



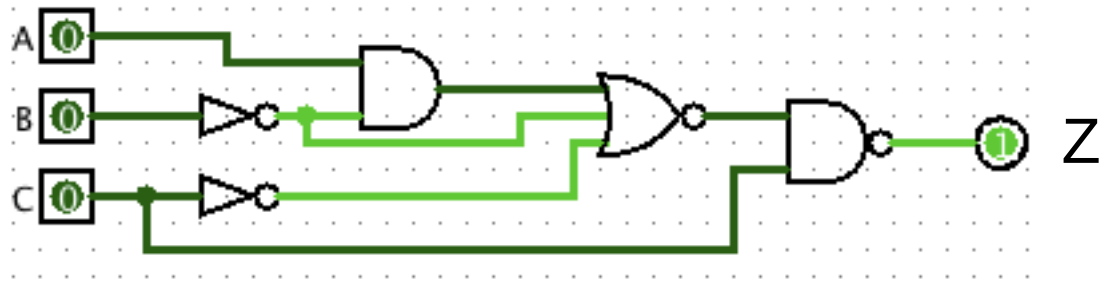
BASIS ELEKTROTECHNIEK 1 – WEEK 4

overtref jezelf



Oefening:

- Geef de expressie voor deze schakeling en minimaliseer met algebra en de wetten van De Morgan



A	B	C	$\overline{B}$	$\overline{C}$	$A\overline{B}$	$A\overline{B} + \overline{B} + \overline{C}$	$\overline{(A\overline{B} + \overline{B} + \overline{C})C}$
0	0	0	1	1	0	0	1
0	0	1	1	0	0	0	1
0	1	0	0	1	0	0	1
0	1	1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	1	1	0	1
1	0	1	1	0	1	0	1
1	1	0	0	1	0	0	1
1	1	1	0	0	0	1	0

$$Z = \overline{(A\overline{B} + \overline{B} + \overline{C})C}$$

Uitwerking:

$$\begin{aligned} Z &= \overline{\overline{(A\bar{B} + \bar{B} + \bar{C})}C} = (A\bar{B} + \bar{B} + \bar{C}) + \bar{C} \\ &= A\bar{B} + \bar{B} + \bar{C} + \bar{C} = A\bar{B} + \bar{B} + \bar{C} \\ &= \bar{B}(A + 1) + \bar{C} = \bar{B} + \bar{C} = \overline{BC} \end{aligned}$$

Oefening (zelfde waarheidtabel):

A	B	C	Z
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

Stel een formule op m.b.v. SOP en vereenvoudig:

$$\text{Antwoord: } \sum m(0,1,2,4,5,6) = \bar{A} \bar{B} \bar{C} + \bar{A} \bar{B} C + \bar{A} B \bar{C} + A \bar{B} \bar{C} + A \bar{B} C + A B \bar{C}$$

$$\begin{aligned} & \underbrace{\bar{A} \bar{B} \bar{C} + \bar{A} \bar{B} C}_{\bar{A} \bar{B} (\bar{C} + C)} + \underbrace{\bar{A} B \bar{C} + A B \bar{C}}_{B \bar{C} (\bar{A} + A)} \\ & + \underbrace{A \bar{B} \bar{C} + A \bar{B} C}_{A \bar{B} (\bar{C} + C)} = \underbrace{\bar{A} \bar{B} + A \bar{B}}_{\bar{B} (\bar{A} + A)} + B \bar{C} \\ & = \bar{B} + B \bar{C} = \bar{B} + \bar{C} \left(\underbrace{= \bar{B} \bar{C}}_{\text{De Morgan}} \right) \end{aligned}$$

Samenvatting tot zover:

- Rekenen in verschillende talstelsels
 - Negatieve getallen
- Vormen van digitale logica
 - Schematisch (schakeling)
 - Waarheidstabel
 - Algebraïsch (expressie)
- Synthetiseren (waarheidstabel -> formulevorm)
 - Via Sum of Products (SOP)
- Minimaliseren en omschrijven
 - Via booleaanse algebra + De Morgan
 - Via 'karnaugh maps' (deze week)

AGENDA

- ▶ Minimaliseren met Karnaugh
- ▶ Informatie over de proeftoets
- ▶ Vragen over huiswerkopgaven



KARNAUGH

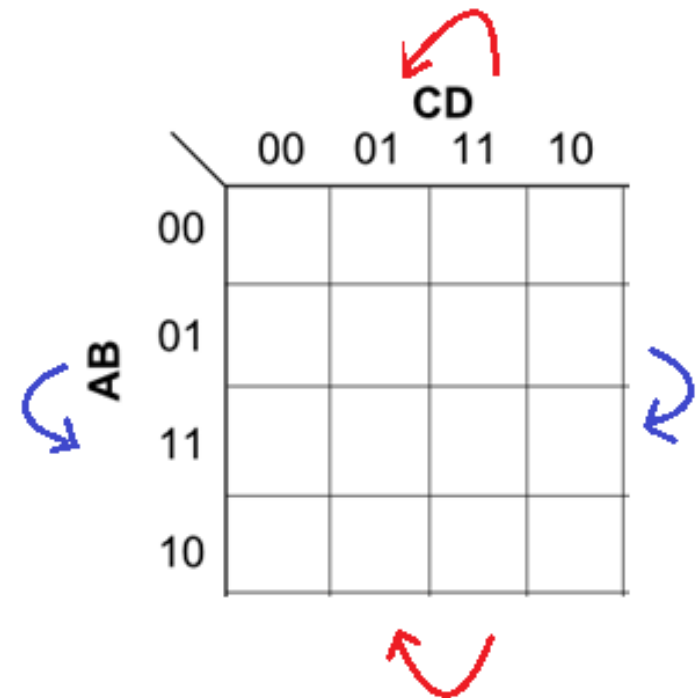
Minimaliseren met Karnaugh

- **Waarom?**

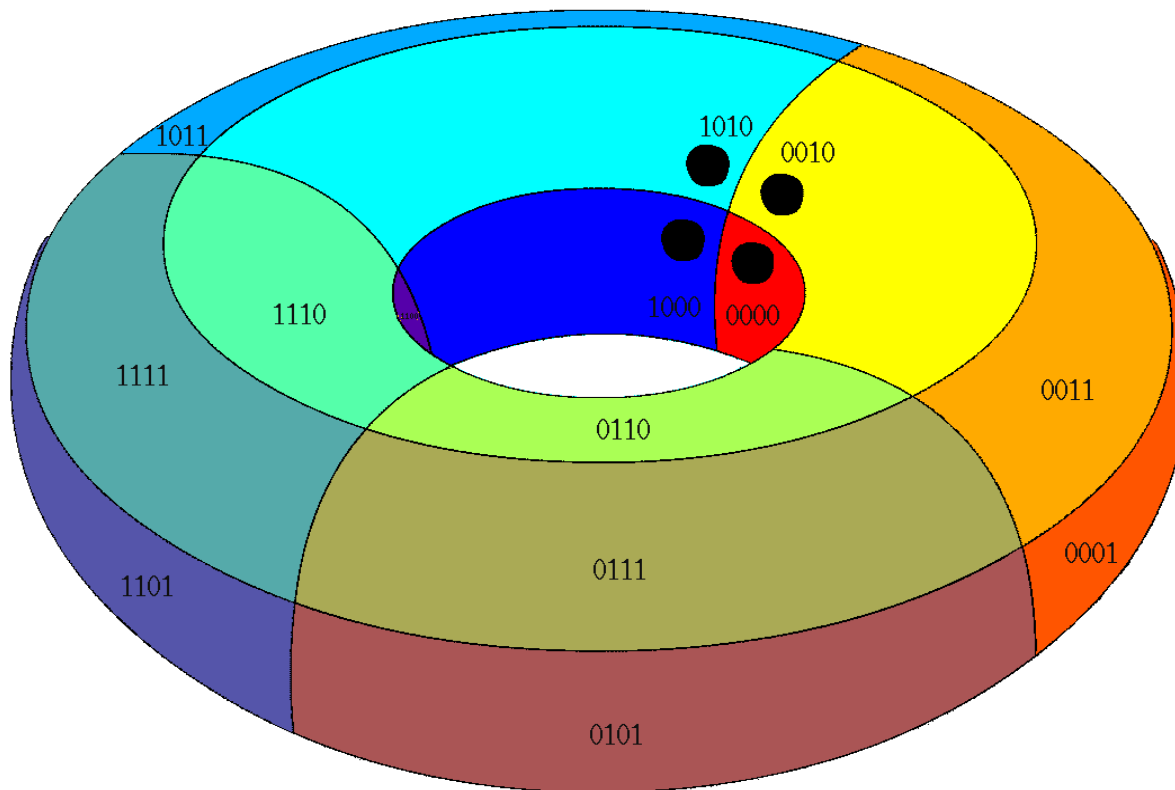
- Makkelijker minimaliseren!

- **Wat?**

- Maurice Karnaugh (1953)
 - Patroonherkenning mensen
 - Kleine veranderingen staan bij elkaar
 - Gray Code
 - Bruikbaar tot 4 variabelen
 - Bij meer variabelen zijn andere methoden handiger zoals "Quine-McCuskey" of de computer...
 - Geeft de minimale SOP expressie
 - Dus zonder haakjes of negatiestrepen boven meerdere variabelen (!)



De "donut"



● 0000	0100	1100	● 1000
0001	0101	1101	1001
0011	0111	1111	1011
● 0010	0110	1110	● 1010

"Karnaugh6" by Jochen Burghardt - Own work. Licensed under CC BY-SA 3.0 via Commons
<https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Karnaugh6.gif#/media/File:Karnaugh6.gif>

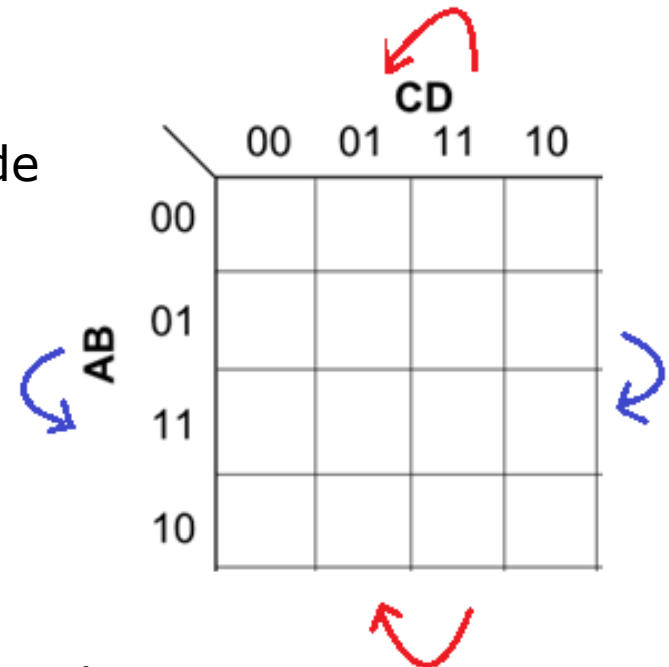
Minimaliseren met Karnaugh

- Hoe?

1. Zet mintermen op het diagram op de 'juiste' positie
Juist -> Zelfde ingangssituatie
2. Groepeer de mintermen
3. Vertaal groepen naar algebra

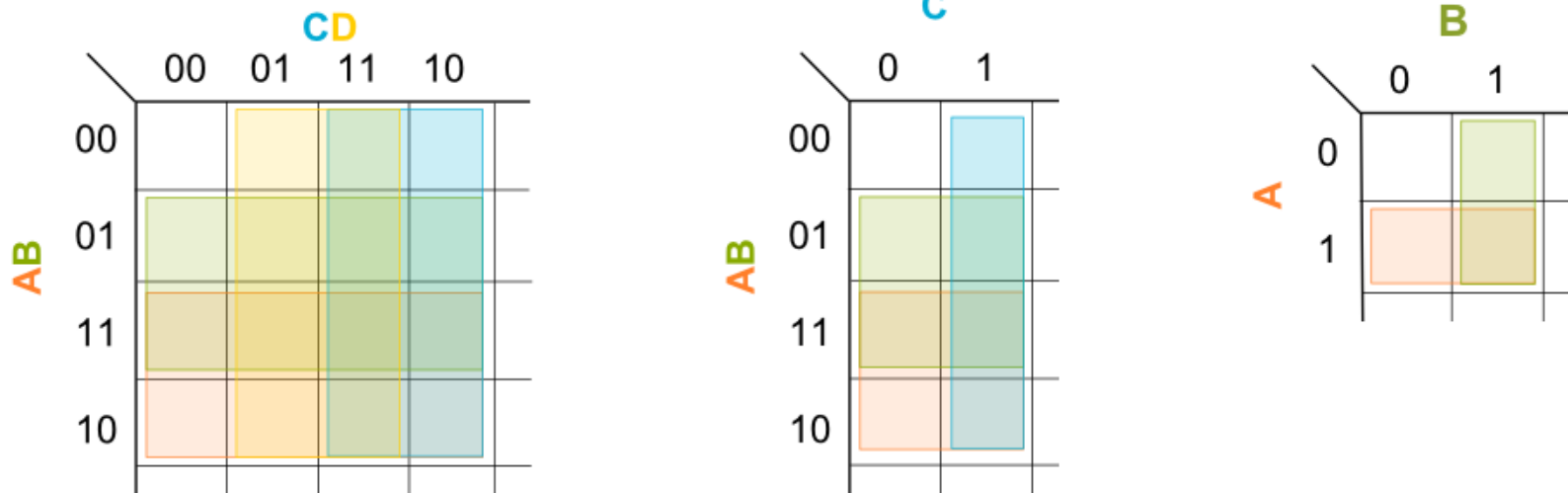
- Stap 2: Groeperen
(gezien vanuit donut)

- Maak rechthoekige groepen gevuld met 1'en
- Alleen groepen van 1,2,4,8,16
- Maak zo min mogelijk groepen die zo groot mogelijk zijn
- Groepen mogen overlappen



Karnaugh diagrammen

- Vorm verandert met de hoeveelheid variabelen

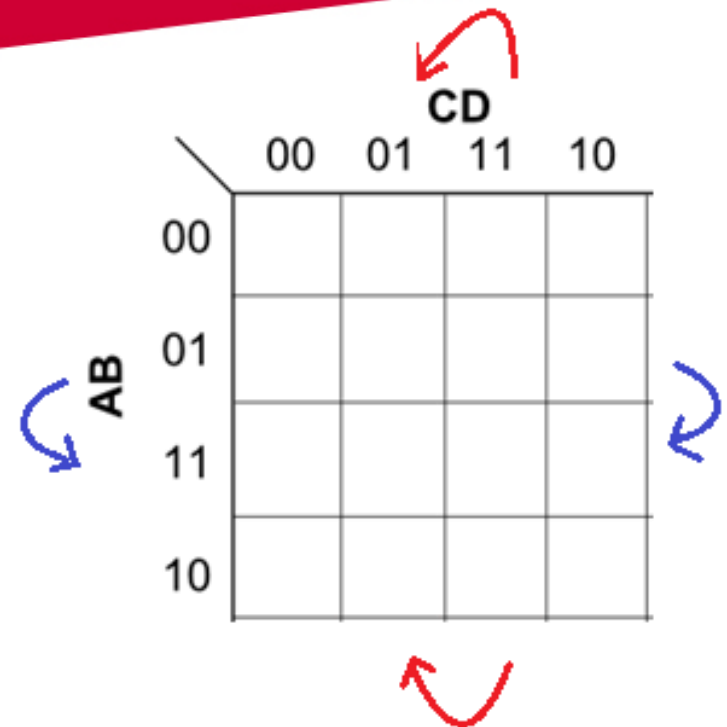


- **Stap 3: Vertalen naar algebra**
 - Voor elke groep; Welke ingang (variabele) heeft een vaste waarde?
 - In dit voorbeeld: Gekleurd vlak is waar de variabele waar is

Voorbeeld:

- **Stappenplan:**

1. Zet mintermen op het diagram op de 'juiste' positie
Juist -> Zelfde ingangssituatie
2. Groepeer de mintermen
3. Vertaal groepen naar algebra



- $F = \sum m(0,4,8,9)$

- $$F = \underbrace{\overline{A} \overline{B} \overline{C} \overline{D}}_{0000_2=0_{10}} + \underbrace{\overline{A} B \overline{C} \overline{D}}_{0100_2=4_{10}} + \underbrace{A \overline{B} \overline{C} \overline{D}}_{1000_2=8_{10}} + \underbrace{A \overline{B} \overline{C} D}_{1001_2=9_{10}}$$

- $$F = \overline{A} \overline{C} \overline{D} + A \overline{B} \overline{C}$$

Oefening:

- Minimaliseer m.b.v. Karnaugh:
- $F = \sum m(0,2,4,5,6,7,13,15)$

	CD			
	00	01	11	10
AB				
00				
01				
11				
10				

Antwoord:

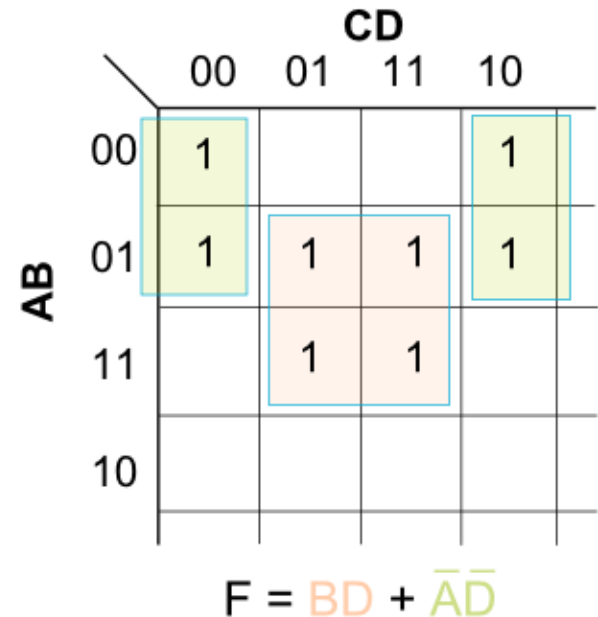
- Minimaliseer m.b.v. Karnaugh:

- $$F = \sum m(0,2,4,5,6,7,13,15)$$

- $$F = \underbrace{\overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D}}_{0000_2=0_{10}} + \underbrace{\overline{A}\overline{B}C\overline{D}}_{0010_2=2_{10}} + \underbrace{\overline{A}B\overline{C}\overline{D}}_{0100_2=4_{10}} + \underbrace{\overline{A}B\overline{C}D}_{0101_2=5_{10}} +$$

$$\underbrace{\overline{A}BC\overline{D}}_{0110_2=6_{10}} + \underbrace{\overline{A}BCD}_{0111_2=7_{10}} + \underbrace{AB\overline{C}\overline{D}}_{1101_2=13_{10}} + \underbrace{ABCD}_{1111_2=15_{10}}$$

- Invullen
- Groepen maken
- Expressie opstellen
 - $$F = BD + \overline{A}\overline{D}$$



Oefening:

- Minimaliseer m.b.v. Karnaugh:
- $F(A, B, C, D) = \sum m(0, 2, 4, 6, 7, 8, 10, 12, 14, 15)$
- $G(A, B, C, D) = \sum m(0, 2, 3, 6, 7, 8, 10)$

Antwoord:

- Minimaliseer m.b.v. Karnaugh:

- $F(A, B, C, D) = \sum m(0, 2, 4, 6, 7, 8, 10, 12, 14, 15)$

- $F = CB + \bar{D}$

- $G(A, B, C, D) = \sum m(0, 2, 3, 6, 7, 8, 10)$

- $G = C\bar{A} + \bar{B}\bar{D}$

	CD			
	00	01	11	10
AB	00	1		1
	01	1	1	1
	11	1	1	1
	10	1		1

	CD			
	00	01	11	10
AB	00		1	1
	01		1	1
	11			
	10	1		1



PROEFTOETS

Proeftoets

- **Wanneer:**
 - Les 1 van week 1.5 (volgende week)
- **Vragen over:**
 - Talstelsels
 - Logische poorten
 - Waarheidstabellen
 - Eisen omzetten naar waarheidstabel (SOP)
 - Booleaanse Algebra en De Morgan
 - Karnaugh
- **Bespreken**
 - Tijdens de tweede theorieles in week 5
- **Goed voorbereiden**
 - Dan weet je hoe je er voor staat op dit moment

Oefening:

Minimaliseer m.b.v. Karnaugh:

1. $F(A, B, C, D) = \sum m(1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15)$

2. $G(A, B, C, D) = \sum m(0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)$

3. $H(A, B, C, D) = \sum m(0, 2, 8, 15)$

4. $K(A, B, C, D) = \sum m(0, 1, 3, 4, 5, 7, 11, 12, 13, 14, 15)$

Antwoorden:

		C, D			
		00	01	11	10
A, B	00	0	1	1	0
	01	0	1	1	0
	11	0	1	1	0
	10	0	1	1	0

		C, D			
		00	01	11	10
A, B	00	1	0	0	1
	01	0	0	0	0
	11	0	0	1	0
	10	1	0	0	0

Minimaliseer m.b.v. Karnaugh:

$$1. F(A, B, C, D) = \sum m(1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15) \\ = D$$

$$2. G(A, B, C, D) = \sum m(0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7) \\ = \bar{A}$$

$$3. H(A, B, C, D) = \sum m(0, 2, 8, 15) \\ = \bar{A} \bar{B} \bar{D} + \bar{B} \bar{C} \bar{D} + ABCD$$

$$4. K(A, B, C, D) = \sum m(0, 1, 3, 4, 5, 7, 11, 12, 13, 14, 15) \\ = \bar{A} \bar{C} + CD + AB$$

		C, D			
		00	01	11	10
A, B	00	1	1	1	0
	01	1	1	1	0
	11	1	1	1	1
	10	0	0	1	0

		C, D			
		00	01	11	10
A, B	00	1	1	1	1
	01	1	1	1	1
	11	0	0	0	0
	10	0	0	0	0

Karnaugh en “don’t cares”

- Als een uitgangssituatie niet kan voorkomen, of wanneer het resultaat niet uitmaakt kunnen we in de waarheidstabel een “don’t care” (x) opnemen.
 - Voordelen voor het minimaliseren, want de uitkomst doet er niet toe.
 - Bij het groeperen in Karnaugh mag je “don’t cares” meenemen in de groepen, maar het hoeft niet!

- Voorbeeld:

		C, D			
		00	01	11	10
A, B	00	1	1	1	1
	01	0	0	1	x
	11	0	0	x	0
	10	x	1	0	x

$\bar{B}\bar{C} + \bar{A}C$

Oefening:

- Maak de groepen en stel de minimale SOP expressie op:

				C		
A	1	x	0	1	B	
	0	x	0	x		
	x	1	1	1		
	x	x	0	1		
				D		

				C		
A	0	1	x	0	B	
	x	0	0	x		
	1	0	x	1		
	x	x	1	0		
				D		

- Antwoord:
 $\overline{B} \overline{D} + AB$

$$\overline{B}D + B\overline{D}$$



VRAGEN OVER HUISWERKOPGAVEN

Huiswerk en voorbereiding volgende week:

- Behandeld: Hambley § 7.1 t/m 7.5
- Huiswerkopgaven week 2 uit Hambley:
P7.48ab, P7.49, P7.52, P7.53, P7.54, P7.55, P7.58,
P7.61, P7.62, P7.64, P7.67
- Huiswerk: Logisim opdrachten week 4 (Wiki)
- Lezen Hambley voor week 6: Hoofdstuk 7 (geheel)



overtref jezelf

Oefening (zelfde waarheidtabel):

A	B	C	Z
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

- Stel een formule op m.b.v. POS en vereenvoudig:
- POS: $\prod M(3,7) = (A + \bar{B} + \bar{C})(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}) =$
 $A\bar{A} + A\bar{B} + A\bar{C} + \bar{B}\bar{A} + \bar{B}\bar{B} + \bar{B}\bar{C} + \bar{C}\bar{A} + \bar{C}\bar{B} + \bar{C}\bar{C}$
 $= 0 + \underbrace{A\bar{B} + \bar{B}\bar{A}}_{\bar{B}(A+\bar{A})} + \underbrace{A\bar{C} + \bar{C}\bar{A}}_{\bar{C}(A+\bar{A})} + \underbrace{\bar{C}\bar{B} + \bar{C}\bar{C}}_{\bar{C}(\bar{B}+1)} = \bar{B} + \bar{C} = \overline{BC}$
- Of met De Morgan: $(A + \bar{B} + \bar{C})(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}) =$
 $\overline{\bar{A}BC + ABC} = \overline{(\bar{A} + A)BC} = \overline{BC} = \bar{B} + \bar{C}$
- Conclusie: Algebra, SOP en POS zijn uiteindelijk gelijk aan elkaar!