



Instituut voor
Engineering en Applied Science

Naam deelnemer:

Studentnummer:

--	--	--	--	--	--	--

Opleiding : **Elektrotechniek**

Cursusnaam : **Digitale Systemen**

Cursuscode : **ELEDIS10**

Tentamenperiode : **T3**

Toetsdatum : **7 april 2022**

Begintijd : **10:30**

Duur (in minuten) : **135 min**

Docent : **StrjG**

Collegiale review : **BroJZ**

Cesuur : **Minimaal benodigde aantal punten = 16**

Aantal pagina's : **3 (exclusief voorblad)**

Toetsen inleveren : **Nee**

Kladpapier inleveren : **Nee**

Toegestane hulpmiddelen:

- Normale rekenmachine.

**Overige
opmerkingen:**

- Puntenverdeling per vraag:

Vraag:	1	2	3	4	5	Totaal
Punten:	10	6	4	10	10	40

1. (Leerdoel 1) Gegeven de volgende recurrente betrekking:

$$y[n] = 1,5y[n-1] - 0,6y[n-2] + 0,9x[n-1] - 0,2x[n-2]$$

- [3 punten] Teken een blokdiagram voor dit LTI-systeem.
 - [3 punten] Bereken de eerste vier waarden van de *impulsresponsie* $h[n]$.
 - [4 punten] Bereken de eindwaarde van de *stapresponsie* van dit systeem voor $n \rightarrow \infty$.
-

2. [6 punten] (Leerdoel 2) Gegeven de volgende samples van een *periodiek* signaal met een periode van 4 samples:

$$x[0] = 2$$

$$x[1] = 1$$

$$x[2] = 0$$

$$x[3] = -1$$

Bepaal de spectrale coëfficiënten a_1 , a_2 en a_3 .

3. [4 punten] (Leerdoel 2) Bepaal $x[n]$ in het discrete tijddomein van het volgende signaal:

$$X(z) = \frac{0,6}{z^2 - 1,4z + 0,4}$$

4. (Leerdoel 3) Gegeven de volgende recurrente betrekking van een LTI-systeem:

$$y[n] = y[n-1] - \frac{1}{2}y[n-2] + x[n-1] + x[n-2]$$

- [2 punten] Bepaal $H(z)$, de overdracht in het Z-domein, van dit LTI-systeem.
 - [1 punt] Het systeem bevat een onnodige vertraging. Voeg een pool of nulpunt toe om dit te voorkomen, zonder de eigenschappen te veranderen.
 - [4 punten] Bereken de polen en nulpunten van de nieuwe overdrachtsfunctie $H(z)$ en schets deze in het complexe vlak.
 - [3 punten] Schets de versterkingsfactor van deze overdrachtsfunctie voor: $0 \leq \Omega \leq \pi$. Geef hierin tenminste de versterkingsfactor aan voor $\Omega = 0$, $\Omega = \frac{1}{2}\pi$ en $\Omega = \pi$. De overige versterkingswaarden mogen geschat worden.
-

5. (Leerdoel 4) Ontwerp een digitaal eerste orde hoogdoorlaatfilter met de volgende eigenschappen:

- Samplefrequentie $f_s = 40$ kHz.
- Totale onderdrukking bij $f_a = 0$ kHz.
- Maximale versterking van 10 bij $f_b = 20$ kHz.

- [7 punten] Bepaal de benodigde overdrachtsfunctie $H(z)$ voor dit filter.
 - [3 punten] Bepaal de *causale* differentievergelijking van dit filter in de vorm $y[n] = \dots$
-

Einde van dit tentamen.

Tabel 1: Eigenschappen van de Discrete Fourier-reeks.

Eigenschap of operatie	Periodiek signaal	Discrete Fourier-reeks
Transformatie	$x[n]$	$a_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot e^{-j2\pi kn/N}$
Inverse transformatie	$x[n] = \sum_{k=0}^{N-1} a_k \cdot e^{j2\pi kn/N}$	a_k
Lineariteit	$A \cdot x_1[n] + B \cdot x_2[n]$	$A \cdot a_k + B \cdot b_k$
Tijdverschuiving	$x[n - n_0]$	$a_k \cdot e^{-j2\pi kn_0/N}$

Tabel 2: Eigenschappen van de Discrete Tijd Fourier Transformatie (DTFT).

Eigenschap of operatie	Signaal	Discrete Fourier-transformatie
Transformatie	$x[n]$	$X(\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \cdot e^{-j\Omega n}$
Inverse transformatie	$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(\Omega) \cdot e^{j\Omega n} d\Omega$	$X(\Omega)$
Lineariteit	$A \cdot x_1[n] + B \cdot x_2[n]$	$A \cdot X_1(\Omega) + B \cdot X_2(\Omega)$
Tijdverschuiving	$x[n - n_0]$	$X(\Omega) \cdot e^{-j\Omega n_0}$
Convolutie	$x_1[n] * x_2[n]$	$X_1(\Omega) \cdot X_2(\Omega)$

Tabel 3: Eigenschappen van de Z-transformatie.

Eigenschap of operatie	Signaal	Z-transformatie
Transformatie	$x[n]$	$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x[n] \cdot z^{-n}$
Inverse transformatie	$x[n] = \frac{1}{2\pi j} \oint X(z) \cdot z^{n-1} dz$	$X(z)$
Lineariteit	$A \cdot x_1[n] + B \cdot x_2[n]$	$A \cdot X_1(z) + B \cdot X_2(z)$
Tijdverschuiving	$x[n - n_0]$	$X(z) \cdot z^{-n_0}$
Convolutie	$x_1[n] * x_2[n]$	$X_1(z) \cdot X_2(z)$

Tabel 4: DTF-transformatieparen.

Basissignaal	$x[n]$	$X(\Omega)$
Eenheidsimpuls	$\delta[n]$	1
Verschoven eenheidsimpuls	$\delta[n - n_0]$	$e^{-j\Omega n_0}$
Eenheidstap	$u[n]$	$\{1 - e^{-j\Omega}\}^{-1}$
Macht	$a^n u[n], \quad a < 1$	$\{1 - a \cdot e^{-j\Omega}\}^{-1}$

Tabel 5: Z-transformatieparen.

Basissignaal	$x[n]$	$X(z)$
Eenheidsimpuls	$\delta[n]$	1
Verschoven eenheidsimpuls	$\delta[n - n_0]$	z^{-n_0}
Eenheidstap	$u[n]$	$\frac{z}{z - 1}$
Helling	$r[n] = n \cdot u[n]$	$\frac{z}{(z - 1)^2}$
Macht	$a^n u[n], \quad a < 1$	$\frac{z}{z - a}$
Inverse macht	$(1 - a^n)u[n], \quad a < 1$	$\frac{z(1 - a)}{(z - a)(z - 1)}$
Cosinus	$\cos(n\Omega_0)u[n]$	$\frac{z(z - \cos \Omega_0)}{z^2 - 2z \cos \Omega_0 + 1}$
Sinus	$\sin(n\Omega_0)u[n]$	$\frac{z \sin \Omega_0}{z^2 - 2z \cos \Omega_0 + 1}$
Gedempte sinus	$a^n \sin(n\Omega_0)u[n]$	$\frac{az \sin \Omega_0}{z^2 - 2az \cos \Omega_0 + a^2}$

Tabel 6: Overige formules.

Naam	Formule
Convolutie	$y[n] = x[n] * h[n] \Leftrightarrow \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \cdot h[n - k]$
Euler	$e^{jx} = \cos(x) + j \sin(x)$
Halveringsformules	$\cos(x) = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2}$ $\sin(x) = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j}$
Geometrische reeks	$\sum_{k=0}^N a^k = \frac{1 - a^{N+1}}{1 - a}$ $\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^N a^k = \frac{1}{1 - a}, \text{ voor } a < 1$ $\sum_{k=k_0}^N a^k = \frac{a^{k_0} - a^{N+1}}{1 - a}$ $\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=k_0}^N a^k = \frac{a^{k_0}}{1 - a}, \text{ voor } a < 1$
Bilineaire transformatie (BLT)	$s = \frac{2}{T_s} \cdot \frac{z - 1}{z + 1}$
Impuls invariantie	$H(s) = 1 \Leftrightarrow H(z) = 1$ $H(s) = \frac{K}{s - p_1} \Leftrightarrow H(z) = \frac{K \cdot z}{z - e^{p_1 T_s}}$