



Instituut voor
Engineering en Applied Science

Naam deelnemer:

Studentnummer:

--	--	--	--	--	--	--

Opleiding : **Elektrotechniek**

Cursusnaam : **Digitale Systemen**

Cursuscode : **ELEDIS10**

Tentamenperiode : **T3**

Toetsdatum : **11 april 2025**

Begintijd : **9:00**

Duur (in minuten) : **135 min**

Docent : **StrJG**

Collegiale review : **BroJZ**

Cesuur : **22 punten**

Minimaal benodigd aantal punten : **16 punten**

Aantal pagina's : **4 (exclusief voorblad)**

Toetsen inleveren : **Ja**

Kladpapier inleveren : **Ja**

Toegestane hulpmiddelen:

- Normale rekenmachine.

**Overige
opmerkingen:**

- Puntenverdeling per vraag:

Vraag:	1	2	3	4	5	6	Totaal
Punten:	4	6	4	6	10	10	40

1. (Leerdoel 1) Gegeven de volgende recurrente betrekking:

$$y[n] = 1,7y[n-1] - 0,8y[n-2] + 0,9x[n] - 0,2x[n-3]$$

- a. [3 punten] Teken het blokdiagram voor $y[n]$.
b. [1 punt] Leg uit of dit systeem wel of niet causaal is.
-

2. [6 punten] (Leerdoel 1) Gegeven de impulsresponsie $h[n]$ van een systeem:

$$h[n] = 2 \cdot \delta[n] - \delta[n-1] + \delta[n-2]$$

Het volgende signaal $x[n]$ wordt op de ingang van het systeem gezet:

$$x[n] = 3 \cdot \delta[n] + 2 \cdot \delta[n-1]$$

Bereken de waarden van het uitgangssignaal $y[n]$ voor $n = 0$ tot en met $n = 4$ met behulp van convolutie.

3. [4 punten] (Leerdoel 2) Bepaal het signaal $x[n]$ waarvan het spectrum $X(z)$ gegeven is, met behulp van het formuleblad:

$$X(z) = \frac{z}{z-0,7} - \frac{1}{z-1}$$

4. (Leerdoel 2)

- a. [5 punten] Bepaal de differentievergelijking $y[n]$ van de volgende overdrachtsfunctie $H(\Omega)$:

$$H(\Omega) = \frac{6 - 2e^{-j2\Omega}}{3 - e^{-j\Omega}}$$

- b. [1 punt] We vertragen de uitgang $y[n]$ met 1 sampleperiode. Geef de $H(\Omega)$ van dit nieuwe systeem (oorspronkelijke $H(\Omega)$ plus vertraging)?
-

5. (Leerdoel 3) Gegeven de overdrachtsfunctie $H(z)$ van een digitaal filter:

$$H(z) = \frac{z^2 - 2z + 2}{z^2 - 0,8z}$$

- a. [4 punten] Bepaal de polen en nulpunten van de overdrachtsfunctie $H(z)$ en schets deze in het z -vlak.
b. [1 punt] Leg uit of het filter wel of niet stabiel is.

De samplefrequentie f_s die wordt gebruikt is 120 kHz.

- c. [1 punt] Bij welke frequentie is de versterking het grootst?
d. [4 punten] Bereken de versterking van dit filter bij $f=0$ kHz, 30 kHz en 60 kHz.

Zie volgende pagina.

6. [10 punten] (Leerdoel 4) Ontwerp een digitaal tweede orde banddoorlaatfilter met de volgende eigenschappen:

- samplefrequentie $f_s = 24 \text{ kHz}$;
- totale onderdrukking bij $f_a = 0 \text{ Hz}$ en $f_b = 12 \text{ kHz}$;
- maximale versterking van 6 bij $f_c = 6 \text{ kHz}$.

Bepaal de benodigde overdrachtsfunctie $H(z)$ voor dit filter.

Einde van dit tentamen.

Tabel 1: Eigenschappen van de Discrete Fourier-reeks.

Eigenschap of operatie	Periodiek signaal	Discrete Fourier-reeks
Transformatie	$x[n]$	$a_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot e^{-j2\pi kn/N}$
Inverse transformatie	$x[n] = \sum_{k=0}^{N-1} a_k \cdot e^{j2\pi kn/N}$	a_k
Lineariteit	$c_1 \cdot x_1[n] + c_2 \cdot x_2[n]$	$c_1 \cdot a_{k_1} + c_2 \cdot a_{k_2}$
Tijdverschuiving	$x[n - n_0]$	$a_k \cdot e^{-j2\pi kn_0/N}$

Tabel 2: Eigenschappen van de Discrete Tijd Fourier Transformatie (DTFT).

Eigenschap of operatie	Signaal	Discrete Fourier-transformatie
Transformatie	$x[n]$	$X(\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \cdot e^{-j\Omega n}$
Inverse transformatie	$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(\Omega) \cdot e^{j\Omega n} d\Omega$	$X(\Omega)$
Lineariteit	$c_1 \cdot x_1[n] + c_2 \cdot x_2[n]$	$c_1 \cdot X_1(\Omega) + c_2 \cdot X_2(\Omega)$
Tijdverschuiving	$x[n - n_0]$	$X(\Omega) \cdot e^{-j\Omega n_0}$
Convolutie	$x_1[n] * x_2[n]$	$X_1(\Omega) \cdot X_2(\Omega)$

Tabel 3: Eigenschappen van de Z-transformatie.

Eigenschap of operatie	Signaal	Z-transformatie
Transformatie	$x[n]$	$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x[n] \cdot z^{-n}$
Inverse transformatie	$x[n] = \frac{1}{2\pi j} \oint X(z) \cdot z^{n-1} dz$	$X(z)$
Lineariteit	$A \cdot x_1[n] + B \cdot x_2[n]$	$A \cdot X_1(z) + B \cdot X_2(z)$
Tijdverschuiving	$x[n - n_0]$	$X(z) \cdot z^{-n_0}$
Convolutie	$x_1[n] * x_2[n]$	$X_1(z) \cdot X_2(z)$

Tabel 4: DTF-transformatieparen.

Basissignaal	$x[n]$	$X(\Omega)$
Eenheidsimpuls	$\delta[n]$	1
Vershoven eenheidsimpuls	$\delta[n - n_0]$	$e^{-j\Omega n_0}$
Eenheidstap	$u[n]$	$(1 - e^{-j\Omega})^{-1}$
Macht	$a^n u[n]$	$(1 - a \cdot e^{-j\Omega})^{-1}$

Tabel 5: Z-transformatieparen.

Basissignaal	$x[n]$	$X(z)$
Eenheidsimpuls	$\delta[n]$	1
Verschoven eenheidsimpuls	$\delta[n - n_0]$	z^{-n_0}
Eenheidstap	$u[n]$	$\frac{z}{z - 1}$
Helling	$r[n] = n \cdot u[n]$	$\frac{z}{(z - 1)^2}$
Macht	$a^n u[n]$	$\frac{z}{z - a}$
Inverse macht	$(1 - a^n)u[n]$	$\frac{z(1 - a)}{(z - a)(z - 1)}$
Cosinus	$\cos(n\Omega_0)u[n]$	$\frac{z(z - \cos \Omega_0)}{z^2 - 2z \cos \Omega_0 + 1}$
Sinus	$\sin(n\Omega_0)u[n]$	$\frac{z \sin \Omega_0}{z^2 - 2z \cos \Omega_0 + 1}$
Gedempte sinus	$a^n \sin(n\Omega_0)u[n]$	$\frac{az \sin \Omega_0}{z^2 - 2az \cos \Omega_0 + a^2}$

Tabel 6: Overige formules.

Naam	Formule
Convolutie	$y[n] = x[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \cdot h[n - k]$
Euler	$e^{jx} = \cos(x) + j \sin(x)$
Halveringsformules	$\cos(x) = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2}$ $\sin(x) = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j}$
Geometrische reeks	$\sum_{k=0}^N a^k = \frac{1 - a^{N+1}}{1 - a}$ $\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^N a^k = \frac{1}{1 - a}, \text{ voor } a < 1$ $\sum_{k=k_0}^N a^k = \frac{a^{k_0} - a^{N+1}}{1 - a}$ $\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=k_0}^N a^k = \frac{a^{k_0}}{1 - a}, \text{ voor } a < 1$
Bilineaire transformatie (BLT)	$s = \frac{2}{T_s} \cdot \frac{z - 1}{z + 1}$
Impuls invariantie	$H(s) = 1 \Leftrightarrow H(z) = 1$ $H(s) = \frac{K}{s - p_1} \Leftrightarrow H(z) = \frac{K \cdot z}{z - e^{p_1 T_s}}$