



Instituut voor
Engineering en Applied Science

Naam deelnemer:

Studentnummer:

--	--	--	--	--	--	--

Opleiding : **Elektrotechniek**

Cursusnaam : **Digitale Systemen**

Cursuscode : **ELEDIS10**

Tentamenperiode : **T3**

Toetsdatum : **3 april 2024**

Begintijd : **13:00**

Duur (in minuten) : **135 min**

Docent : **BroJZ**

Collegiale review : **StrJG**

Cesuur : **22 punten**

Minimaal benodigd aantal punten : **16 punten**

Aantal pagina's : **4 (exclusief voorblad)**

Toetsen inleveren : **Ja**

Kladpapier inleveren : **Ja**

Toegestane hulpmiddelen:

- Normale rekenmachine.

**Overige
opmerkingen:**

- Puntenverdeling per vraag:

Vraag:	1	2	3	4	5	6	Totaal
Punten:	5	5	3	7	14	6	40

1. (Leerdoel 1) Gegeven is het volgende tijddiscrete signaal:

$$x[n] = u[n-1] - 2u[n-3] + 3\delta[n-4] + u[n-5]$$

- a. [3 punten] Teken dit signaal voor $n = 0$ tot en met $n = 5$.
b. [2 punten] Geef een alternatieve formule voor $x[n]$, die geldig is voor $n = 0$ tot en met $n = 5$, waarin alleen δ -basissignalen gebruikt worden.
-

2. (Leerdoel 1) Gegeven is het volgende tijdcontinu signaal:

$$x(t) = \frac{3}{2} + \sin(2 \times 10^3 \pi t) + \frac{1}{2} \sin(4 \times 10^3 \pi t)$$

Dit signaal moet omgezet worden naar een tijddiscreet signaal $x[n]$ door het te samplen.

- a. [2 punten] Bepaal de *minimale* samplefrequentie f_s waarbij er *geen* informatieverlies optreedt.
b. [3 punten] Bepaal de formule voor $x[n]$ als $x(t)$ gesampled wordt met samplefrequentie $f_s = 5$ kHz.
-

3. [3 punten] (Leerdoel 2) Laat met een berekening zien dat de Z-getransformeerde van het niet-periodieke signaal:

$$x[n] = 3u[n-1] - 3u[n-2]$$

gelijk is aan $X(z) = 3z^{-1}$.

4. [7 punten] (Leerdoel 2) Bepaal de reële vorm van het signaal $x[n]$ dat hoort bij het volgende spectrum (óók voor $n = 0$):

$$X(\Omega) = \begin{cases} 2 & -\frac{1}{2}\pi \leq \Omega \leq \frac{1}{2}\pi \\ 0 & \text{anders} \end{cases}$$

5. Gegeven de overdrachtsfunctie $H(z)$ van een digitaal filter:

$$H(z) = \frac{(z+1)(z^2+z+1)}{6z^3}$$

- a. [4 punten] (Leerdoel 3) Bepaal de polen en nulpunten van de overdrachtsfunctie $H(z)$ en schets deze in het Z-vlak.
b. [4 punten] (Leerdoel 3) Als gegeven is dat de samplefrequentie $f_s = 6$ kHz is, bepaal dan de versterking van dit filter bij: $f = 0$ kHz, 2 kHz en 3 kHz.
c. [1 punt] (Leerdoel 3) Leg uit of dit een laagdoorlaat, hoogdoorlaat, bandstop of een band-doorlaat filter is.
d. [4 punten] (Leerdoel 4) Bepaal de (causale) differentievergelijking van dit filter $y[n] = \dots$
e. [1 punt] (Leerdoel 3) Leg uit waarom dit een FIR of een IIR filter is.

Zie volgende blad.

6. [6 punten] (Leerdoel 4) Ontwerp een digitaal eerste orde laagdoorlaatfilter met de volgende eigenschappen:

- samplefrequentie $f_s = 46 \text{ kHz}$;
- maximale versterking van 8 bij $f_a = 0 \text{ kHz}$;
- totale onderdrukking bij $f_b = 23 \text{ kHz}$.

Bepaal de benodigde overdrachtsfunctie $H(z)$ voor dit filter.

Einde van dit tentamen.

Tabel 1: Eigenschappen van de Discrete Fourier-reeks.

Eigenschap of operatie	Periodiek signaal	Discrete Fourier-reeks
Transformatie	$x[n]$	$a_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot e^{-j2\pi kn/N}$
Inverse transformatie	$x[n] = \sum_{k=0}^{N-1} a_k \cdot e^{j2\pi kn/N}$	a_k
Lineariteit	$c_1 \cdot x_1[n] + c_2 \cdot x_2[n]$	$c_1 \cdot a_{k_1} + c_2 \cdot a_{k_2}$
Tijdverschuiving	$x[n - n_0]$	$a_k \cdot e^{-j2\pi kn_0/N}$

Tabel 2: Eigenschappen van de Discrete Tijd Fourier Transformatie (DTFT).

Eigenschap of operatie	Signaal	Discrete Fourier-transformatie
Transformatie	$x[n]$	$X(\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \cdot e^{-j\Omega n}$
Inverse transformatie	$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(\Omega) \cdot e^{j\Omega n} d\Omega$	$X(\Omega)$
Lineariteit	$c_1 \cdot x_1[n] + c_2 \cdot x_2[n]$	$c_1 \cdot X_1(\Omega) + c_2 \cdot X_2(\Omega)$
Tijdverschuiving	$x[n - n_0]$	$X(\Omega) \cdot e^{-j\Omega n_0}$
Convolutie	$x_1[n] * x_2[n]$	$X_1(\Omega) \cdot X_2(\Omega)$

Tabel 3: Eigenschappen van de Z-transformatie.

Eigenschap of operatie	Signaal	Z-transformatie
Transformatie	$x[n]$	$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x[n] \cdot z^{-n}$
Inverse transformatie	$x[n] = \frac{1}{2\pi j} \oint X(z) \cdot z^{n-1} dz$	$X(z)$
Lineariteit	$A \cdot x_1[n] + B \cdot x_2[n]$	$A \cdot X_1(z) + B \cdot X_2(z)$
Tijdverschuiving	$x[n - n_0]$	$X(z) \cdot z^{-n_0}$
Convolutie	$x_1[n] * x_2[n]$	$X_1(z) \cdot X_2(z)$

Tabel 4: DTF-transformatieparen.

Basissignaal	$x[n]$	$X(\Omega)$
Eenheidsimpuls	$\delta[n]$	1
Vershoven eenheidsimpuls	$\delta[n - n_0]$	$e^{-j\Omega n_0}$
Eenheidstap	$u[n]$	$(1 - e^{-j\Omega})^{-1}$
Macht	$a^n u[n]$	$(1 - a \cdot e^{-j\Omega})^{-1}$

Tabel 5: Z-transformatieparen.

Basissignaal	$x[n]$	$X(z)$
Eenheidsimpuls	$\delta[n]$	1
Verschoven eenheidsimpuls	$\delta[n - n_0]$	z^{-n_0}
Eenheidstap	$u[n]$	$\frac{z}{z - 1}$
Helling	$r[n] = n \cdot u[n]$	$\frac{z}{(z - 1)^2}$
Macht	$a^n u[n]$	$\frac{z}{z - a}$
Inverse macht	$(1 - a^n)u[n]$	$\frac{z(1 - a)}{(z - a)(z - 1)}$
Cosinus	$\cos(n\Omega_0)u[n]$	$\frac{z(z - \cos \Omega_0)}{z^2 - 2z \cos \Omega_0 + 1}$
Sinus	$\sin(n\Omega_0)u[n]$	$\frac{z \sin \Omega_0}{z^2 - 2z \cos \Omega_0 + 1}$
Gedempte sinus	$a^n \sin(n\Omega_0)u[n]$	$\frac{az \sin \Omega_0}{z^2 - 2az \cos \Omega_0 + a^2}$

Tabel 6: Overige formules.

Naam	Formule
Convolutie	$y[n] = x[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \cdot h[n - k]$
Euler	$e^{jx} = \cos(x) + j \sin(x)$
Halveringsformules	$\cos(x) = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2}$ $\sin(x) = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j}$
Geometrische reeks	$\sum_{k=0}^N a^k = \frac{1 - a^{N+1}}{1 - a}$ $\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^N a^k = \frac{1}{1 - a}, \text{ voor } a < 1$ $\sum_{k=k_0}^N a^k = \frac{a^{k_0} - a^{N+1}}{1 - a}$ $\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=k_0}^N a^k = \frac{a^{k_0}}{1 - a}, \text{ voor } a < 1$
Bilineaire transformatie (BLT)	$s = \frac{2}{T_s} \cdot \frac{z - 1}{z + 1}$
Impuls invariantie	$H(s) = 1 \Leftrightarrow H(z) = 1$ $H(s) = \frac{K}{s - p_1} \Leftrightarrow H(z) = \frac{K \cdot z}{z - e^{p_1 T_s}}$