



BASIS ELEKTROTECHNIEK 1 – WEEK 3

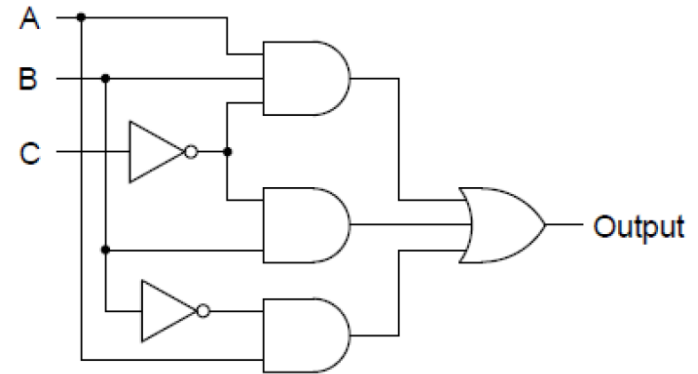
overtref jezelf



Oefening:

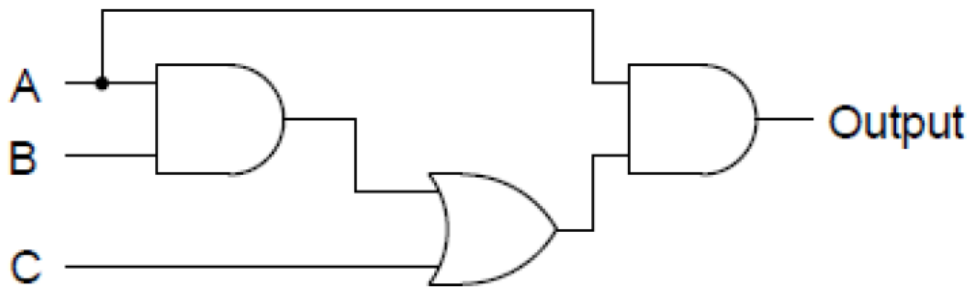
Geef de expressie van deze schakeling:

$$\text{Output} = AB\bar{C} + \bar{C}B + \bar{B}A$$



Teken de schakeling bij deze expressie:

$$\text{Output} = A(AB + C)$$



AGENDA

- ▶ Booleaanse Algebra (Schakelalgebra)
- ▶ Wetten van De Morgan
- ▶ Waarheidstabellen omzetten naar expressies met SOP en POS
- ▶ Enkele veelgebruikte digitale componenten in computers



BOOLEAANSE ALGEBRA

Minimalisatie

- **Probleemstelling**

- Poorten, componenten en interconnects/verbindingen zijn prijzig en nemen ruimte in beslag. Schakeling overschrijdt het budget of fysieke ruimte.

- **Doelstelling**

- Dezelfde functionaliteit behouden met zo min mogelijk poorten en/of componenten.

- **Middelen**

- Booleaanse algebra (Schakelalgebra)
- Karnaugh (week 4)

Booleaanse Algebra

- Stappen bij het ontwerpen van een schakeling:
 1. Vertaal eisen naar waarheidstabel
 2. Zet waarheidstabel om naar formule
 3. Formule minimaliseren m.b.v. booleaanse algebra
 4. Minimale formule omzetten naar schakeling
- Algebraïsche weergave logische poorten/operaties
 - AND AB (ook $A \times B$ of $A \cdot B$) spreek uit: A en B
 - OR $A + B$ spreek uit: A of B
 - INV $\bar{A}$ spreek uit: niet A
- Voor booleaanse expressies gelden rekenregels

Oefening:

Vereenvoudig:

- $A \cdot 0$
- $A \cdot 1$
- $A \cdot A$
- $A \cdot \overline{A}$
- $A + A$
- $A + 0$
- $A + \overline{A}$
- $A + 1$
- $\overline{\overline{A}}$

Oplossing:

- $A \cdot 0 = 0$
- $A \cdot 1 = A$
- $A \cdot A = A$
- $A \cdot \overline{A} = 0$
- $A + A = A$
- $A + 0 = A$
- $A + \overline{A} = 1$
- $A + 1 = 1$
- $\overline{\overline{A}} = A$

Rekenregels

- Distributief (binnen of buiten haken plaatsen):

$$A(B + C) = AB + AC$$

$$ABC + BD + B = B(AC + D + 1) = B1 = B$$

$$AB(\bar{A} + C) = AB\bar{A} + ABC = (?)$$

- Commutatief (volgorde veranderen):

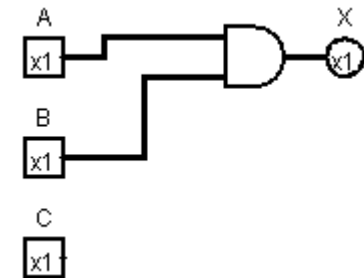
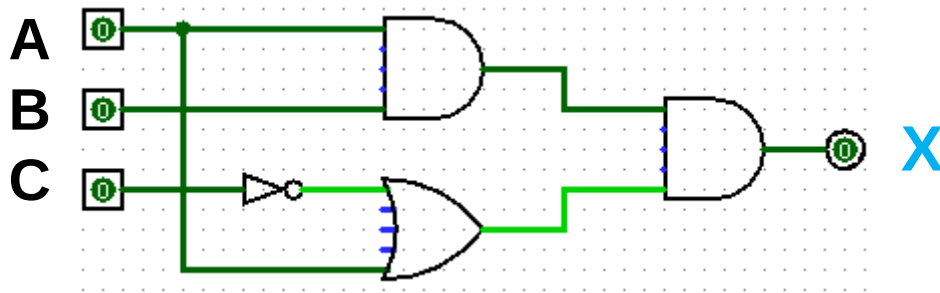
$$AB = BA$$

$$ADBC = ABCD$$

$$AB\bar{A} + ABC = A\bar{A}B + ABC = 0B + ABC = ABC$$

Oefening:

Geef de expressie, minimaliseer en teken de nieuwe schakeling:



Antwoord: $X = AB(A + \bar{C})$

$$X = ABA + AB\bar{C}$$

$$X = AAB + AB\bar{C} = AB + AB\bar{C}$$

$$X = AB(1 + \bar{C}) = AB1 = AB$$

Booleaanse Algebra – Tabel

- $A0 = 0$
- $A1 = A$
- $AA = A$
- $A\bar{A} = 0$
- $AB = BA$
- $A(BC) = (AB)C = ABC$
- $A(B + C) = AB + AC$
- $A + 0 = A$
- $A + 1 = 1$
- $A + A = A$
- $A + \bar{A} = 1$
- $A + B = B + A$
- $A + (B + C) = (A + B) + C = A + B + C$
- $A + AB = A$
- $A(A + B) = A$
- $A + \bar{A}B = A + B$
- $\bar{A} + AB = \bar{A} + B$
- $\bar{0} = 1$
- $\bar{1} = 0$
- $\bar{\bar{A}} = A$

Bewijzen

$$\overline{A} + AB =$$

$$\overline{A}(1 + B) + AB =$$

$1+B=1$

$$\overline{A} + \overline{A}B + AB =$$

$$\overline{A} + B(\overline{A} + A) =$$

$\overline{A}+A=1$

$$\overline{A} + B$$

$$\boxed{A + \overline{A}B = A + B}$$

$$A + \overline{A}B =$$

$$\underbrace{A1}_{=A} + \overline{A}B =$$

$$A(\underbrace{1+B}_{=1}) + \overline{A}B =$$

$$A + AB + \overline{A}B =$$

$$A + B(\underbrace{A + \overline{A}}_{=1}) =$$

$$A + B$$

Oefening:

Minimaliseer:

$$F = A\overline{B}C + ABC + C\overline{D} + CE$$

Antwoord:

$$F = AC(\overline{B} + B) + C\overline{D} + CE$$

$$= AC1 + C\overline{D} + CE$$

$$= AC + C\overline{D} + CE$$

$$= C(A + \overline{D} + E)$$

Oefening:

Minimaliseer:

- $\overline{DF} + \overline{DF}C =$
- $1 + G =$
- $EF(EF) =$
- $LN\overline{M} + \overline{M}L =$
- $A\overline{G}\overline{F}\overline{C} + \overline{F}\overline{C}\overline{G} =$
- $ABC + CAB =$
- $\overline{DE}(R + 1) =$
- $A + T + \overline{W} + \overline{A} + X =$

Antwoorden:

Minimaliseer:

- $\overline{DF} + \overline{DF}C = \overline{DF}$
- $1 + G = 1$
- $EF(EF) = EF$
- $LN M + M L = L M$
- $A\overline{G}\overline{F}\overline{C} + \overline{F}\overline{C}\overline{G} = \overline{F}\overline{C}\overline{G}$
- $ABC + CAB = ABC$
- $\overline{DE}(R + 1) = \overline{DE}$
- $A + T + \overline{W} + \overline{A} + X = 1$



WETTEN VAN DE MORGAN

Wetten van De Morgan

- $A + B = \overline{\overline{A} \overline{B}}$
- $AB = \overline{\overline{A} + \overline{B}}$
- Dubbele negatie kun je weglaten, want $\overline{\overline{A}} = A$
en dus ook $A + B = \overline{\overline{\overline{A} + \overline{B}}}$
- Maar let op: $\overline{A} \overline{B} \neq \overline{AB}$

Wetten van De Morgan toepassen

1. Kies een (deel)expressie
 2. Inverteer de ingangen
 3. Vervang AND door OR en OR door AND
 4. Inverteer het geheel
- Voorbeelden:

$$\overline{\overline{A + B}} = \overline{\overline{AB}}$$

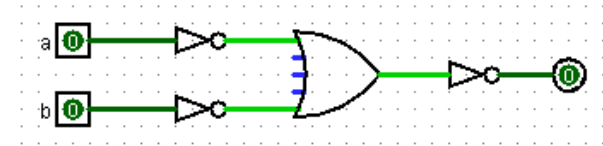
$$\overline{\overline{A + B}} = \overline{\overline{AB}}$$

$$\overline{\overline{A + B}} = \overline{\overline{AB}}$$

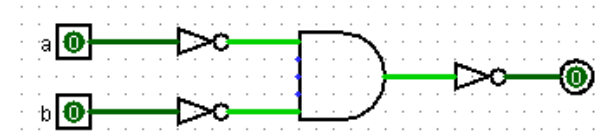
$$\overline{ABC} = \overline{\overline{\overline{A + B + C}}} = \overline{\overline{\overline{A + B + C}}}$$

$$A + B + \overline{C} = \overline{\overline{ABC}} = \overline{\overline{ABC}}$$

$$\overline{\overline{A + B}} = \overline{\overline{AB}}$$



$$\overline{\overline{AB}} = \overline{\overline{A + B}}$$



Wetten van De Morgan

- Door de wetten van De Morgan toe te passen kunnen we elke schakeling maken door alleen gebruik te maken van NAND poorten, óf alleen gebruik te maken van NOR poorten.
- Oefening:
 - Maak een inverter met enkel NAND poorten
 - Maak een OR poort met enkel NAND poorten
 - Maak een AND poort met enkel NAND poorten

Oefening:

Vereenvoudig onderstaande expressies zodanig dat er geen negatiestrepen boven meerdere variabelen tegelijk staan:

- $\overline{\overline{AB} + \overline{AC}} =$

- $\overline{\overline{XY\overline{ZY}}} =$

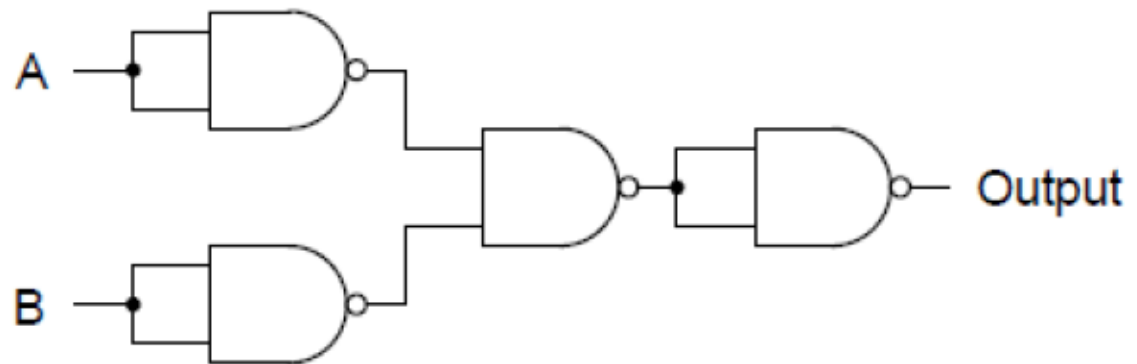
Antwoorden:

Vereenvoudig onderstaande expressies zodanig dat er geen negatiestrepen boven meerdere variabelen tegelijk staan:

- $\overline{\overline{AB} + \overline{AC}} = (AB)(AC) = ABAC = ABC$
- $\overline{\overline{XY\bar{Z}Y}} = XY\bar{Z} + \bar{Y} = X\bar{Z} + \bar{Y}$

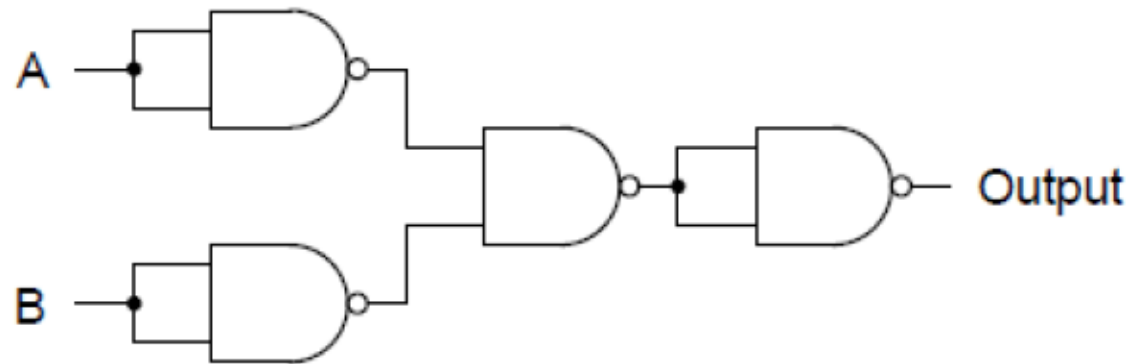
Oefening:

Vereenvoudig met algebra en teken de nieuwe schakeling:

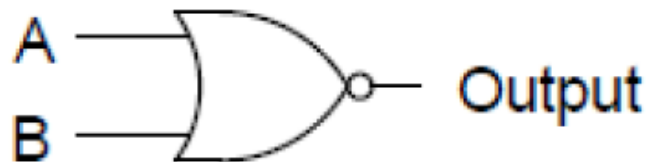


Antwoord:

Vereenvoudig met algebra en teken de nieuwe schakeling:



$$\overline{\overline{A} \overline{B}} = \overline{A + B}$$





WAARHEIDSTABELLEN OMZETTEN NAAR EXPRESSIES

Sum of Products (SOP)

- Van waarheidstabel naar functie/expressie
- SOP (Sum of products)
 - Neem de waarheidstabel
 - Kijk bij welke situaties de uitgang 1 (waar) is
 - Bepaal de conditie a.d.h.v. het logisch product
 - Min-termen

Waarheidstabel naar expressie: Sum of Products

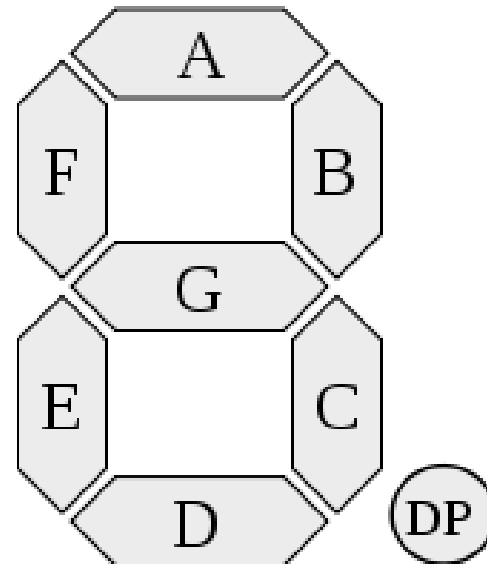
A	B	C	Out
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

- $Out = \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + AB\bar{C}$
- $Out = \Sigma m(2,4,6)$
- Out = 1 wanneer één van de mintermen waar is.

Oefening SOP: 7-segment display driver

- Ingang 3 bits (XYZ) $\rightarrow$ 0-7 Alfnumeriek
- Maak de waarheidstabel af en schrijf een expressie voor elk segment m.b.v. SOP.

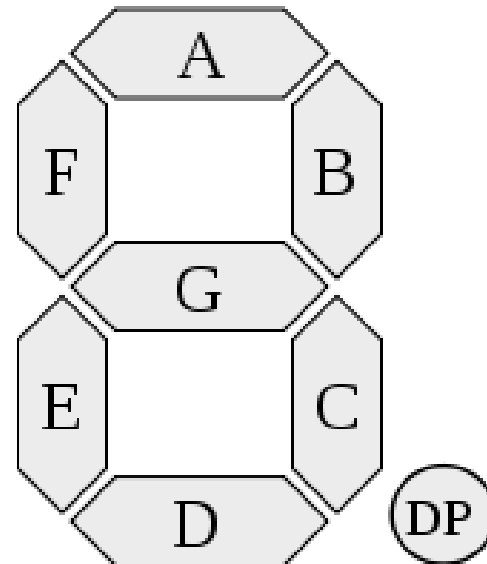
#	X	Y	Z		A	B	C	D	E	F	G
0	0	0	0		1						
1	0	0	1		0						
2	0	1	0		1						
3	0	1	1		1						
4	1	0	0		0						
5	1	0	1		1						
6	1	1	0		1						
7	1	1	1		1						



Oefening SOP: 7-segment display driver

- Ingang 3 bits (XYZ) $\rightarrow$ 0-7 Alfnumeriek
- Maak de waarheidstabel af en schrijf een expressie voor elk segment m.b.v. SOP.

#	X	Y	Z		A	B	C	D	E	F	G
0	0	0	0		1	1	1	1	1	1	0
1	0	0	1		0	1	1	0	0	0	0
2	0	1	0		1	1	0	1	1	0	1
3	0	1	1		1	1	1	1	0	0	1
4	1	0	0		0	1	1	0	0	1	1
5	1	0	1		1	0	1	1	0	1	1
6	1	1	0		1	0	1	1	1	1	1
7	1	1	1		1	1	1	0	0	0	0





DIGITALE LOGICA: ENKELE BASISCOMPONENTEN VAN COMPUTERS

Enkele Basiscomponenten van Computers

- **Bussen**
 - Bundel van meerdere signaallijnen
- **Multiplexers**
 - Selecteren tussen verschillende signalen
- **Adders**
 - Optellen van binaire getallen
 - Half-Adder: Optellen van 2 bits
 - Full-Adder: Optellen van 3 bits

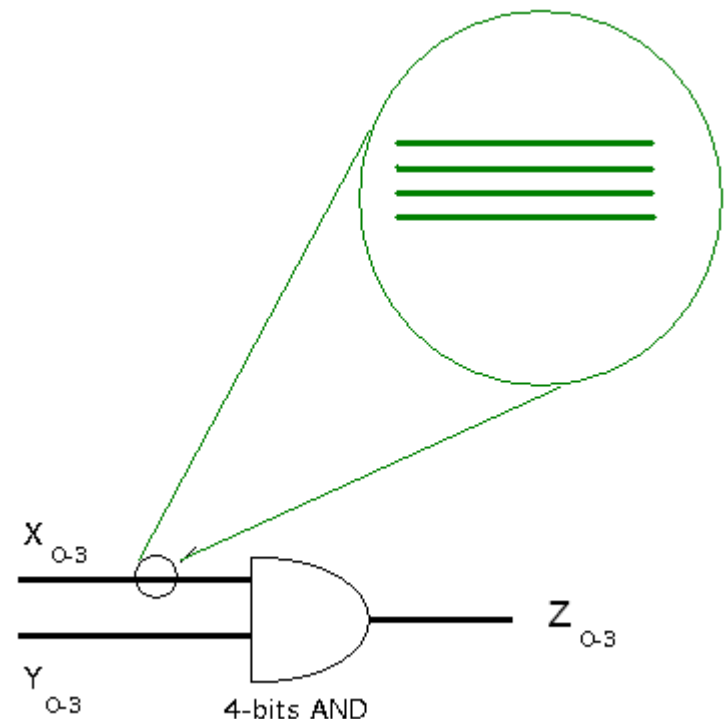
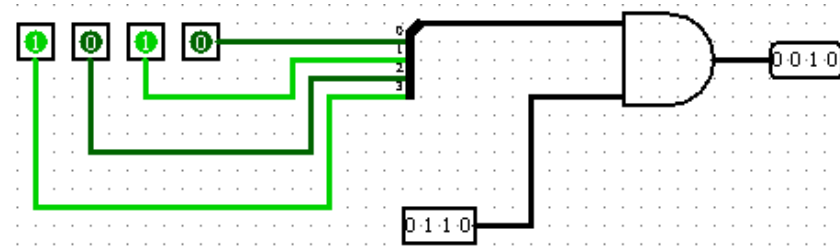
Bussen

- Hoe bouwen we een 4-bits AND?

$$\begin{array}{r} 1011 \\ 1101 \text{ \& } \\ \hline 1001 \end{array}$$

Per kolom een AND poort

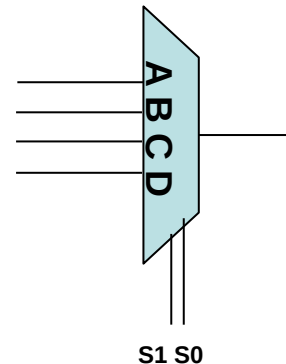
- Voor elk paar $(X_0, Y_0; \dots; X_1, Y_1)$ een AND poort
- In plaats van losse 1-bits signalen tekenen we bussen van 4-bits 'breed' (Parallel)



Multiplexer

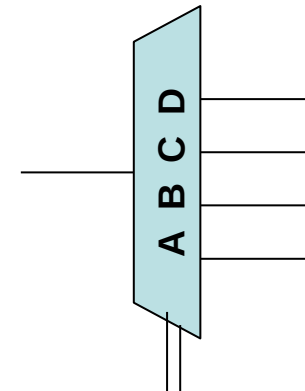
- Multiplexer:

- Meerdere inputs
- 1 daarvan doorverbinden aan de output
- Select bit(s)
- Deze ga je ontwerpen en bouwen tijdens het practicum



- De-multiplexer:

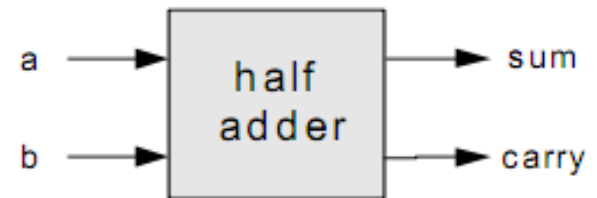
- 1 Ingangssignaal schakelen tussen meerdere uitgangssignalen



Adders

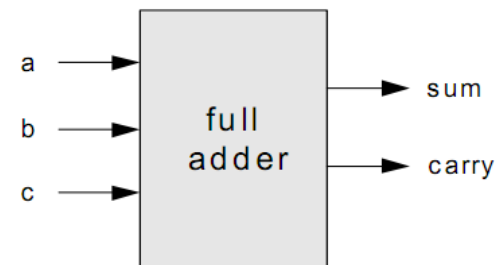
- Half-Adder

a	b	carry	sum
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0



- Full-Adder

a	b	c	carry	sum
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1



Huiswerk en voorbereiding volgende week:

- Behandeld: Hambley § 7.1 t/m 7.4
- Huiswerkopgaven week 3 uit Hambley:
P7.23, P7.25, P7.26, P7.29, P7.31, P7.32, P7.33, P7.34,
P7.35, P7.40, P7.42, P7.47
- Huiswerk: Logisim opdrachten week 3 (netwerkschijf)
- Lezen Hambley voor de volgende week:
§ 7.1 t/m 7.5



overtref jezelf