



BASIS ELEKTROTECHNIEK 1 – WEEK 2

overtref jezelf



AGENDA WEEK 2

- ▶ Binair optellen
- ▶ Negatieve getallen
- ▶ Optellen en aftrekken
- ▶ Logische poorten
- ▶ Combinatorische schakelingen



BINAIR OPTELLEN

BINAIR OPTELLEN

- Lijkt erg op decimaal optellen
(optellen en meenemen, carry)

	Decimaal:	Binair:
Carry:	11	100
	199	100
	99+	101+
	---	----
Som:	298	1001

- Oefening:
 - $0011_2 + 0101_2 =$
 - $0101_2 + 0110_2 =$

BINAIR OPTELLEN

- Lijkt erg op decimaal optellen
(optellen en meenemen, carry)

	Decimaal:	Binair:
Carry:	11	100
	199	100
	99+	101+
	---	----
Som:	298	1001

- Antwoorden:
 - $0011_2 + 0101_2 = 1000_2$
 - $0101_2 + 0110_2 = 1011_2$



NEGATIEVE GETALLEN

Negatieve getallen (achtergrond)

- Discussie beste binaire representatie negatieve getallen (begin computer tijdperk)
 - Sign Magnitude (Inverteer MSB)
 - Systeem heeft 2 nullen (plus en min)
 - One's complement
 - Alle bits inverteren
 - Gemakkelijk om getal negatief te maken
 - Systeem heeft 2 nullen (plus en min)
 - Lastig om mee te rekenen
 - Two's complement
 - (Alle bits inverteren + 1 optellen)
 - Gemakkelijk om getal negatief te maken
 - Slechts 1 nul
 - Makkelijk mee te rekenen voor digitale logica.
 - Nu het meest gebruikte systeem

One's Complement

- Alle bits inverteren
 - 1 wordt 0 en 0 wordt 1
 - Voorbeeld: $01001101_2 = 77_{10}$ wordt $10110010_2 = -77_{10}$

Decimaal	One's complement
3	0011
2	0010
1	0001
0	0000
-0	1111
-1	1110
-2	1101
-3	1100

Two's Complement

- Alle bits inverteren
+ 1 optellen
 - Voorbeeld: $01001101_2 = 77_{10}$ wordt $10110010_2 + 1_2 = 10110011_2 = -77_{10}$
- Of van rechts naar links de eerste 1 laten staan en daarna alle bits inverteren
 - Voorbeeld: $01001100_2 = 76_{10}$ wordt $10110100_2 = -76_{10}$

Deci-maal	Two's complement
3	0011
2	0010
1	0001
0	0000
-1	1111
-2	1110
-3	1101
-4	1100

Two's Complement

- Eerste bit is het signbit
 - 0 = positief, 1 = negatief.
 - Wat is het verschil tussen 10 en 0010?
 - We moeten dus afspreken hoe lang een getal is en mogen voorloopnullen niet meer weglaten!
- De negatieve waarde is het two's complement van de positieve waarde en andersom.
- Bereik: Welke getallen kunnen we weergeven met 4 bits?
 - Normaal (unsigned): $2^4 = 16$, dus 0 t/m 15
 - Two's complement: $2^4 = 16$, maar nu -8 t/m 7

Deci-maal	Two's complement
7	0111
6	0101
...	
1	0001
0	0000
-1	1111
...	
-7	1001
-8	1000

Oefening

- Zet om naar two's complement 8-bits binair:
 - 16_{10}
 - -14_{10}
 - -61_{10}
- Reken de volgende 8-bits two's complement getallen om naar decimaal:
 - 01101001_2
 - 10010100_2
 - 11111111_2
- Antwoorden:

• $16_{10} = 00010000_2$	$01101001_2 = 105_{10}$
• $-14_{10} = 11110010_2$	$10010100_2 = -108_{10}$
• $-61_{10} = 11000011_2$	$11111111_2 = -1_{10}$

Bereik van binaire getallen met n bits

- Unsigned:
 - 0 t/m $2^n - 1$
 - Bijvoorbeeld 8 bits: 0 t/m $2^8 - 1 = 0$ t/m 255
- Signed (two's complement):
 - -2^{n-1} t/m $2^{n-1} - 1$
 - Bijvoorbeeld 8 bits: -2^{8-1} t/m $2^{8-1} - 1 = -2^7$ t/m $2^7 - 1 = -128$ t/m 127
- Oefening: Wat is het bereik van 16 bit getallen unsigned, en signed?
 - Antwoord: -32768 t/m 32767



OPTELLEN EN AFTREKKEN

Two's complement optellen en aftrekken

- Optellen m.b.v. 4-bits two's complement: 6 en -3

- $6_{10} = 0110_2$

- -3_{10} door two's complement van $3_{10} = 0011$ te nemen: 1101_2

- $$\begin{array}{r} 1 \\ 6 \quad 0110 \\ -3+ \quad 1101+ \\ -- \quad ---- \\ 3 \quad 10011 \end{array}$$

- $6 \quad 0110$

- $-3+ \quad 1101+$

- $-- \quad ----$

- $3 \quad 10011 \quad (\text{eerste bit weglaten})$

- Overflow: als het antwoord buiten bereik valt

- Alleen bij optellen van dezelfde tekens

- Het antwoord heeft een ander teken dan de termen.

- Twee negatieve getallen tellen nooit op tot een positief getal, en twee positieve getallen nooit tot een negatief getal.

Voorbeeld overflow in 4 bits

- Bereik 4 bits two's complement: -8 t/m 7

- Voorbeeld:

$$\begin{array}{r} -3 \qquad 1101 \\ -6+ \qquad \underline{1010+} \\ -9 \qquad 0111 = 7 \quad (\text{en niet } -9) \end{array}$$

- Oplossing: extra bit(s) toevoegen:

$$\begin{array}{r} -3 \qquad 11101 \\ -6+ \qquad \underline{11010+} \\ -9 \qquad 10111 = -9 \end{array}$$

Voorbeeld overflow in 4 bits

- Voorbeeld:

$$\begin{array}{r} 5 \qquad 0101 \\ \underline{+6} \quad \underline{0110+} \\ 11 \qquad 1011 = -5 \text{ (en niet 11)} \end{array}$$

- Oplossing: extra bit(s) toevoegen:

$$\begin{array}{r} 5 \qquad 00101 \\ \underline{+6} \quad \underline{00110+} \\ 11 \qquad 01011 = 11 \end{array}$$

- Altijd voldoende bits kiezen!

- Wel vooraf afspreken!

Oefeningen:

- Zet om naar two's complement 8 bits getallen, tel op en controleer het antwoord:
- $29_{10} + 15_{10}$
- $-15_{10} + 9_{10}$
- $-25_{10} + -18_{10}$
- $105_{10} - 29_{10}$

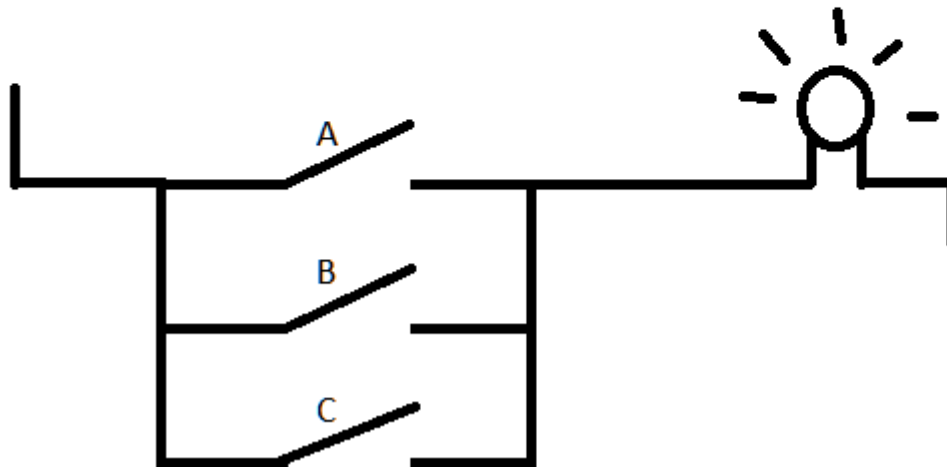
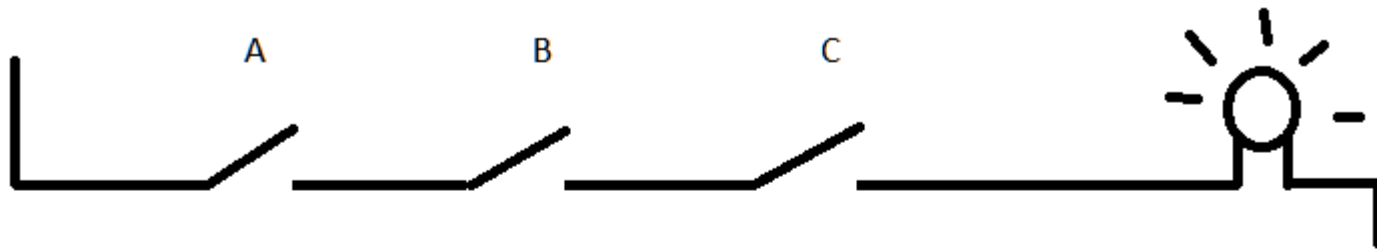
Antwoorden:

- Zet om naar two's complement 8 bits getallen, tel op en controleer het antwoord:
- $29_{10} + 15_{10} = 00011101_2 + 00001111_2 = 00101100_2 = 44_{10}$
- $-15_{10} + 9_{10} = 11110001_2 + 00001001_2 = 11111010_2 = -6_{10}$
- $-25_{10} + -18_{10} = 11100111_2 + 11101110_2 = 11010101_2 = -43_{10}$
- $105_{10} - 29_{10} = 01101001_2 + 11100011_2 = 01001100_2 = 76_{10}$



LOGISCHE POORTEN

AND versus OR. Welke is welke?

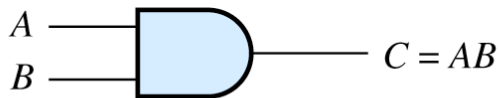


Logische poorten, waarheidstabellen en formules

AND

A	B	$C = AB$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

(a) Truth table



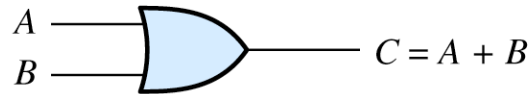
(b) Symbol for two-input AND gate

Figure 7.12 Two-input AND gate.

OR

A	B	$C = A + B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

(a) Truth table



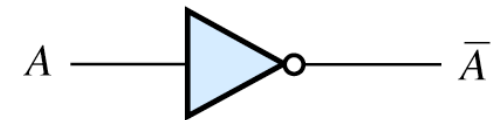
(b) Symbol for two-input OR gate

Figure 7.15 Two-input OR gate.

INV

A	$\bar{A}$
0	1
1	0

(a) Truth table

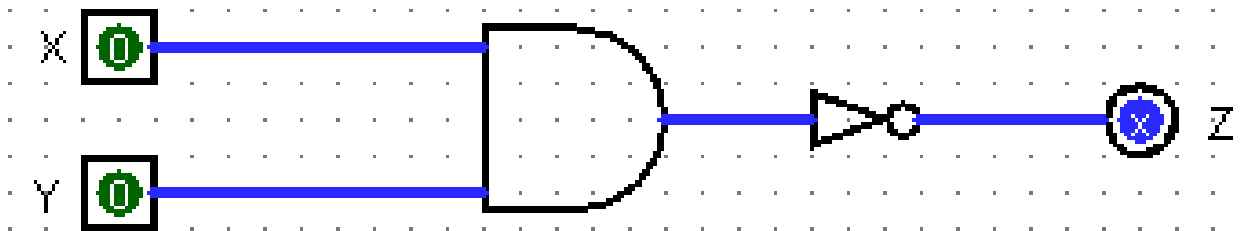


(b) Symbol for an inverter

Figure 7.14 Logical inverter.

Oefening:

Zet om naar tabel en formulevorm:

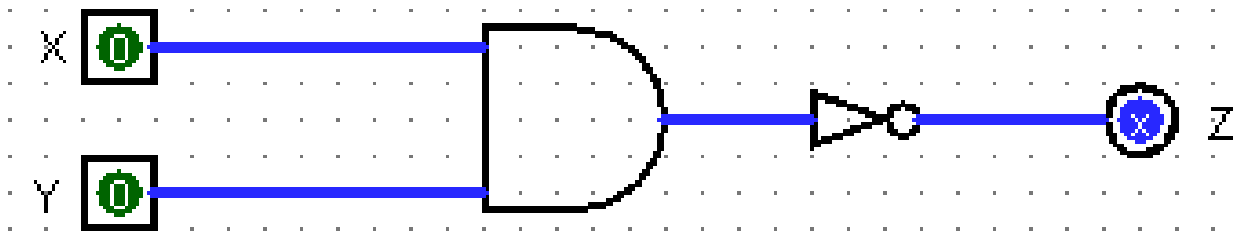


X	Y	Z

$Z =$

Oefening:

Zet om naar tabel en formulevorm:



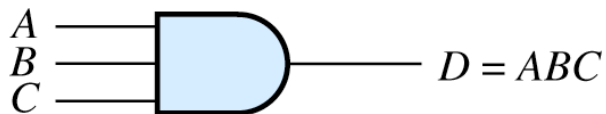
X	Y	Z
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$Z = \overline{XY}$$

Poorten met 3 ingangen

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	$D = ABC$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

(a) Truth table

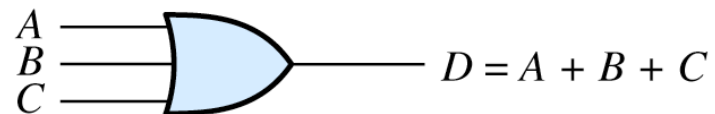


(b) Symbol for three-input AND gate

Figure 7.13 Three-input AND gate.

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	$D = A + B + C$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

(a) Truth table

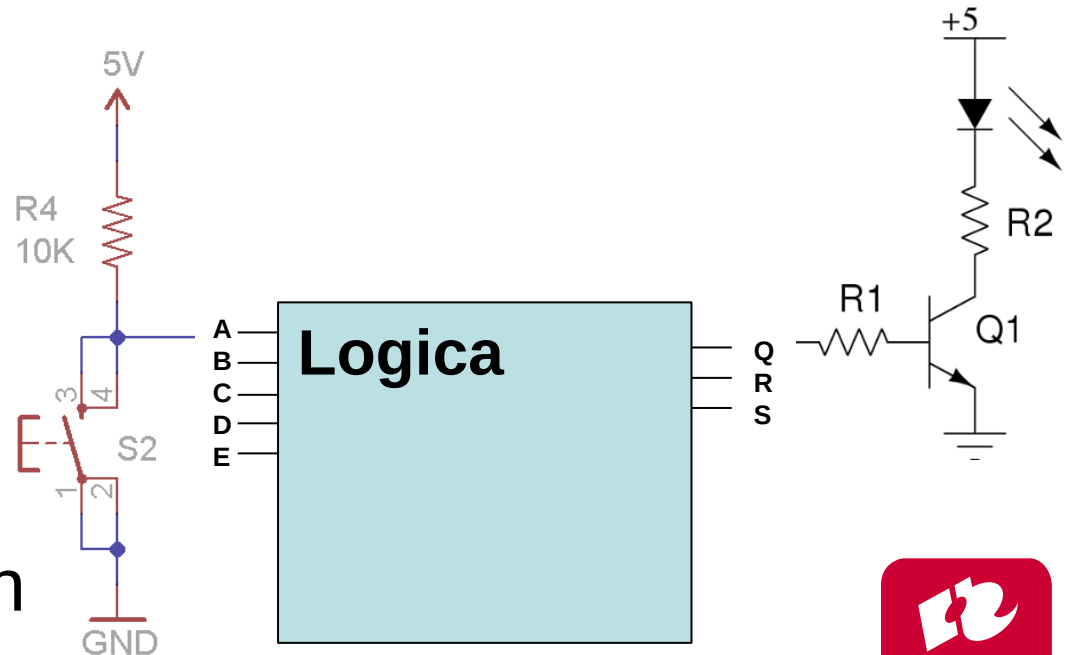


(b) Circuit symbol

Figure 7.16 Three-input OR gate.

Logische variabelen

- Weergegeven met een letter (A, B, C, D, ...)
- Stelt een binaire waarde voor (0 of 1)
- Ingangssignalen komen van sensoren of andere logica
- Uitgangssignalen sturen andere logica of actuatoren aan



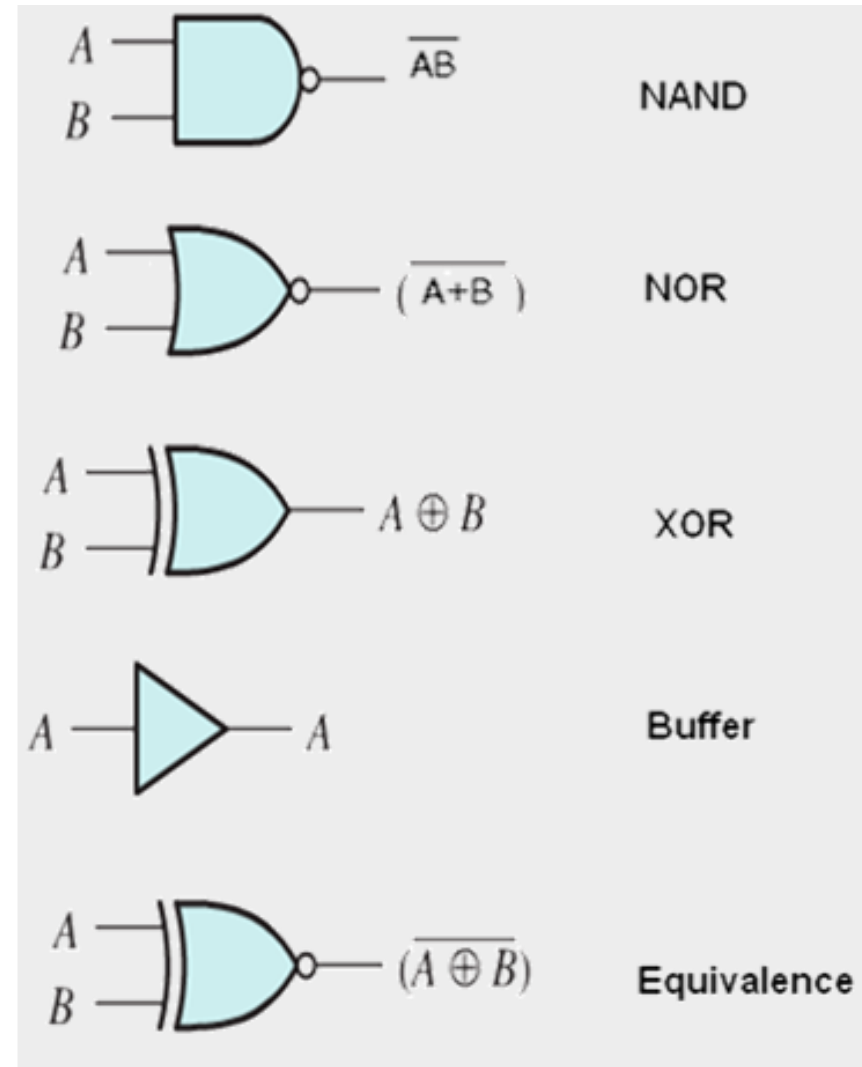
Praktisch voorbeeld

- Automatisch zonnesherm
- Sensoren
 - Z = Zon schijnt
 - W = het waait (te) hard
- Actuatoren
 - U = Uitklappen
- Wat is de 'formule' van U? Wanneer moet het zonnesherm uitgeklaapt worden

- $U = Z\overline{W}$

Overige poorten

- **NAND (Not AND)**
- **NOR (Not OR)**
- **XOR (Exclusive OR)**
 - Zijn inputs ongelijk aan elkaar?
- **Buffer**
 - Uit = In: Bijvoorbeeld om grote stromen te realiseren
- **Equivalence**
 - Zijn inputs gelijk?

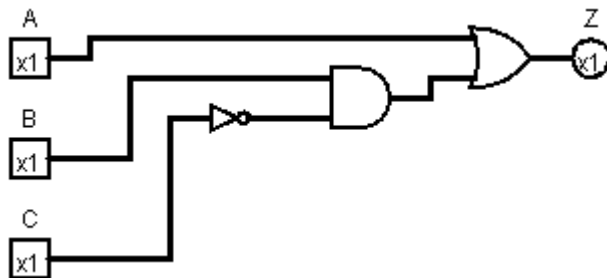




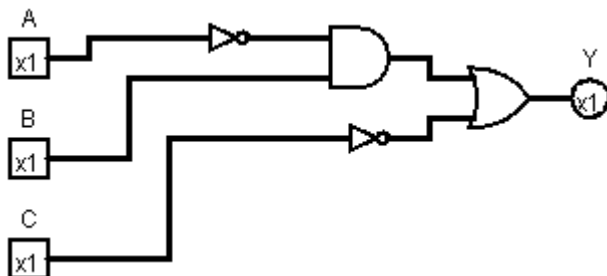
SCHAKELINGEN EN FORMULES

Oefening

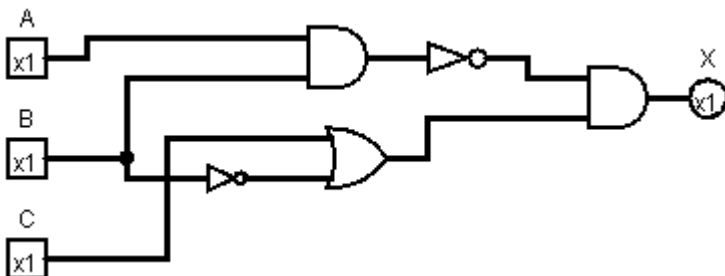
- Schrijf bij de volgende schakelingen de formule:



- $Z = A + B\bar{C}$



- $Y = \bar{A}B + \bar{C}$



- $X = \bar{A}B(\bar{B} + C)$

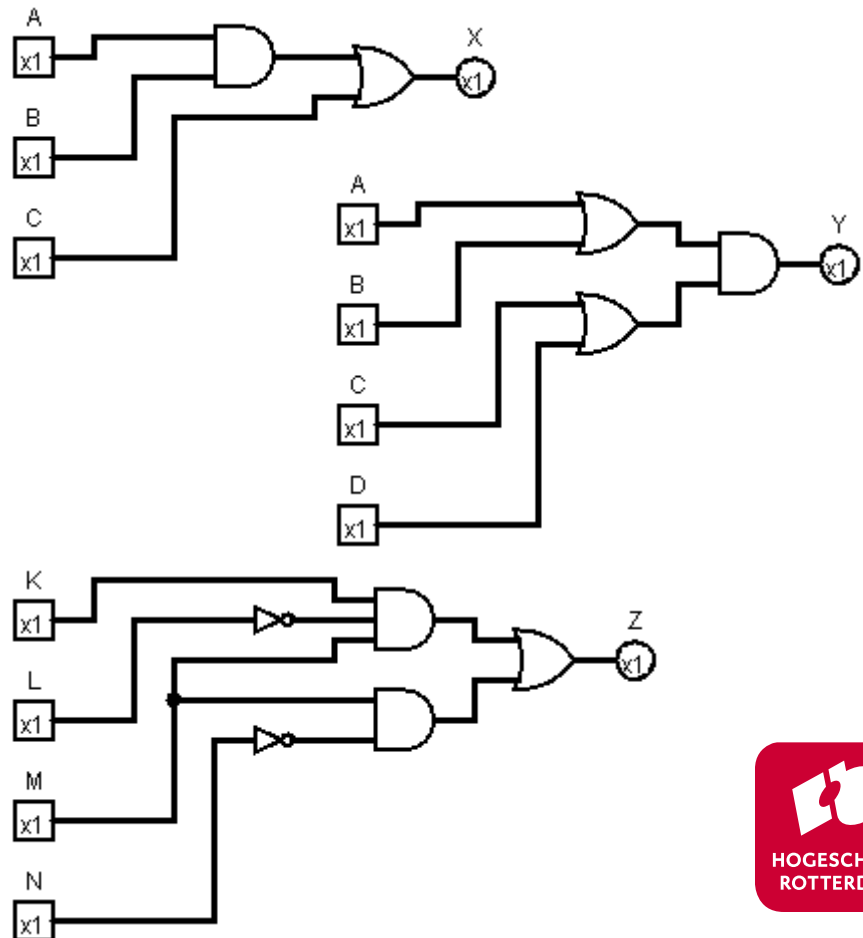
Oefening

- Teken de schakeling bij de volgende formules:

- $X = AB + C$

- $Y = (A + B)(C + D)$

- $Z = K\bar{L}M + M\bar{N}$



3 Stappen om een schakeling te ontwerpen

1. Vertalen van de eisen van het systeem naar een waarheidstabel
 - Bepaal eerst de ingangen en uitgangen
2. Omzetten van de waarheidstabel naar formule(s) → volgende week
3. Formules minimaliseren → volgende week
4. Omzetten van de geminimaliseerde formule(s) naar een schakeling

Eisen omzetten naar een waarheidstabel

1. Bepaal de ingangen en uitgangen en geef ze een naam

- Ingangen links
- Uitgangen rechts

2. Stel waarheidstabel op met alle bekende voorwaarden

- Alle andere mogelijkheden zijn “don’t cares” (X)
- De uitgangen mogen hier 1 of 0 worden, ‘don’t care’
- Dit zijn situaties die logischerwijs niet voorkomen of waar de uitgangswaarden er niet toe doen.

Oefening

- *“Een full-adder is een schakeling die de basis vormt van een opteller. De schakeling kan 3 bits bij elkaar optellen en geeft het resultaat aan de uitgangen. De ene uitgang heet ‘sum’ en de andere uitgang heet ‘carry’.” – Tentamen 2013*
- Stel de waarheidstabel op.
 - Hoe noem je de ingangen?
 - Wat zijn de uitgangen, wanneer zijn ze 1?

Oefening

- *“Een full-adder is een schakeling die de basis vormt van een opteller. De schakeling kan 3 bits bij elkaar optellen en geeft het resultaat aan de uitgangen. De ene uitgang heet ‘sum’ en de andere uitgang heet ‘carry’.” – Tentamen 2013*

b2	b1	b0	carry	sum

Oefening

- *“Een full-adder is een schakeling die de basis vormt van een opteller. De schakeling kan 3 bits bij elkaar optellen en geeft het resultaat aan de uitgangen. De ene uitgang heet ‘sum’ en de andere uitgang heet ‘carry’.” – Tentamen 2013*

b2	b1	b0	carry	sum
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

Oefening

“Gewenst is een schakeling die van twee bits (A,B), de binaire waarde met 1 verhoogt. Hierbij wordt 4 gelijk aan 0. Dus 0->1, 1->2, 2->3, 3->0”

- Geef de waarheidstabel

A	B	b1	b0
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	1
1	1	0	0

Oefening

- Er zijn drie (binaire) sensoren
 - Het regent R(egen)
 - Het waait (te hard) W(ind)
 - Het is (te) warm Z(on)
- Deze sturen twee actuatoren aan
 - Een (waterdichte) ventilator (om af te koelen) V(entilator)
 - Een uitklapbaar regenscherm/paraplu P(araplu)

- Geef de waarheidstabel

R	W	Z	V	P
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	1	1	0

Huiswerk en voorbereiding volgende week:

- Behandeld: Hambley § 7.1 t/m 7.3 m.u.v. “Boolean Algebra” en “De Morgan”.
- Huiswerkopgaven week 2 uit Hambley:
P7.9, P7.12, P7.16a+c, P7.19, P7.20, P7.21, P7.24
- Huiswerk: Logisim opdrachten week 2 (netwerkschijf)
- Lezen Hambley voor de volgende week:
§ 7.1 t/m 7.4

Huiswerk en voorbereiding volgende week:

- Behandeld: Hambley § 7.1 t/m 7.3 m.u.v. “Boolean Algebra” en “De Morgan”.
- Huiswerkopgaven week 2 uit Hambley:
P7.9, P7.12, P7.16a+c, P7.19, P7.20, P7.21, P7.24
- Huiswerk: Logisim opdrachten week 2 (netwerkschijf)
- Lezen Hambley voor de volgende week:
§ 7.1 t/m 7.4



overtref jezelf