



Instituut voor
Engineering en Applied Science

Naam deelnemer:

Studentnummer:

--	--	--	--	--	--	--	--

Opleiding : **Elektrotechniek**

Cursusnaam : **Digitale Systemen**

Cursuscode : **ELEDIS10**

Tentamenperiode : **T3**

Toetsdatum : **5 april 2023**

Begintijd : **9:30**

Duur (in minuten) : **135 min**

Docent : **BroJZ**

Collegiale review : **StrJG**

Cesuur : **22 punten**

Minimaal benodigd aantal punten : **16 punten**

Aantal pagina's : **4 (exclusief voorblad)**

Toetsen inleveren : **Nee**

Kladpapier inleveren : **Nee**

Toegestane hulpmiddelen:

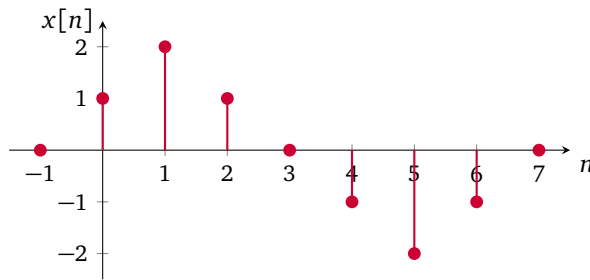
- Normale rekenmachine.

**Overige
opmerkingen:**

- Puntenverdeling per vraag:

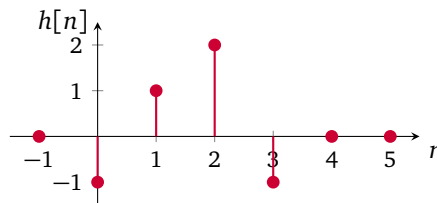
Vraag:	1	2	3	4	5	6	7	Totaal
Punten:	3	3	4	6	4	10	10	40

1. [3 punten] (Leerdoel 1) Gegeven het digitale signaal $x[n]$:



Teken het signaal $y[n] = x[n-1] \cdot u[n-2] + x[n-6] \cdot \delta[n-7]$.

2. [3 punten] (Leerdoel 1) Gegeven de impulsresponsie van een LTI-systeem $h[n]$:



Teken de stapresponsie $s[n]$ van dit systeem voor $-1 \leq n \leq 5$.

3. [4 punten] (Leerdoel 1) Gegeven de differentievergelijking van een stabiel LTI-systeem:

$$y[n] = 0,6y[n-1] - 0,4y[n-2] + x[n] - 0,2x[n-1] + 0,3x[n-2]$$

Bepaal de eindwaarde van de stapresponsie van dit systeem.

4. [6 punten] (Leerdoel 2) Gegeven de spectrale coëfficiënten van de discrete Fourierreeks van een periodiek signaal $x[n]$ met een periode van $N = 8$:

$$a_0 = 8; a_1 = 1; a_2 = 2 + 2j; a_3 = 0; a_4 = 4; a_5 = 0; a_6 = 2 - 2j; a_7 = 1$$

Bereken $x[0]$ en $x[6]$.

5. [4 punten] (Leerdoel 2) Gegeven de overdrachtsfunctie $H(z)$ van een LTI-systeem:

$$H(z) = \frac{(z+1)(z-1)}{(z+3)(z-2)}$$

Bepaal de causale differentievergelijking van dit systeem in de vorm $y[n] = \dots$

Zie volgende blad.

6. (Leerdoel 3) Gegeven de overdrachtsfunctie $H(\Omega)$ van een digitaal filter:

$$H(\Omega) = \frac{e^{2j\Omega} - 1}{e^{2j\Omega} + 0,49}$$

- a. [1 punt] Bepaal de overdrachtsfunctie $H(z)$ van dit filter.
- b. [4 punten] Bepaal de polen en nulpunten van de overdrachtsfunctie $H(z)$ en schets deze in het Z-vlak.
- c. [4 punten] Als gegeven is dat de samplefrequentie $f_s = 200$ Hz is, bepaal dan de versterking van dit filter bij: $f = 0$ Hz, 50 Hz, 75 Hz en 100 Hz.
- d. [1 punt] Leg uit hoe je aan $H(z)$ kunt zien of dit een FIR- of een IIR-filter is.

7. (Leerdoel 4) In deze opgave ga je een FIR-filter ontwerpen dat de genormeerde frequenties Ω tussen 0 rad/sample en $0,5\pi$ rad/sample *versterkt* met een factor 2 en de genormeerde frequenties tussen $0,5\pi$ rad/sample en π rad/sample *verzwakt* met een factor 2.

- a. [2 punten] Teken de gewenste frequentierespons $|H(\Omega)|$ voor $-2\pi \leq \Omega \leq 2\pi$.
- b. [2 punten] Met behulp van de Inverse Discrete-Time Fourier Transform kan de gewenste impulsresponsie $h[n]$ bepaald worden. Voor dit specifieke filter is dat een formule die bestaat uit de som van ten minste twee integralen. Geef deze formule en geef daarin duidelijk de integratiegrenzen aan. *Let op!* Het is niet de bedoeling dat je deze formule voor $h[n]$ voor $n \neq 0$ zelf verder uitwerkt.
- c. [4 punten] Bepaal de waarde van $h[n]$ voor $n = 0$.
- d. [2 punten] De volgende waarden van $h[n]$ voor $n \neq 0$ zijn door de docent berekend:

$$h[-4] = 0; h[-3] = -0,159; h[-2] = 0; h[-1] = 0,477; \\ h[1] = 0,477; h[2] = 0; h[3] = -0,159; h[4] = 0$$

Bepaal de waarde van de coëfficiënten b_0 tot en met b_4 van een *vierde orde* implementatie van dit filter door een rechthoekig window toe te passen op de impulsresponsie $h[n]$ en deze vervolgens causaal te maken.

Einde van dit tentamen.

Tabel 1: Eigenschappen van de Discrete Fourier-reeks.

Eigenschap of operatie	Periodiek signaal	Discrete Fourier-reeks
Transformatie	$x[n]$	$a_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot e^{-j2\pi kn/N}$
Inverse transformatie	$x[n] = \sum_{k=0}^{N-1} a_k \cdot e^{j2\pi kn/N}$	a_k
Lineariteit	$c_1 \cdot x_1[n] + c_2 \cdot x_2[n]$	$c_1 \cdot a_{k_1} + c_2 \cdot a_{k_2}$
Tijdverschuiving	$x[n - n_0]$	$a_k \cdot e^{-j2\pi kn_0/N}$

Tabel 2: Eigenschappen van de Discrete Tijd Fourier Transformatie (DTFT).

Eigenschap of operatie	Signaal	Discrete Fourier-transformatie
Transformatie	$x[n]$	$X(\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \cdot e^{-j\Omega n}$
Inverse transformatie	$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(\Omega) \cdot e^{j\Omega n} d\Omega$	$X(\Omega)$
Lineariteit	$c_1 \cdot x_1[n] + c_2 \cdot x_2[n]$	$c_1 \cdot X_1(\Omega) + c_2 \cdot X_2(\Omega)$
Tijdverschuiving	$x[n - n_0]$	$X(\Omega) \cdot e^{-j\Omega n_0}$
Convolutie	$x_1[n] * x_2[n]$	$X_1(\Omega) \cdot X_2(\Omega)$

Tabel 3: Eigenschappen van de Z-transformatie.

Eigenschap of operatie	Signaal	Z-transformatie
Transformatie	$x[n]$	$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x[n] \cdot z^{-n}$
Inverse transformatie	$x[n] = \frac{1}{2\pi j} \oint X(z) \cdot z^{n-1} dz$	$X(z)$
Lineariteit	$A \cdot x_1[n] + B \cdot x_2[n]$	$A \cdot X_1(z) + B \cdot X_2(z)$
Tijdverschuiving	$x[n - n_0]$	$X(z) \cdot z^{-n_0}$
Convolutie	$x_1[n] * x_2[n]$	$X_1(z) \cdot X_2(z)$

Tabel 4: DTF-transformatieparen.

Basissignaal	$x[n]$	$X(\Omega)$
Eenheidsimpuls	$\delta[n]$	1
Vershoven eenheidsimpuls	$\delta[n - n_0]$	$e^{-j\Omega n_0}$
Eenheidstap	$u[n]$	$(1 - e^{-j\Omega})^{-1}$
Macht	$a^n u[n]$	$(1 - a \cdot e^{-j\Omega})^{-1}$

Tabel 5: Z-transformatieparen.

Basissignaal	$x[n]$	$X(z)$
Eenheidsimpuls	$\delta[n]$	1
Verschoven eenheidsimpuls	$\delta[n - n_0]$	z^{-n_0}
Eenheidstap	$u[n]$	$\frac{z}{z - 1}$
Helling	$r[n] = n \cdot u[n]$	$\frac{z}{(z - 1)^2}$
Macht	$a^n u[n]$	$\frac{z}{z - a}$
Inverse macht	$(1 - a^n)u[n]$	$\frac{z(1 - a)}{(z - a)(z - 1)}$
Cosinus	$\cos(n\Omega_0)u[n]$	$\frac{z(z - \cos \Omega_0)}{z^2 - 2z \cos \Omega_0 + 1}$
Sinus	$\sin(n\Omega_0)u[n]$	$\frac{z \sin \Omega_0}{z^2 - 2z \cos \Omega_0 + 1}$
Gedempte sinus	$a^n \sin(n\Omega_0)u[n]$	$\frac{az \sin \Omega_0}{z^2 - 2az \cos \Omega_0 + a^2}$

Tabel 6: Overige formules.

Naam	Formule
Convolutie	$y[n] = x[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \cdot h[n - k]$
Euler	$e^{jx} = \cos(x) + j \sin(x)$
Halveringsformules	$\cos(x) = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2}$ $\sin(x) = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j}$
Geometrische reeks	$\sum_{k=0}^N a^k = \frac{1 - a^{N+1}}{1 - a}$ $\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^N a^k = \frac{1}{1 - a}, \text{ voor } a < 1$ $\sum_{k=k_0}^N a^k = \frac{a^{k_0} - a^{N+1}}{1 - a}$ $\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=k_0}^N a^k = \frac{a^{k_0}}{1 - a}, \text{ voor } a < 1$
Bilineaire transformatie (BLT)	$s = \frac{2}{T_s} \cdot \frac{z - 1}{z + 1}$
Impuls invariantie	$H(s) = 1 \Leftrightarrow H(z) = 1$ $H(s) = \frac{K}{s - p_1} \Leftrightarrow H(z) = \frac{K \cdot z}{z - e^{p_1 T_s}}$