

Uitwerking gemaakt door E. van de Logt, april 2020. Opmerkingen en correcties: logeh@hr.nl.

Dit document omvat de uitwerkingen van de volgende opgaven van hoofdstuk 1:

Tabel 1: H1 Introduction

Paragraaf	Titel	Opgaven
1.2	Circuits, Currents and Voltages	P1.5 t/m P1.10
1.4	Kirchhoff's Current Law	P1.31 t/m P1.39
1.5	Kirchhoff's Voltage Law	P1.40 t/m P1.46
1.7	Introduction to Circuits	P1.59 t/m P1.77

Errata 1: Opgave P1.66: in figuur P1.66 is weggefallen dat de weerstandswaarde van de weerstand (waar de stroom van 1 A doorheen loopt) gelijk is aan 12Ω .

Errata 2: Opgave P1.77: de stroom $10I_2$ bij de stroomgestuurde spanningsbron moet $10I_x$ zijn.

Chapter 1 Introduction

1.2 Circuits, Currents and Voltages

- P1.5** **A** Elektrische stroom is de netto ladingstroom per tijdseenheid door een geleider of circuit-element. Eenheid is Ampere, wat gelijk is aan Coulomb per seconde.
- B** De spanning tussen twee punten in een circuit komt overeen met de hoeveelheid energie per eenheidslading die verplaatst wordt tussen de punten. De eenheid van spanning is Volt, wat overeenkomt met Joule per Coulomb.
- C** De stroom door een open schakelaar is nul. De spanning over de schakelaar kan iedere waarde aannemen, afhankelijk van het circuit.
- D** De spanning over een gesloten schakelaar is nul. De stroom door de schakelaar kan iedere waarde aannemen, afhankelijk van het circuit.
- E** Gelijkstroom is constant in de tijd, qua grootte en richting
- F** Wisselstroom varieert qua grootte en richting in de tijd
- P1.6** **A** Een geleider komt overeen met een buis zonder interne wrijving
- B** Een open schakelaar komt overeen met een gesloten klep
- C** Een weerstand komt overeen met een buis met een kleinere diameter of met een buis met interne wrijving
- D** Een accu/voedingsbron komt overeen met een pomp
- P1.7** 2 A is gelijk aan 2 C per seconde. Per seconde passeert er dus 2 C aan lading door een dwarsdoorsnede van de draad. Omdat een elektron een lading heeft van $1,6 \times 10^{-19}\text{ C}$, zijn dat dus $\frac{2}{1,6 \times 10^{-19}\text{ C}} = 12,5 \cdot 10^{18}$ elektronen.

P1.8 De referentierichting for I_{ab} loopt van a naar b. Omdat I_{ab} een positieve waarde heeft, komt de stroom overeen met een positieve lading die in dezelfde richting loopt. Omdat elektronen zelf een negatieve lading hebben, bewegen ze in de tegengestelde richting (d.w.z. van b naar a).

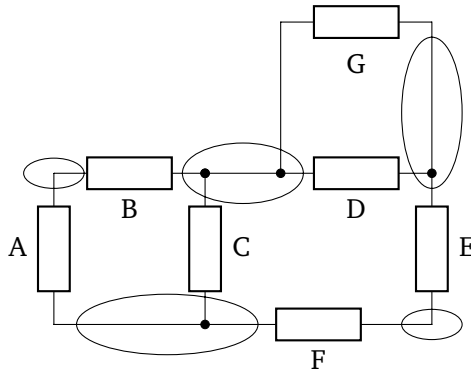
Voor een constante (DC) stroom is de lading Q gelijk aan stroom $\times$ het tijdsinterval, dus $Q = (10 \text{ A}) \cdot (3 \text{ s}) = 30 \text{ C}$.

P1.9 De pijl van de spanning komt overeen met de positieve polariteit, dus $v = v_{ab} = v_a - v_b$. Hier wordt gevraagd om v_{ba} en dat is dus gelijk aan -12 V . De stroomrichting van i is van b naar a en die is gelijk aan -2 A . De gevraagde stroom is van a naar b en dus is $i = +2 \text{ A}$. Omdat deze stroom dus intern van + naar - loopt, neemt deze dus energie op.

P1.10 Om geen stroom door de koplampen te laten lopen, moet de schakelaar geopend zijn. De klep moet dan gesloten zijn (dicht). Een geopende schakelaar komt overeen met een klep die dicht is (gesloten).

1.4 Kirchhoff's Current Law

P1.31 Een node (knooppunt) is een punt die twee of meer circuitelementen met elkaar verbindt. Alle punten die m.b.v. geleiders (draden) met elkaar verbonden zijn, behoren tot hetzelfde knooppunt. In [schakeling 1](#) zijn er vijf knooppunten, dat zijn de getekende ellipsen.



Schakeling 1: Figure P1.31

P1.32 De som van alle stromen die een knooppunt ingaan is gelijk aan de som van alle uitgaande stromen. Dit is waar omdat er geen lading opgeslagen kan worden in een knooppunt.

P1.33 Omdat de ingaande stroom gelijk moet zijn aan de uitgaande stroom ($-I_1 + I_2 = 0$), moet gelden dat $I_1 = I_2$, met andere woorden: de stromen in circuit-elementen die in serie staan, zijn gelijk aan elkaar.

P1.34 Voor een goede vergelijking met elektrische circuits, mogen de vloeistoffen niet samendrukbaar zijn. Dan zou er immers meer of minder vloeistof gaan stromen. Op eenzelfde wijze kun je stellen dat de leidingen inelastisch moeten zijn, zodat de stroomsnelheid over de gehele leiding hetzelfde is.

P1.35 In figuur P1.31 staan de elementen A en B met elkaar in serie en staan de elementen E en F met elkaar in serie.

P1.36 A In figuur P1.36 staan de elementen C en D met elkaar in serie.

B Stel uitgaande stroom is positief. Dan geldt: $I_c + I_d = 0$, dus $I_c = -I_d$.

C Stel inkomende stroom is positief. Dan geldt: $I_a - I_b + I_c = 0 \Rightarrow 3 - I_b + 2 = 0 \Rightarrow I_b = 5 \text{ A}$.

De stroom $I_d = -I_c = -2 \text{ A}$.

P1.37 Knooppunt linksboven: $I_b + I_a = 0 \Rightarrow I_a = -2 \text{ A}$

Knooppunt midden: $I_b + I_c - 3 = 0 \Rightarrow I_c = +1 \text{ A}$

Knooppunt rechts: $3 - I_d + 1 = 0 \Rightarrow I_d = +4 \text{ A}$

Knooppunten A en B staan met elkaar in serie.

P1.38 Linker knooppunt: $-I_a + I_b - I_c = 0 \Rightarrow -1 + 2 - I_c = 0 \Rightarrow I_c = 1 \text{ A}$

Bovenste knooppunt: $I_a + I_d - I_f = 0 \Rightarrow 1 + -3 - I_f = 0 \Rightarrow I_f = -2 \text{ A}$

Onderste knooppunt: $I_c - I_e + I_h = 0 \Rightarrow 1 - I_e + 5 = 0 \Rightarrow I_e = +6 \text{ A}$

Middelste knooppunt: $-I_b - I_d + I_e + I_g = 0 \Rightarrow -2 - -3 + 6 + I_g = 0 \Rightarrow I_g = -7 \text{ A}$

P1.39 Linker knooppunt: $-I_a + I_b - I_c = 0 \Rightarrow - -2 + I_b - 1 = 0 \Rightarrow I_b = -1 \text{ A}$

Onderste knooppunt: $I_c - I_e + I_h = 0 \Rightarrow 1 - I_e + 5 = 0 \Rightarrow I_e = +6 \text{ A}$

Middelste knooppunt: $-I_b - I_d + I_e + I_g = 0 \Rightarrow - -1 - I_d + 6 + 4 = 0 \Rightarrow I_d = +11 \text{ A}$

Bovenste knooppunt: $I_a + I_d - I_f = 0 \Rightarrow -2 + 11 - I_f = 0 \Rightarrow I_f = 9 \text{ A}$

1.5 Kirchhoff's Voltage Law

P1.40 De som van alle spanningen in een gesloten lus is gelijk aan 0V.

P1.41 A In figuur P1.36 staan de elementen A en B parallel aan elkaar.

B Maak een lus met de klok mee door A en B. Dan geldt: $+V_a + V_b = 0$
 $\Rightarrow V_b = -V_a$

C $V_b = -V_a = -1$ volt. Maak een lus met de klok mee door B, C en D.
 Dan geldt: $-V_b - V_c - V_d = 0 \Rightarrow -(-1) - V_c - (-5) = 0 \Rightarrow V_c = +6V$

P1.42 Lus linksonder: $-10 + V_a + 5 = 0 \Rightarrow V_a = +5V$

Lus rechtsonder: $-5 + 30 + V_b = 0 \Rightarrow V_b = -25V$

Lus boven: $-V_a + V_c - 30 = 0 \Rightarrow V_c = +35V$

P1.43 Lus door AFHC: $V_a + V_f + V_h + V_c = 0 \Rightarrow 10 + (-5) + 2 + V_c = 0 \Rightarrow V_c = -7V$

Lus door AFGB: $V_a + V_f - V_g + V_b = 0 \Rightarrow 10 + (-5) - V_g + 8 = 0 \Rightarrow V_g = +13V$

Lus door ADB: $V_a - V_d + V_b = 0 \Rightarrow 10 - V_d + 8 = 0 \Rightarrow V_d = +18V$

Lus door BEC: $-V_b + V_e + V_c = 0 \Rightarrow -(-8) + V_e + (-7) = 0 \Rightarrow V_e = +15V$

P1.44 Lus door ABD: $-20 - V_b + 10 = 0 \Rightarrow V_b = -10V$

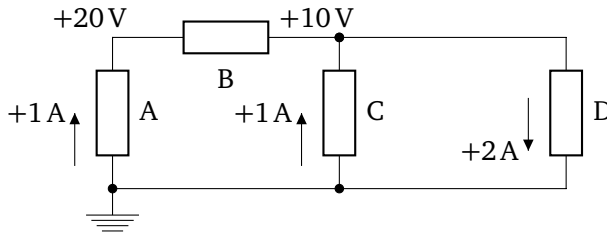
Lus door CD: $-V_c + V_d = 0 \Rightarrow V_c = V_d = +10V$

KCL op onderste knooppunt: $-1 + I_c + 2 = 0 \Rightarrow I_c = -1A$ KCL op knooppunt

linksboven: $I_a + I_b = 0 \Rightarrow I_b = -I_a = -1A$

Dit leidt tot de volgende echte spanningen en stromen, waarbij we het punt linksonder als referentie nemen (zie [schakeling 2](#)).

Een element levert energie als de stroom intern van de negatieve spanning naar de positieve spanning loopt. In deze schakeling is dat het geval bij A en bij C. In dat geval wordt het vermogen voorzien van een minteken.



Schakeling 2: Figure P1.44

A: Levert energie, $P = -20\text{ W}$

B: Neemt energie op, $P = +10\text{ W}$

C: Levert energie, $P = -10\text{ W}$

D: Neemt energie op, $P = +20\text{ W}$

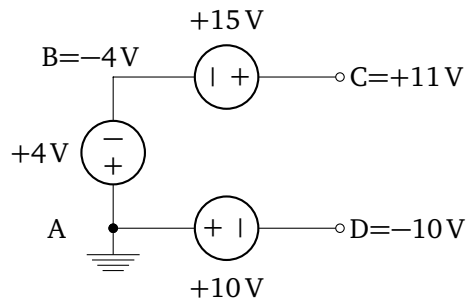
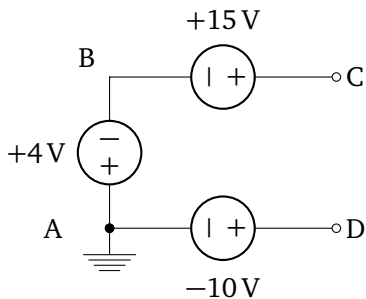
De energiebalans blijft behouden: $-20 + 10 + -10 + 20 = 0$.

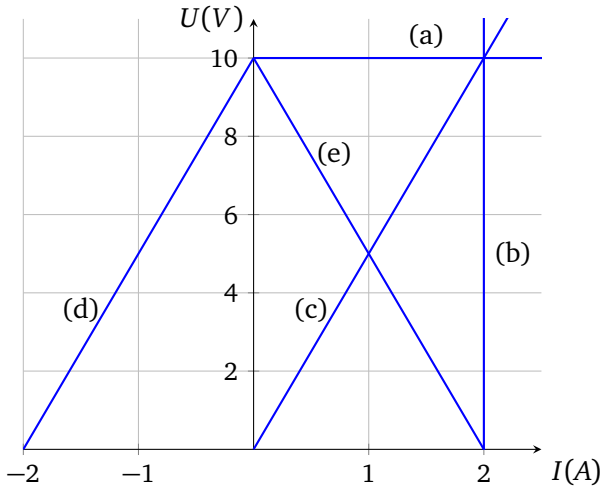
P1.45 A In figuur P1.37 staan de elementen C, D en E parallel aan elkaar.

B In figuur P1.43 zijn er geen elementen die parallel aan elkaar staan.

C In figuur P1.44 staan de elementen C en D parallel aan elkaar.

P1.46 Het beste is om het circuit te tekenen, met een referentiepunt erbij, zie [schakeling 3](#). We nemen hier A voor. De spanning $V_{AC} = V_A - V_C = 0 - 10 = -11\text{ V}$. De spanning $V_{CD} = V_C - V_D = +11 - -10 = +21\text{ V}$.

**Schakeling 3:** Figure P1.46



Figuur 1: Plaatjes bij P1.59

1.7 Introduction to Circuits

P1.59 Zie [figuur 1](#).

- P1.60** **A** Een 12-V spanningsbron parallel aan een 2-A stroombron is geen probleem. De spanningsbron kan de spanning leveren en de stroombron de stroom.
- B** Een 2-A stroombron in serie met een 3-A stroombron is wel een probleem, omdat de stromen gelijk moeten zijn.
- C** Een 2-A stroombron parallel met een kortsluiting is geen probleem. De stroombron levert 2-A.
- D** Een 2-A stroombron in serie met een open verbinding is wel een probleem. De stroombron kan de gevraagde stroom niet maken en gaat kapot.

E Een 5-V spanningsbron parallel met een kortsluiting is wel een probleem. De spanningsbron kan de gevraagde spanning niet maken en gaat kapot.

P1.61 Bij de stroombron loopt de stroom intern van de negatieve spanning naar de positieve spanning. De stroombron zal dus energie leveren en de spanningsbron zal dus energie opnemen. Het vermogen dat de stroombron levert is: $P = -60 \text{ W}$. Het vermogen dat de spanningsbron opneemt is: $P = +60 \text{ W}$

P1.62 Er loopt een stroom van 4 A door de weerstand. Een weerstand neemt altijd energie op, dus intern loopt de stroom altijd van de + spanning naar de - spanning. Het vermogen van de weerstand is: $P_R = I^2 \cdot R = +320 \text{ W}$. De spanningsbron neemt in dit geval ook energie op, want intern loopt de stroom van de + spanning naar de - spanning. Het vermogen van de weerstand is: $P_U = U \cdot I = +20 \text{ W}$. Blijft de stroombron over, de spanning over de stroombron is $5 + 4 \cdot 20 = +85 \text{ V}$. De stroombron levert energie, want intern loopt de stroom van de - spanning naar de + spanning. Het vermogen van de stroombron is: $P_I = U \cdot I = -340 \text{ W}$.

P1.63 $I_R = \frac{5}{10} = 0,5 \text{ A}$. Bovenste knooppunt: $1 - I_R + I_{Ubron} = 0$, hieruit volgt dat $I_{bron} = -0,5 \text{ A}$. De stroombron levert dus energie ($P_I = -5 \text{ W}$), de weerstand neemt energie op ($P_R = +2,5 \text{ W}$) en de spanningsbron neemt energie op (intern loopt de stroom van + naar -), $P_U = +2,5 \text{ W}$.

P1.64 Over de drie weerstanden parallel staat een spanning $U = 2 \cdot 3 = +6 \text{ V}$. De vervangingsweerstand van deze drie weerstanden parallel $R_v = \frac{6}{5} \Omega$. Totaal loopt er dus $I_{tot} = 5 \text{ A}$ door deze weerstanden samen. De spanning over de serieweerstand van 3Ω is dan $5 \cdot 3 = 15 \text{ V}$. De spanning V_x moet dan gelijk zijn aan $15 + 6 = 21 \text{ V}$.

P1.65 Door de rechtersak met de twee serieweerstanden loopt een stroom I van $I = \frac{30}{10} = 3 \text{ A}$. De spanning over deze twee serieweerstanden is dan gelijk aan $U = 3 \cdot (5 + 10) = 45 \text{ V}$. Dit is ook de spanning over de stroombron. Door de weerstand van 5Ω loopt dan een stroom van 9 A , zodat de totale stroom I_x nu gelijk wordt aan $9 + 3 = 12 \text{ A}$.

P1.66 LET OP: FOUT IN OPGAVE: in figuur P1.66 is weggefallen dat de weerstandswaarde van de weerstand, waar de stroom van 1 A doorheen loopt, gelijk is aan 12Ω .

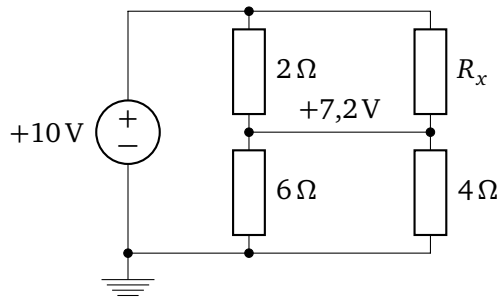
- A** De weerstand van 3Ω , de spanningsbron V_x en de weerstand van 2Ω staan met elkaar in serie.
- B** De weerstand van 6Ω staat parallel aan de weerstand van 12Ω doorheen loopt.
- C** Over de parallelweerstanden van 6Ω en 12Ω staat $12 \cdot 1 = 12 \text{ V}$. Door de weerstand van 6Ω loopt dan een stroom van $\frac{12}{6} = 2 \text{ A}$. Totaal loopt er dus 3 A door de twee serieweerstanden en de spanningsbron. Kirchhoff spanningslus levert: $-V_x + U_{3\Omega} + 12 + U_{2\Omega} = 0$. Dus $V_x = 9 + 12 + 6 = 27 \text{ V}$.

P1.67 Het vermogen in de weerstand van 10Ω is gelijk aan 10 W . Dus $P = I_o^2 \cdot 10 = 10$. Dus $I_o = 1 \text{ A}$. Daarmee wordt $500 \cdot V_{in}$ gelijk aan $(10 + 10) \cdot 1 = 20 \text{ V}$. V_{in} is dus gelijk aan 40 mV . Daarmee kunnen we I_{in} berekenen, want $I_{in} = \frac{V_{in}}{30\Omega} = 1,33 \text{ mA}$. De spanning V_x wordt hiermee gelijk aan $1,33 \text{ mA} \cdot (10 \text{ k}\Omega + 30 \Omega) = 13,37 \text{ mV}$.

P1.68 A Er staan geen elementen met elkaar in serie.

- B** de weerstanden van 2Ω staat parallel aan die van R_x . Verder staat de weerstand 6Ω parallel aan die van 4Ω .

C Eerst even het plaatje anders tekenen, zie [schakeling 4](#). Er loopt 1,2 A door de weerstand van $6\ \Omega$, dus die spanning in het midden is gelijk aan 7,2 V. Hiermee vallen de stromen uit te rekenen. De stroom door de weerstand van $4\ \Omega$ is dan gelijk aan 1,8 A, de stroom door de weerstand van $2\ \Omega$ is dan gelijk aan $\frac{10-7,2}{2} = 1,4\text{ A}$. Nu knooppuntvergelijking op het midden (alle stromen tekenen we naar het knooppunt toe): $I_{2\ \Omega} + I_{6\ \Omega} + I_{R_x} = 0$. Dus $1,4 + I_{R_x} - 1,2 - 1,8 = 0 \Rightarrow I_{R_x} = 1,6\text{ A}$. De weerstand R_x is dan gelijk aan $\frac{10-7,2}{1,6} = 1,75\ \Omega$.



Schakeling 4: Figure P1.68

P1.69 De vervangingsweerstand van $5\ \Omega$ met $10\ \Omega$ parallel is gelijk aan $3,33\ \Omega$. De spanning V is dan gelijk aan $2 \cdot 3,33 = 6,67\text{ V}$. De stroom I_5 is dan gelijk aan 1,33 A en de stroom I_{10} is dan gelijk aan 0,67 A.

P1.70 A Kirchhoff spanningslus: $-6 + V_x + 2 \cdot V_x = 0 \Rightarrow V_x = 2\text{ V}$.

B $I_x = \frac{2}{5} = 0,4\text{ A}$.

C De spanningsbron levert energie: $P_U = U \cdot I = -2,4\text{ W}$, de weerstand neemt energie op: $P_R = 2 \cdot 0,4 = +0,8\text{ W}$. De spanningsgestuurde spanningsbron neemt ook energie op: $P = 4 \cdot 0,4 = +1,6\text{ W}$. Wet van behoud van energie geldt ook hier weer.

P1.71 Kirchhoff spanningslus: $-10 + V_x + 4 \cdot V_x = 0 \Rightarrow V_x = 2\text{V}$. De stroom die de spanningsbron van 10V dus levert is $\frac{2}{0.5} = 4\text{A}$. De spanning over de weerstand van 4Ω en de gestuurde bron is nu gelijk aan $4 \cdot V_x = 8\text{V}$. De stroom door de weerstand van 4Ω is gelijk aan $\frac{8}{4} = 2\text{A}$. Kirchhoff knooppuntvergelijking: $4 - 2 - I_y = 0 \Rightarrow I_y = 2\text{A}$.

P1.72 Een 10V spanningsbron met een 2A stroombron in serie zal aan de uitgangsklemmen altijd die 2A willen leveren, terwijl de spanning afhankelijk is van de aangesloten schakeling. Dit komt dus nog steeds het meest overeen met een standaard stroombron.

P1.73 Een 10V spanningsbron met een 2A stroombron parallel zal aan de uitgangsklemmen altijd die 10V willen maken. Dit komt dus nog het meest overeen met een standaard spanningsbron.

P1.74 A Kirchhoff spanningslus: $-20 + V_1 + V_2 = 0$.

B $-20 + I \cdot (4 + 6) = 0$.

C $I = 2\text{A}$.

D De spanningsbron levert energie: $P_U = -40\text{W}$, de weerstand van 4Ω neemt energie op: $P_1 = I^2 \cdot 4 = +16\text{W}$, de weerstand van 6Ω neemt energie op: $P_2 = I^2 \cdot 6 = +24\text{W}$. Wet van behoud van energie geldt ook hier weer ($-40 + 16 + 24 = 0$).

P1.75 $V_x = 1 \cdot 3 = 3\text{V}$. De spanningsgestuurde stroombron levert dus een stroom van $\frac{3}{3} = 1\text{A}$. De spanningsbron V_s levert dus in totaal 4A . De spanning op het middelste knooppunt is nu gelijk aan $3 \cdot (1 + 5) = 18\text{V}$. De spanning over de weerstand van 2Ω is nu gelijk aan $4 \cdot 2 = 8\text{V}$. Daarmee wordt de spanning V_s gelijk aan $18 + 8 = 26\text{V}$.

P1.76 Er is een onafhankelijke stroombron I_s en een stroomgestuurde stroombron $I_x/3$. De stroom I_x is gelijk aan $\frac{0-15}{5} = -3$ A. Knoop puntvergelijking op het middelste knooppunt: $I_s - \frac{I_x}{3} + I_x = 0$. Dus $I_s + \frac{2I_x}{3} = 0 \Rightarrow I_s = -\frac{2I_x}{3} = +2$ A.

P1.77 LET OP: FOUT IN OPGAVE: de stroom $10I_2$ bij de stroomgestuurde spanningsbron moet $10I_x$ zijn.

Er is een onafhankelijke spanningsbron van 10 V en een stroomgestuurde spanningsbron $10I_x$. De stroom I_x is nu gelijk aan: $I_x = \frac{10I_x - 10}{20} \Rightarrow 10I_x - 10 = 20I_x \Rightarrow I_x = -1$ A.