n]$	$A \cdot X_1(\Omega) + B \cdot X_2(\Omega)$
Tijdverschuiving	$x[n - n_0]$	$X(\Omega) \cdot e^{-j\Omega n_0}$
Convolutie	$x_1[n] * x_2[n]$	$X_1(\Omega) \cdot X_2(\Omega)$

Tabel 3: Eigenschappen van de Z-transformatie.

Eigenschap of operatie	Signaal	Z-transformatie
Transformatie	$x[n]$	$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x[n] \cdot z^{-n}$
Inverse transformatie	$x[n] = \frac{1}{2\pi j} \oint X(z) \cdot z^{n-1} dz$	$X(z)$
Lineariteit	$A \cdot x_1[n] + B \cdot x_2[n]$	$A \cdot X_1(z) + B \cdot X_2(z)$
Tijdverschuiving	$x[n - n_0]$	$X(z) \cdot z^{-n_0}$
Convolutie	$x_1[n] * x_2[n]$	$X_1(z) \cdot X_2(z)$

Tabel 4: DTF-transformatieparen.

Basissignaal	$x[n]$	$X(\Omega)$
Eenheidsimpuls	$\delta[n]$	1
Verschoven eenheidsimpuls	$\delta[n - n_0]$	$e^{-j\Omega n_0}$
Eenheidstap	$u[n]$	$\{1 - e^{-j\Omega}\}^{-1}$
Macht	$a^n u[n], \quad a < 1$	$\{1 - a \cdot e^{-j\Omega}\}^{-1}$

Tabel 5: Z-transformatieparen.

Basissignaal	$x[n]$	$X(z)$
Eenheidsimpuls	$\delta[n]$	1
Verschoven eenheidsimpuls	$\delta[n - n_0]$	z^{-n_0}
Eenheidstap	$u[n]$	$\frac{z}{z - 1}$
Helling	$r[n] = n \cdot u[n]$	$\frac{z}{(z - 1)^2}$
Macht	$a^n u[n], \quad a < 1$	$\frac{z}{z - a}$
Inverse macht	$(1 - a^n)u[n], \quad a < 1$	$\frac{z(1 - a)}{(z - a)(z - 1)}$
Cosinus	$\cos(n\Omega_0)u[n]$	$\frac{z(z - \cos \Omega_0)}{z^2 - 2z \cos \Omega_0 + 1}$
Sinus	$\sin(n\Omega_0)u[n]$	$\frac{z \sin \Omega_0}{z^2 - 2z \cos \Omega_0 + 1}$
Gedempte sinus	$a^n \sin(n\Omega_0)u[n]$	$\frac{az \sin \Omega_0}{z^2 - 2az \cos \Omega_0 + a^2}$

Tabel 6: Overige formules.

Naam	Formule
Convolutie	$y[n] = x[n] * h[n] \Leftrightarrow \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \cdot h[n - k]$
Euler	$e^{jx} = \cos(x) + j \sin(x)$
Halveringsformules	$\cos(x) = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2}$ $\sin(x) = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j}$
Geometrische reeks	$\sum_{k=0}^N a^k = \frac{1 - a^{N+1}}{1 - a}$ $\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^N a^k = \frac{1}{1 - a}, \text{ voor } a < 1$ $\sum_{k=k_0}^N a^k = \frac{a^{k_0} - a^{N+1}}{1 - a}$ $\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=k_0}^N a^k = \frac{a^{k_0}}{1 - a}, \text{ voor } a < 1$
Bilineaire transformatie (BLT)	$s = \frac{2}{T_s} \cdot \frac{z - 1}{z + 1}$
Impuls invariantie	$H(s) = 1 \Leftrightarrow H(z) = 1$ $H(s) = \frac{K}{s - p_1} \Leftrightarrow H(z) = \frac{K \cdot z}{z - e^{p_1 T_s}}$