

Uitwerking gemaakt door E. van de Logt, april 2020. Opmerkingen en correcties: logeh@hr.nl.

Dit document omvat de uitwerkingen van de volgende opgaven van hoofdstuk 13:

Tabel 1: H13 Operational Amplifiers

Paragraaf	Titel	Opgaven
13.1	Ideal Operational Amplifiers	P13.1 t/m P13.5
13.2	Inverting Amplifiers	P13.6 t/m P13.16
13.3	Noninverting Amplifiers	P13.17 t/m P13.34

Errata 1: Opgave P13.11: in figuur P13.11 zijn de + en - ingang verwisseld van de opamp. Ga uit van negatieve feedback bij deze opgave.

Chapter 13 Operational Amplifiers

13.1 Ideal Operational Amplifiers

P13.1 Een ideale opamp heeft de volgende eigenschappen

- De ingangsimpedantie is oneindig
- De versterking voor een verschilspanning is oneindig groot
- De versterking voor een somspanning is nul
- De uitgangsimpedantie is nul
- De bandbreedte is oneindig groot

P13.2 Een standaard opamp heeft de volgende aansluitingen

- + ingang: de niet-inverterende ingang
- - ingang: de inverterende ingang
- uitgang: de uitgangsspanning
- V_{CC} : de positieve voedingsspanning
- V_{EE} : de negatieve voedingsspanning

P13.3 De differential input-voltage V_{id} is gelijk aan het verschil van de ingangsspanningen: $V_{id} = V_1 - V_2$.

De common-mode input-voltage V_{icm} is gelijk aan de som van de ingangsspanningen: $V_{icm} = \frac{1}{2}(V_1 + V_2)$.

P13.4 $V_{id} = V_1(t) - V_2(t) = 2 \cos(200\pi t)$.
 $V_{icm} = \frac{1}{2}(V_1 + V_2) = 10 \cos(120\pi t)$.

P13.5 De open-loop gain A_{OL} is een eigenschap van een opamp en is vaak zeer groot. Er is geen terugkoppeling van het uitgangssignaal naar de ingang. De closed-loop gain A_V is een eigenschap van de schakeling en is veel kleiner

dan de open-loop gain. Er wordt gebruik gemaakt van terugkoppeling van het uitgangssignaal naar de ingang (de invert-ing-input).

13.2 Inverting Amplifiers

P13.6 Bij het analyseren van schakelingen met opamps zijn de volgende stappen van belang:

- Verifieer dat negatieve feedback aanwezig is (bij positieve feedback werkt de opamp niet als een versterker)
- Gebruik de eigenschap dat er geen stroom de ingangen inloopt en dat daardoor geldt dat: $V_+ = V_-$
- Gebruik de wet van Ohm en de wetten van Kirchhoff om de spanningen en stromen in de schakeling te bepalen

P13.7 Met de 'summing-point constraint' wordt bedoeld dat er geen stroom de ingangen inloopt en dat daardoor geldt dat: $V_+ = V_-$.

P13.8 Zie [schakeling 1](#). Een knooppuntvergelijking op V_- levert: $\frac{V_{in}-0}{R_1} + \frac{V_o-0}{R_2} = 0 \Rightarrow A_v = \frac{V_o}{V_{in}} = -\frac{R_2}{R_1}$.
De ingangsimpedantie is gelijk aan R_1 . De uitgangsimpedantie is 0 (bij een ideale opamp).

P13.9 Zie [figuur 1](#).

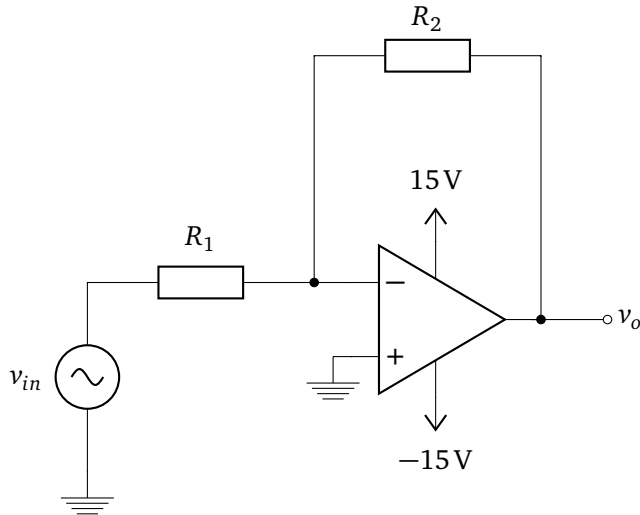
P13.10 Noem de spanning op het linkse knooppunt van drie weerstanden V_1 en de spanning op het rechtse knooppunt van drie weerstanden V_2 . Dan geldt:

$$\text{KCL op } V_-: \frac{V_{in}-0}{2R} + \frac{V_1-0}{2R} = 0 \Rightarrow V_1 = -V_{in}.$$

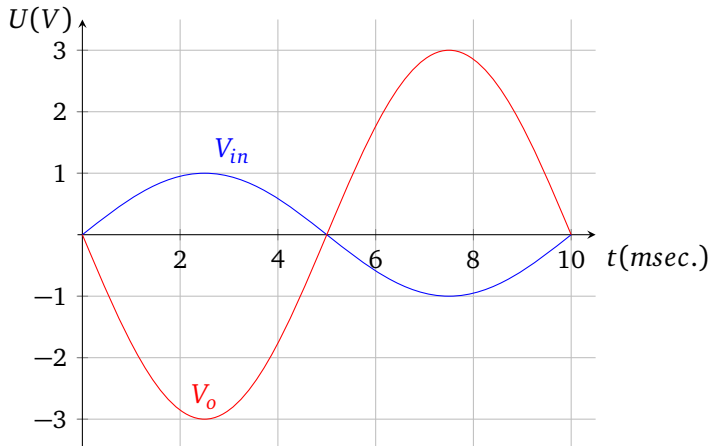
$$\text{KCL op } V_1: \frac{0-V_1}{2R} + \frac{0-V_1}{2R} + \frac{V_2-V_1}{2R} = 0 \Rightarrow -3V_1 + V_2 = 0 \Rightarrow V_2 = 3V_1 = -3V_{in}.$$

$$\text{KCL op } V_2: \frac{V_1-V_2}{2R} + \frac{0-V_2}{2R} + \frac{V_o-V_2}{2R} = 0 \Rightarrow V_1 - 3V_2 + V_o = 0.$$

$$\text{Dan geldt: } -V_{in} - 3 \cdot -3V_{in} + V_o = 0 \Rightarrow V_o = -8V_{in}.$$



Schakeling 1: P13.8 Inverterende versterker met een opamp



Figuur 1: Grafiek bij P13.9

P13.11 Bij figuur P13.11 is sprake van positieve feedback! En daarmee werkt de opamp niet als een versterker!

Als de + en de - ingang nu verwisseld worden, dan werkt deze opamp wel

als een versterker. Dan geldt het volgende:

- De weerstanden van $\frac{R}{2}$ staan parallel aan elkaar, omdat $V_+ = V_-$ en omdat V_+ aan GND hangt. Hierdoor is V_- ook gelijk aan 0V.
- De vervangingsweerstand van deze twee weerstanden parallel is gelijk aan $\frac{R}{4}$.
- Deze vervangingsweerstand vormt samen met de weerstand van $1R$ een spanningsdeler, zodat we spanning op het knooppunt met de drie weerstanden gelijk is aan: $\frac{R/4}{R+R/4} \cdot V_{in} = \frac{V_{in}}{5}$.
- Nu KCL op V_- : $\frac{V_{in}-0}{5R/2} + \frac{V_o-0}{15R} = 0 \Rightarrow 30\frac{V_{in}}{5} + V_o = 0 \Rightarrow V_o = -6V_{in}$.

P13.12 V_D is gelijk aan $0 - V_o = -V_o$

Nu KCL op V_- ingang:

$$\frac{V_{in}-0}{R} - I_D = 0$$

$$\frac{V_{in}}{R} = I_s \cdot e^{-\frac{V_o}{nV_T}}$$

$$\ln\left(\frac{V_{in}}{R \cdot I_s}\right) = -\frac{V_o}{nV_T}$$

$$V_o = -nV_T \ln\left(\frac{V_{in}}{R \cdot I_s}\right)$$

P13.13 V_D is nu gelijk aan $V_{in} - 0 = V_{in}$

Nu KCL op V_- ingang:

$$I_D + \frac{V_o - 0}{R} = 0$$

$$\frac{V_o}{R} = -I_s \cdot e^{\frac{V_{in}}{nV_T}}$$

$$V_o = -R \cdot I_s \cdot e^{\frac{V_{in}}{nV_T}}$$

P13.14 V_D is gelijk aan $0 - V_o = -V_o$

Nu KCL op V_- ingang:

$$\frac{V_{in} - 0}{R} - I_D = 0$$

$$\frac{V_{in}}{R} = K \cdot V_D^2$$

$$V_D = \sqrt{\frac{V_{in}}{K \cdot R}}$$

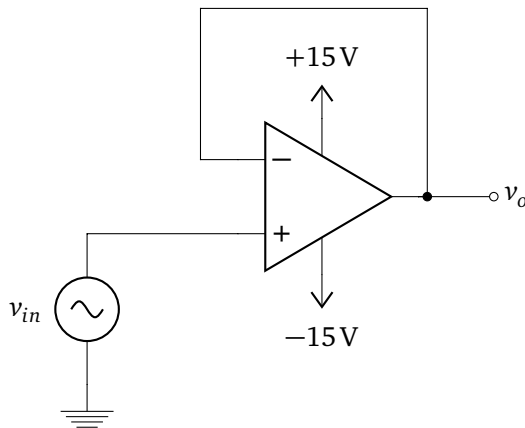
P13.15 Stel $V_o = +10$ V. Dan geldt dat: $\frac{2-V_x}{10k} + \frac{+10-V_x}{20k} = 0 \Rightarrow 4 - 2V_x + 10 - V_x = 0 \Rightarrow V_x = 4,67$ V. De + ingang is in dit geval groter dan de - ingang, dus V_o is +10 V, de opamp werkt als comparator. Deze situatie is dus stabiel.

Stel $V_o = -10$ V. Dan geldt dat: $\frac{2-V_x}{10k} + \frac{-10-V_x}{20k} = 0 \Rightarrow 4 - 2V_x - 10 - V_x = 0 \Rightarrow V_x = -2$ V. De + ingang is in dit geval kleiner dan de - ingang, dus V_o is -10 V, de opamp werkt als comparator. Ook deze situatie is dus stabiel.

P13.16 Omdat er geen stroom de ingangen in loopt (want $V_+ = V_-$), lijkt het net alsof de stroom I_o niet aan de stroomwet van Kirchhoff voldoet. Niet getekend in het plaatje zijn de aansluitingen voor de voedingsspanningen. Iedere stroom die uit de uitgang van de opamp komt, komt uiteraard van de voedingsspanning vandaan. En daarom wordt toch weer voldaan aan de stroomwet van Kirchhoff.

13.3 Noninverting Amplifiers

P13.17 Zie [schakeling 2](#), de spanningsversterking bij een bufferversterker is gelijk aan 1, d.w.z. $V_o = V_{in}$. De ingangsimpedantie wordt bepaald door de interne weerstand van de V_+ ingang, bij een ideale opamp is deze dus oneindig groot. De uitgangsimpedantie wordt bepaald door de interne weerstand in de uitgang van de opamp. Bij een ideale opamp is deze dus gelijk aan 0.

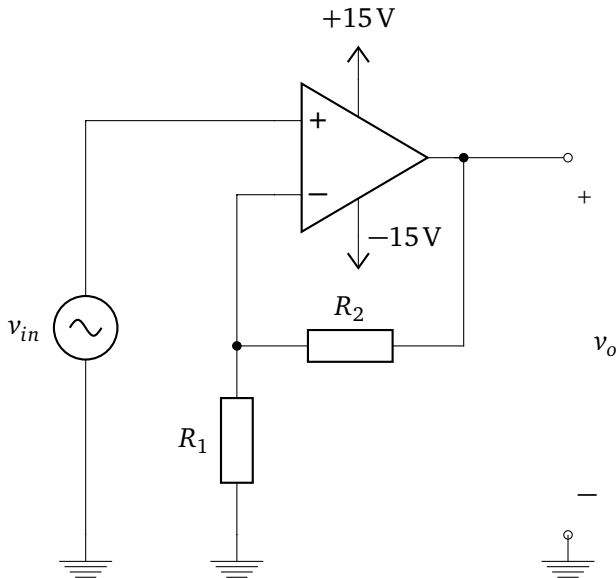


Schakeling 2: P13.17 Schema van een bufferversterker

P13.18 Als het alleen om de versterking zou gaan, dan heeft de bufferversterker met een versterking van 1 niet veel nut. De toegevoegde waarde van een bufferversterker ligt op het gebied van impedantietransformatie. Stel je hebt een sensor die een hoge uitgangsimpedantie heeft (kan niet veel stroom leveren) en deze wordt aangesloten op een versterker die een relatief lage ingangsimpedantie heeft. Direct de sensor op de versterker aansluiten kan de sensor kapotmaken, omdat deze teveel stroom moet leveren. Een bufferversterker transformeert de hoge uitgangsimpedantie van de sensor naar de lage ingangsimpedantie van de versterker.

P13.19 Zie [schakeling 3](#). Omdat geldt dat $V_- = V_+ = V_{in}$, kunnen we de volgende KCL opstellen van de - ingang:

$$\frac{0 - V_{in}}{R_1} + \frac{V_o - V_{in}}{R_2} = 0 \Rightarrow -V_{in} \cdot \frac{R_2}{R_1} + V_o - V_{in} = 0 \Rightarrow V_o = V_{in} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right).$$



Schakeling 3: Opamp als niet-inverterende versterker

P13.20 A $4\text{ mA} + \frac{V_o - 0}{10\text{ k}\Omega} = 0 \Rightarrow V_o = -40\text{ V}.$

B $2\text{ mA} + \frac{V_o - 3,3\text{ V}}{3\text{ k}\Omega} = 0 \Rightarrow V_o = 3,3\text{ V} - 6\text{ V} = -2,7\text{ V}.$

C Er loopt geen stroom de ingangen van de opamp in, dus ook geen stroom door de weerstand van $3\text{ k}\Omega$. Nu is $V_- = 2,2\text{ V}$, de spanning links van de $3\text{ k}\Omega$ weerstand is $2,2 - 1,1 = 1,1\text{ V}$. Dat is dus ook V_o .

D Er loopt geen stroom door de $10\text{ k}\Omega$ weerstand, dus $V_o = V_- = V_+ = 0\text{ V}$. De stroom van de stroombron moet dus opgenomen worden door de output van de opamp (vraag is hoe lang dat goed zou gaan).

E $V_- = V_+ = 2\text{V}$, dan is $V_o = 2 - 4 = -2\text{V}$.

P13.21 $\frac{V_A - V_+}{R_A} + \frac{V_B - V_+}{R_B} = 0 \Rightarrow V_A \cdot R_B - V_+ (R_B + R_A) + V_B \cdot R_A = 0$
 $V_+ = \frac{V_A \cdot R_B + V_B \cdot R_A}{R_A + R_B}.$

KCL op V_- : $\frac{0 - V_-}{R_1} + \frac{V_o - V_-}{R_2} = 0 \Rightarrow V_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_-$

Beide vergelijkingen geeft (met $V_- = V_+$):

$$V_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{V_A \cdot R_B + V_B \cdot R_A}{R_A + R_B}.$$

P13.22 $\frac{V_{in} - 2}{20\text{ k}\Omega} + \frac{V_o - 2}{R_2} = 0 \Rightarrow V_o = -(V_{in} - 2) \frac{R_2}{20\text{ k}\Omega} + 2.$

Dus: $V_o = -(4 + 3 \cos 2000\pi t - 2) \frac{R_2}{20\text{ k}\Omega} + 2.$

Als de DC-waarde nul moet zijn, dan geldt dat:

$$0 = -(4 - 2) \frac{R_2}{20\text{ k}\Omega} + 2 \Rightarrow \frac{-2R_2}{20\text{ k}\Omega} = -2 \Rightarrow R_2 = 20\text{ k}\Omega.$$

V_o wordt nu gelijk aan $-3 \cos 2000\pi t$.

P13.23 A KCL op - ingang van bovenste opamp: $\frac{V_2 - V_1}{2R} + I_o = 0 \Rightarrow I_o = \frac{V_1 - V_2}{2R}.$

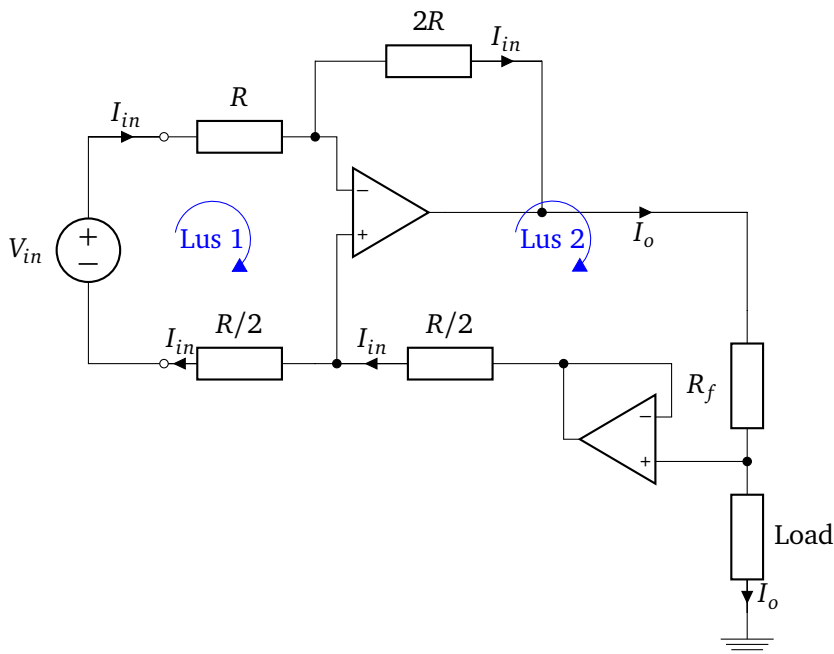
Omdat I_o onafhankelijk is van de belasting, is de uitgangsimpedantie oneindig. Anders gezegd: $R_{out} = \frac{\Delta U_{out}}{\Delta I_{out}}$. Door U_{out} te veranderen, blijft I_{out} hetzelfde (dus $\Delta I_{out} = 0$), dus is R_{out} oneindig.

B Zie [schakeling 4](#). Voor lus 1 geldt: $-V_{in} + R \cdot I_{in} + R/2 \cdot I_{in} = 0 \Rightarrow V_{in} = \frac{3}{2} R I_{in} \Rightarrow I_{in} = \frac{2}{3} \frac{V_{in}}{R}.$

Voor lus 2 geldt: $2R \cdot I_{in} + R_f I_o + \frac{R}{2} \cdot I_{in} = 0 \Rightarrow R_f I_o = -\frac{5}{2} R \cdot I_{in}.$

Eerste vergelijking hier invullen levert: $R_f I_o = -\frac{5}{2} R \frac{2}{3} \frac{V_{in}}{R} = -\frac{5}{3} V_{in}.$

Dus: $I_o = -\frac{5}{3} \frac{V_{in}}{R_f}$. Ook hier geldt weer dat I_o onafhankelijk is van de Load, dus is de uitgangsimpedantie oneindig.



Schakeling 4: Schakeling van P13.23(b) met stroomlussen erbij

P13.24 A KCL op - ingang: $I_{in} + \frac{V_o - 0}{R_f} = 0 \Rightarrow V_o = -I_{in} \cdot R_f$

B De uitgangsspanning is onafhankelijk van R_L en blijft altijd gelijk aan $-I_{in} \cdot R_f$. M.a.w. $\Delta U = 0$ en ΔI varieert. Omdat de uitgangsimpedantie gelijk is aan $\frac{\Delta U}{\Delta I}$ is de uitgangsimpedantie 0.

C Omdat $V_+ = V_-$ ligt de ingang dus direct aan Ground. De ingangsimpedantie is dus 0.

D Geen tentamenstof. Volgens tabel 10.1 op pag. 541 is dit dus een ideale transresistance amplifier.

P13.25 Noem de spanning op het knooppunt tussen de drie weerstanden V_1 .

A KCL op - ingang: $2I_{in} + \frac{V_1 - 0}{5R} = 0 \Rightarrow V_1 = -10RI_{in}$.

KCL op KP1: $\frac{0 - V_1}{5R} + \frac{0 - V_1}{5R} + \frac{V_o - V_1}{5R} = 0 \Rightarrow V_o = 3V_1 = -30RI_{in}$.

B De uitgangsspanning is onafhankelijk van R_L en blijft altijd gelijk aan $-30RI_{in}$. M.a.w. $\Delta U = 0$ en ΔI varieert. Omdat de uitgangsimpedantie gelijk is aan $\frac{\Delta U}{\Delta I}$ is de uitgangsimpedantie 0.

C Omdat $V_+ = V_-$ ligt de ingang dus direct aan Ground. De ingangsimpedantie is dus 0.

D Geen tentamenstof. Volgens tabel 10.1 op pag. 541 is dit dus een ideale transresistance amplifier.

P13.26 **A** Noem de spanning op het knooppunt van R_L met de twee $2R$ weerstanden V_1 .

Dan geldt: $\frac{2V_{in} - V_1}{2R} + \frac{0 - V_1}{2R} + I_o = 0 \Rightarrow 2RI_o = 2V_1 - 2V_{in} \Rightarrow RI_o = V_1 - V_{in}$.

KCL op - ingang: $\frac{0 - 2V_{in}}{2R} + \frac{V_1 - 2V_{in}}{2R} = 0 \Rightarrow V_1 = 4V_{in}$.

Deze vergelijking in de eerste vergelijking invullen levert: $RI_o = 3V_{in} \Rightarrow I_o = \frac{3V_{in}}{R}$.

B De uitgangsstroom is onafhankelijk van R_L en blijft altijd gelijk aan $\frac{3V_{in}}{R}$. M.a.w. ΔU varieert en ΔI is nul. Omdat de uitgangsimpedantie gelijk is aan $\frac{\Delta U}{\Delta I}$ is de uitgangsimpedantie oneindig.

C Omdat $V_+ = V_-$ en er geen stroom de ingangen van de opamp inloopt, is de ingangsimpedantie dus oneindig hoog.

D Geen tentamenstof. Volgens tabel 10.1 op pag. 541 is dit dus een ideale transconductance amplifier.

P13.27 A Het vermogen dat de bron levert is gelijk aan $P_{in} = \frac{V_s^2}{R_1}$.

De uitgangsspanning $V_o = -\frac{R_2}{R_1}V_s$.

Het uitgangsvermogen is nu gelijk aan: $P_{out} = \frac{R_2^2 V_s^2}{R_1^2 R_L}$.

De power-gain is nu gelijk aan: $G = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{R_2^2}{R_1 R_L}$.

B Het vermogen dat de bron levert is gelijk aan 0, omdat er geen stroom de ingangen van een opamp inloopt. Dus $P_{in} = 0$.
Omdat de power-gain gelijk is aan $G = \frac{P_{out}}{P_{in}}$, is de power-gain hier oneindig groot. Dus de noninverting amplifier heeft de grootste vermogensversterking.

P13.28 Zie [figuur 2](#) voor beide schakelingen.

A Wanneer V_{in} groter wordt dan +10 V, dan wordt $V_o(a)$ begrensd op -10 V. Idem voor -10 V, dan wordt $V_o(a)$ begrensd op +10 V.

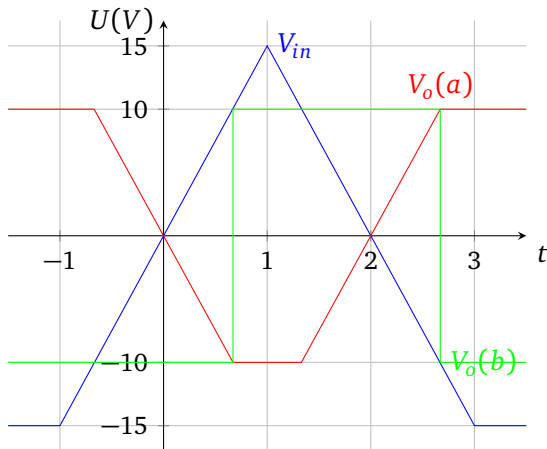
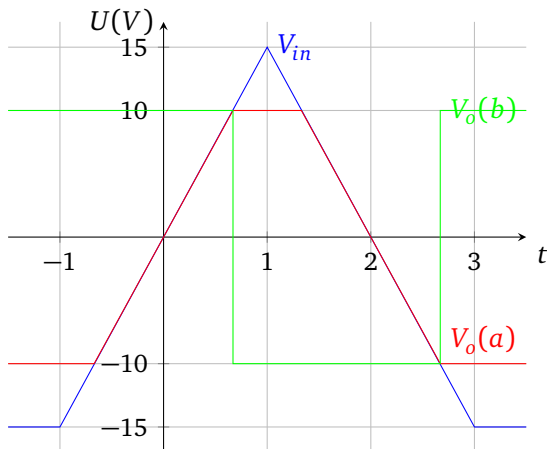
B Er is hier sprake van positieve feedback. KCL op de - ingang: $\frac{V_{in}-V_+}{R} + \frac{V_o-V_+}{R} = 0 \Rightarrow V_+ = \frac{V_{in}+V_o}{2}$.

Als V_o de 0 V passeert, dan klappt de uitgang om. Stel dat V_o gelijk is aan +10 V, dan klappt deze om naar -10 V als V_{in} onder de -10 V komt.

P13.29 Zie [figuur 3](#) voor beide schakelingen.

A Dit is een bufferversterker, dus $V_o = V_{in}$ met de beperking dat V_o begrensd wordt op +10 V en -10 V

B Er is hier sprake van positieve feedback. Als V_{in} groter wordt dan +10 V, dan wordt de V_o -10 V. Omgekeerd, als V_{in} kleiner wordt dan -10 V, dan wordt V_o +10 V

**Figuur 2:** Grafiek bij P13.28**Figuur 3:** Grafiek bij P13.29

P13.30 De nominale versterking is gelijk aan $-\frac{R_2 = 4R_1}{R_1}$.

Grootste afwijking naar boven is: $-\frac{4 \pm 1.1}{0.9} = 4.89$. Dit is een afwijking van +22,2 %

Grootste afwijking naar beneden is: $-\frac{4 \cdot 0.9}{1.1} = -3.27$. Dit is een afwijking van $-18,2\%$

P13.31 De nominale versterking is gelijk aan $1 + \frac{R_2}{R_1}$.

Grootste afwijking naar boven is: $1 + \frac{3 \cdot 1.1}{0.9} = 4.67$. Dit is een afwijking van $+16,7\%$

Grootste afwijking naar beneden is: $1 + \frac{3 \cdot 0.9}{1.1} = 3.45$. Dit is een afwijking van $-13,6\%$

P13.32 Noem de spanning op het knooppunt van de drie weerstanden V_1 .

Dan geldt: $I_{in} + I_o + \frac{0 - V_1}{R_2} = 0$.

Verder is $I_{in} = \frac{0 - V_1}{R_1} \Rightarrow V_1 = -I_{in}R_1$.

Dit invullen in de eerste vergelijking levert:

$$I_{in} + I_o + \frac{I_{in}R_1}{R_2} = 0 \Rightarrow I_o = -I_{in} \left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right).$$

De ingangsimpedantie is gelijk aan 0, omdat $V_+ = V_- = 0V$.

De uitgangsstroom I_o is niet afhankelijk van R_L , dus als R_L verandert, dan verandert de uitgangsspanning, maar de uitgangsstroom blijft gelijk. Omdat de uitgangsimpedantie gelijk is aan $\frac{\Delta U}{\Delta I}$ is de uitgangsimpedantie oneindig. Deze schakeling gedraagt zich dus als een ideale stroomversterker, want die heeft een ingangsimpedantie van 0 en een uitgangsimpedantie die oneindig groot is.

P13.33 Spanningsdeler op V_+ ingang. Er is een weerstand ter grootte van $T \cdot R$ (onderin) en een weerstand ter grootte van $(1-T)R$. T bepaalt de stand van de potmeter en varieert tussen 0 en 1. De totale weerstand bij elkaar opgeteld is $T \cdot R + (1-T)R = R$ (uiteraard). Nu geldt dat: $V_+ = \frac{RT}{RT + R(1-T)} V_{in} \Rightarrow V_+ = T \cdot V_{in}$.

KCL op - ingang: $\frac{V_{in} - V_+}{2R} + \frac{V_o - V_+}{2R} = 0 \Rightarrow V_{in} - 2V_+ + V_o = 0$. De eerste vergelijking hier invullen levert:

$$V_{in} - 2T \cdot V_{in} + V_o = 0 \Rightarrow V_o = V_{in}(2T - 1).$$

Als $T = 0$, dan staat de potmeter helemaal onderin en ligt V_+ op Ground. Je hebt dan een standaard inverterende versterker. $T = 0$ ingevuld in de formule levert: $V_o = -V_{in}$.

Als $T = 1$, dan staat de potmeter helemaal bovenaan en is V_+ gelijk aan V_{in} . $T = 1$ ingevuld in de formule levert: $V_o = +V_{in}$.

P13.34 KCL op - ingang van 1e opamp levert: $\frac{V_{in}-0}{R} + \frac{V_{o1}-0}{2R} + \frac{V_{o2}-0}{2R} = 0 \Rightarrow 2V_{in} + V_{o1} + V_{o2} = 0$.

$$\text{KCL op - ingang van 2e opamp levert: } \frac{0-V_{o1}}{R} + \frac{V_{o2}-V_{o1}}{R} = 0 \Rightarrow V_{o2} = 2V_{o1}.$$

Deze vergelijking invullen in de eerste vergelijking levert: $2V_{in} + V_{o1} + 2V_{o1} = 0 \Rightarrow V_{o1} = -\frac{2}{3}V_{in}$ en dus ook: $V_{o2} = -\frac{4}{3}V_{in}$

$$\text{Dus } A_1 = \frac{V_{o1}}{V_{in}} = -\frac{2}{3} \text{ en } A_2 = \frac{V_{o2}}{V_{in}} = -\frac{4}{3}$$