

Uitwerkingen gemaakt door E. van de Logt, april 2020. Opmerkingen en correcties: logeh@hr.nl.

Dit document omvat de uitwerkingen van de volgende opgaven van hoofdstuk 2:

Tabel 1: H2 Resistive Circuits

Paragraaf	Titel	Opgaven
2.1	Resistances in Series and Parallel	P2.1 t/m P2.17
2.2	Network Analysis: Series and Parallel	P2.22 t/m P2.35
2.3	Voltage- and Current-Divider Circuits	P2.36 t/m P2.46
2.4	Node-Voltage Analysis	P2.48 t/m P2.63
2.5	Mesh-Current Analysis	P2.65 t/m P2.79
2.6	Thévenin and Norton Equivalent Circuits	P2.80 t/m P2.93
2.7	Superposition Principle	P2.94 t/m P2.101

Errata 1: Opgave P2.43: in de tekst staat $R_w = 100\ \Omega$, maar in figuur P2.43 staat $R_w = 500\ \Omega$. Gebruik $R_w = 100\ \Omega$ (tekst is leidend).

Chapter 2 Resistive Circuits

2.1 Resistances in Series and Parallel

P2.1 **A** $20\ \Omega // 60\ \Omega = 15\ \Omega.$
 $10\ \Omega + 15\ \Omega + 10\ \Omega = 35\ \Omega.$
 $35\ \Omega // 50\ \Omega = 20,59\ \Omega.$
 $10\ \Omega + 20,59\ \Omega + 20\ \Omega = 50,59\ \Omega.$

B $20\ \Omega // 20\ \Omega = 10\ \Omega.$
 $10\ \Omega + 10\ \Omega = 20\ \Omega.$
 $20\ \Omega // 10\ \Omega = 7,66\ \Omega.$
 $7,66\ \Omega + 10\ \Omega = 17,66\ \Omega.$
 $17,66\ \Omega // 50\ \Omega = 13,05\ \Omega.$
 $10\ \Omega + 13,05\ \Omega + 20\ \Omega = 43,05\ \Omega.$

P2.2 $5\ \Omega + R_X // 25\ \Omega = 10\ \Omega.$
 $R_X // 25\ \Omega = 5\ \Omega.$
 $\frac{R_X \cdot 25\ \Omega}{R_X + 25\ \Omega} = 5\ \Omega.$
 $R_X \cdot 25\ \Omega = 5 \cdot R_X + 125\ \Omega.$
 $20 \cdot R_X = 125\ \Omega \Rightarrow R_X = 6,25\ \Omega.$

P2.3 $20\ \Omega // 10\ \Omega = 6,67\ \Omega.$
 $5\ \Omega // 10\ \Omega = 3,33\ \Omega.$
 $6,67\ \Omega + 3,33\ \Omega = 10\ \Omega$

P2.4 $1\ \text{k}\Omega + 1\ \text{k}\Omega // 1\ \text{k}\Omega = 1,5\ \text{k}\Omega$

P2.5 $5\ \Omega // 7\ \Omega = 2,92\ \Omega.$

$$20\ \Omega // 10\ \Omega = 6,67\ \Omega.$$

$$2,92\ \Omega + 5\ \Omega + 6,67\ \Omega = 14,58\ \Omega.$$

P2.6 A $18\ \Omega // 63\ \Omega = 14\ \Omega.$

$$30\ \Omega // 15\ \Omega = 10\ \Omega.$$

$$6\ \Omega + 14\ \Omega + 10\ \Omega = 30\ \Omega.$$

$$30\ \Omega // 20\ \Omega = 12\ \Omega.$$

$$2\ \Omega + 12\ \Omega + 4\ \Omega = 18\ \Omega.$$

B a-tak: $6\ \Omega + 8\ \Omega // (16\ \Omega + 8\ \Omega) = 6\ \Omega + 6\ \Omega = 12\ \Omega.$

b-tak: $(6\ \Omega + 15\ \Omega) // 28\ \Omega = 21\ \Omega // 28\ \Omega = 12\ \Omega.$

$$12\ \Omega + 3\ \Omega = 15\ \Omega.$$

$$15\ \Omega // 30\ \Omega = 10\ \Omega.$$

Beide takken in serie, dus:

$$12\ \Omega + 10\ \Omega = 22\ \Omega.$$

C $24\ \Omega // 30\ \Omega // 20\ \Omega = 8\ \Omega.$

$$4\ \Omega + 8\ \Omega + 6\ \Omega = 18\ \Omega.$$

P2.7 $R_X // 100\ \Omega = 50\ \Omega.$

$$\frac{R_X \cdot 100}{R_X + 100} = 50\ \Omega.$$

$$R_X \cdot 100\ \Omega = 50 \cdot R_X + 5000.$$

$$R_X \cdot 50 = 5000 \Rightarrow R_X = 100\ \Omega.$$

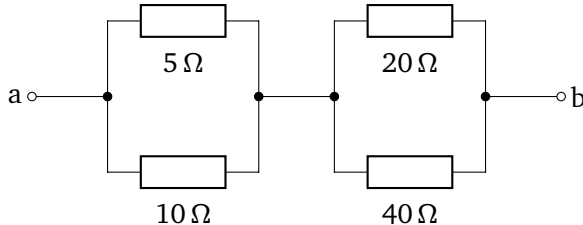
P2.8 A $(6\ \Omega + 20\ \Omega) // (20\ \Omega + 6\ \Omega) = 13\ \Omega.$

B $(6\ \Omega // 20\ \Omega) + (20\ \Omega // 6\ \Omega) = 4,615\ \Omega + 4,615\ \Omega = 9,23\ \Omega.$

P2.9 $2R // 4R = \frac{8R^2}{6R} = \frac{4R}{3}.$

R moet een veelvoud van 3 zijn: $R = 3\ \Omega, 6\ \Omega, 9\ \Omega,$ etcetera.

P2.10 Zie [schakeling 1](#): $5\ \Omega // 10\ \Omega = 3,33\ \Omega$.
 $20\ \Omega // 40\ \Omega = 13,33\ \Omega$.
 $3,33\ \Omega + 13,33\ \Omega = 16,67\ \Omega$



Schakeling 1: Figure P2.10

P2.11 Als de stroom door R_2 twee keer zo groot is, dan moet de weerstand twee keer zo klein zijn. R_2 is dus gelijk aan $25\ \Omega$.

P2.12 Uitgaande van Figure P2.12(b) kunnen we stellen dat: $R_{eq} = 2\ \Omega + 2\ \Omega // R_{eq} + 2\ \Omega$.

$$R_{eq} = 4 + \frac{2 \cdot R_{eq}}{2 + R_{eq}}.$$

$$(R_{eq} - 4) \cdot (2 + R_{eq}) = 2 \cdot R_{eq} \Rightarrow R_{eq}^2 - 2 \cdot R_{eq} - 8 = 0$$

$$R_{eq} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 32}}{2} = 1 \pm 6.$$

Alleen positieve antwoord kan, dus $R_{eq} = 1 + 6 = 7\ \Omega$.

P2.13 Als we n weerstanden van $1000\ \Omega$ parallel verbinden, dan wordt de vervangingsweerstand gelijk aan $\frac{1000\ \Omega}{n}$.

P2.14 $R_1 = 57,6\ \Omega$, $R_2 = 115,2\ \Omega$. Het laagste vermogen krijg je als je R_1 met R_2 in serie plaatst ($R_V = 172,8\ \Omega$) en op $120\ \text{V}$ schakelt. Het vermogen is dan $P = \frac{U^2}{R} = 83,3\ \text{W}$.

Het hoogste vermogen krijg je met twee elementen parallel, ($R_V = 38,4\ \Omega$)

en op 240 V schakelt. Het vermogen is dan $P = \frac{U^2}{R} = 1500 \text{ W}$.

Andere mogelijkheden zijn:

R_1 alleen op 240 V. Het vermogen is dan $P = \frac{U^2}{R} = 1000 \text{ W}$.

R_2 alleen op 240 V. Het vermogen is dan $P = \frac{U^2}{R} = 500 \text{ W}$.

R_1 in serie met R_2 op 240 V. Het vermogen is dan $P = \frac{U^2}{R} = 333 \text{ W}$.

R_1 alleen op 120 V. Het vermogen is dan $P = \frac{U^2}{R} = 250 \text{ W}$.

P2.15 Het laagste vermogen krijgen we met de twee weerstanden in serie: $P = 240 = \frac{120^2}{R_1 + R_2}$.

Het hoogste vermogen krijgen we met de twee weerstanden parallel: $P = 1280 = \frac{120^2}{R_1} + \frac{120^2}{R_2}$.

Uit de eerste vergelijking volgt dat $R_1 + R_2 = 60$. De tweede vergelijking werken we om naar:

$$1280 = 120^2 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \Rightarrow 1280 \cdot R_1 R_2 = 120^2 \cdot (R_1 + R_2).$$

$$1280 \cdot R_1 R_2 = 120^2 \cdot 60 \Rightarrow R_1 R_2 = 675 \Rightarrow R_1 \cdot (60 - R_1) - 675 = 0$$

$$R_1^2 - 60R_1 + 675 = 0 \Rightarrow R_1 = \frac{60 \pm \sqrt{3600 - 2700}}{2}.$$

$$R_1 = 45 \Omega (R_2 = 15 \Omega) \text{ of } R_1 = 15 \Omega (R_2 = 45 \Omega).$$

Als we alleen 1 weerstand op 120 V schakelen, krijgen we vermogens van 320 W en 960 W.

P2.16 De stroom I splitst zich bij knooppunt a in drie stromen, ieder ter grootte van $I/3$. Over iedere weerstand komt dus een spanning van $I \cdot R/3$ te staan. Iedere deelstroom $I/3$ splitst zich hierna ook weer op in twee deelstromen $I/6$, over deze weerstanden komt dus een spanning van $I \cdot R/6$ te staan. Bij het volgende knooppunt komen twee van deze deelstromen weer samen tot een deelstroom $I/3$ ($I/6 + I/6 = I/3$). Ook hier dus weer een spanning van $I \cdot R/3$. Om van a naar b te komen, heb je dus een spanningsval van $I \cdot R/3 + I \cdot R/6 + I \cdot R/3 = I \cdot 5R/6$. Dit komt dus overeen met een vervangingsweerstand van $5R/6$.

P2.17 $6\Omega // 3\Omega = 2\Omega$

$$(R + 2\Omega) // 60\Omega = \frac{60R + 120}{R + 62}$$

$$R_{ab} = \frac{60R + 120}{R + 62} + 5 = 20\Omega \Rightarrow 60R + 120 = 15R + 930 \Rightarrow R = 18\Omega$$

2.2 Network Analysis by Using Series and Parallel Equivalents

P2.22 Om spanningen en stromen te vinden in een netwerk, kun je de volgende stappen uitvoeren:

- A** Zoek naar parallel en/of serieschakeling van weerstanden
- B** Bereken de vervangingsweerstand
- C** Herhaal dit totdat het circuit gereduceerd is tot een enkele weerstand en spanningsbron (als het mogelijk is)
- D** Reken de spanningen en stromen uit. Gebruik deze resultaten om ook de andere spanningen en stromen in het circuit te vinden.
- E** Controleer dat de wetten van Kirchhoff nog steeds gelden (anders heb je een fout gemaakt).

De methode werkt niet altijd, omdat sommige circuits te complex zijn. Je hebt dan een systematische benadering nodig, zoals de wetten van Kirchhoff.

P2.23 $6\Omega // 6\Omega = 3\Omega$

$$3\Omega + 2\Omega = 5\Omega \Rightarrow I_1 = \frac{5}{5} = 1\text{ A} \Rightarrow V_x = 3\text{ V} \Rightarrow I_2 = 0,5\text{ A}.$$

P2.24 $10\Omega // 30\Omega // (25\Omega + 5\Omega) = 6\Omega.$

$$R_{\text{total}} = 3\Omega + 6\Omega + 3\Omega = 12\Omega \Rightarrow I_{\text{total}} = 1\text{ A} \Rightarrow V_1 = 6\text{ V}$$

$$V_2 = \frac{5}{5 + 25} \cdot V_1 = 1\text{ V}.$$

P2.25 $(10\Omega + 10\Omega) // 20\Omega // 20\Omega // 20\Omega = 5\Omega.$

$$(20\Omega + 5\Omega) // 25\Omega = 12,5\Omega.$$

$R_{\text{total}} = 17,5\Omega \Rightarrow U = 8 \cdot 17,5 = 140\text{ V}.$ De 8 A splitst zich na de 5 Ω weerstand in twee deelstromen van ieder 4 A. Na de 20 Ω weerstand splitst deze stroom zich weer in vier deelstromen van ieder 1 A. I is dus gelijk aan 1 A.

- P2.26** Als V_2 gelijk is aan 5 V, dan loopt er een stroom van 1 A door deze weerstand. Dus moet V_1 gelijk zijn aan 30 V. Door de weerstand van $30\ \Omega$ loopt ook 1 A en door de weerstand van $10\ \Omega$ loopt 3 A. Totaal moet er dus 5 A door de weerstanden van $3\ \Omega$ en $3\ \Omega$ lopen. Dat is een spanning van 15 V en van 15 V. Totaal moet V_s dus 60 V zijn.
- P2.27** De stroom door de weerstand van $6\ \Omega$ is drie keer zo klein als de stroom door de weerstand van $2\ \Omega$. I_2 moet dus 0,5 A zijn. Zelfde redenering aan de linkerkant: De stroom door de weerstand van $40\ \Omega$ is vier keer zo klein als de stroom door de weerstand van $10\ \Omega$. Dus $I_1 = 0,4\text{ A}$. De vervangingsweerstand is gelijk aan $40//10 + 4 + 2//6 = 8 + 4 + 1,5 = 13,5\ \Omega$. De spanning V is dan gelijk aan 27 V.
- P2.28** De stroom I_2 is drie keer zo groot als $I_1 \Rightarrow 4I_1 = 4 \Rightarrow I_1 = 1\text{ A}$ en $I_2 = 3\text{ A}$. De vervangingsweerstand is gelijk aan $(20+40)//20 + 5 = 15 + 5 = 20\ \Omega$. De spanning V_s is dan gelijk aan 80 V.
- P2.29** De vervangingsweerstand is gelijk aan $2\ \Omega + 12\ \Omega // (5\ \Omega + 1\ \Omega) = 6\ \Omega$. De totale stroom (dit is I_1) wordt dan gelijk aan $\frac{10}{6} = 1,67\text{ A}$. Verder is de stroom I_2 de helft van de stroom door de $5\ \Omega$ en $1\ \Omega$ weerstanden. Dus I_2 is gelijk aan 0,56 A, de stroom door de $5\ \Omega$ en $1\ \Omega$ weerstanden is dan gelijk aan 1,11 A.
- P2.30** De stroom I_1 is gelijk aan $\frac{10}{4+6} = 1\text{ A}$. De spanning V_1 is dan gelijk aan 6 V. Omdat er geen stroom naar klem a loopt, is het spanningsverschil over de weerstand van $3\ \Omega$ gelijk aan 0 V. Dus V_a is ook gelijk aan 6 V. De spanning V_2 is gelijk aan $4 \cdot 8 = 32\text{ V}$. Omdat er ook geen stroom naar klem b loopt, is het spanningsverschil over de weerstand van $4\ \Omega$ gelijk aan 0 V. Dus V_b is ook gelijk aan 32 V. Door de weerstand van $6\ \Omega$ loopt geen stroom. Iedere stroom die van links naar rechts zou lopen, moet ook weer door diezelfde weerstand terug (er is

geen andere route). De netto-stroom door die weerstand is dus 0.
 Het spanningsverschil $V_{ab} = V_a - V_b = 6 - 32 = -26 \text{ V}$.

P2.31 Door de beide weerstanden loopt een stroom I_2 van $\frac{40}{5+15} = 2 \text{ A}$. Omdat de stroombron 5 A levert, loopt er dus 3 A door de spanningsbron. Die stroom loopt intern van + naar -, dus de spanningsbron neemt energie op. Dat levert de volgende energiebalans:

$P_I = -200 \text{ W}$, de stroombron levert energie

$P_U = +120 \text{ W}$, de spanningsbron neemt energie op

$P_{R5} = I^2 \cdot 5 = +20 \text{ W}$

$P_{R15} = I^2 \cdot 15 = +60 \text{ W}$, een weerstand neemt altijd energie op.

P2.32 De vervangingsweerstand R_v is gelijk aan $R + \frac{R}{3} = \frac{4R}{3}$. Het vermogen $P = \frac{U^2}{R} \Rightarrow R = \frac{U^2}{P}$, met $R = R_v$. Waarden invullen levert: $\frac{4R}{3} = \frac{144}{0,030} \Rightarrow R = 3,6 \text{ k}\Omega$.

P2.33 Met de schakelaar open is V_2 gelijk aan 5 V. De stroom door de weerstand van 4Ω is dan gelijk aan $\frac{10-5}{4} = 1,25 \text{ A}$. De weerstand R_2 is nu gelijk zijn aan $\frac{5}{1,25} = 4 \Omega$.

Met de schakelaar gesloten wordt V_2 gelijk aan 3,33 V. De stroom door de weerstand van 4Ω is dan gelijk aan $\frac{10-3,33}{4} = 1,6675 \text{ A}$. De stroom door R_2 is nu gelijk aan $\frac{3,33}{4} = 0,835 \text{ A}$. De stroom door R_L is nu gelijk aan $1,6675 - 0,835 = 0,835 \text{ A}$.

Dus $R_L = \frac{3,33}{0,835} = 4 \Omega$.

P2.34 De vervangingsweerstand van beide weerstanden parallel is gelijk aan $1,5 \Omega$. Door deze vervangingsweerstand loopt een netto stroom van $20 - 10 = 10 \text{ A}$. De spanning V_x is dan gelijk aan 15 V. Hiermee wordt I_1 gelijk aan 7,5 A en wordt I_2 gelijk aan 2,5 A. De energiebalans is als volgt:

$P_{20A} = -300 \text{ W}$, deze stroombron levert energie, omdat de stroom intern van - naar + loopt

$$P_{5\Omega} = +112,5 \text{ W}$$

$$P_{15\Omega} = +37,5 \text{ W}$$

$P_{10A} = +150 \text{ W}$, deze stroombron neemt energie op, omdat de stroom intern van + naar - loopt

P2.35 $2\Omega // 6\Omega = 1,5\Omega$, de totale vervangingsweerstand is dus $1,5\Omega + 1,5\Omega = 3\Omega$.

Hiermee wordt I_1 gelijk aan $\frac{15}{3} = 5 \text{ A}$. De spanning in het midden is gelijk aan $7,5 \text{ V}$, zodat de stroom door de weerstand van 6Ω (zowel rechtsboven als rechtsonder) gelijk is aan $\frac{7,5}{6} = 1,25 \text{ A}$. De stroom door de weerstand van 2Ω (zowel linksboven als linksonder) is gelijk aan $\frac{7,5}{2} = 3,75 \text{ A}$.

Een knooppuntvergelijking in de middelste tak links levert nu op: $3,75 - I_2 - 3,75 = 0$. Dus $I_2 = 0 \text{ A}$.

2.3 Voltage-Divider and Current-Divider Circuits

$$\text{P2.36 } V_1 = \frac{2}{2+5+3} \cdot 10 = 2\text{ V}$$

$$V_2 = \frac{5}{2+5+3} \cdot 10 = 5\text{ V}$$

$$V_3 = \frac{3}{2+5+3} \cdot 10 = 3\text{ V}$$

$$\text{P2.37 } I_1 = \frac{8}{4+8} \cdot 2 = 1,33\text{ A}$$

$$I_2 = \frac{4}{4+8} \cdot 2 = 0,67\text{ A}$$

$$\text{P2.38 } 5\ \Omega // 5\ \Omega = 2,5\ \Omega. \quad V = \frac{2.5}{2.5+5} \cdot 20 = 6,67\text{ V}$$

$$\text{P2.39 } I_3 = \frac{50}{50+150} \cdot 10\text{ mA} = 2,5\text{ mA}$$

$$\text{P2.40 } \text{A } 100\text{ mA} = \frac{10}{R_1 + R_2} \Rightarrow R_1 + R_2 = 100\ \Omega$$

$$\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot 10 = 2.5 \Rightarrow 10R_2 = 2.5R_1 + 2.5R_2 \Rightarrow R_1 = 3R_2.$$

Dus $R_2 = 25\ \Omega$ en $R_1 = 75\ \Omega$

B De vervangingsweerstand van R_2 met de belasting van $100\ \Omega$ is gelijk aan $R_v = 20\ \Omega$.

De nieuwe waarde van V_O wordt nu gelijk aan $\frac{20}{20+75} \cdot 10 = 2,11\text{ V}$

$$\text{P2.41 } \text{In dit geval geldt dat: } \frac{2.5}{5+2.5+R_x} \cdot 100 = 10 \Rightarrow 75 + 10R_x = 250 \Rightarrow$$

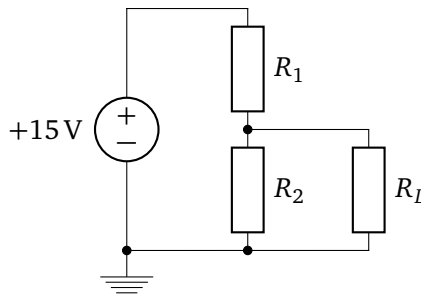
$$R_x = 17,5\ \Omega$$

P2.42 In dit geval geldt dat: $\frac{6+2}{6+2+R_x} \cdot 10 \text{ mA} = 5 \text{ mA} \Rightarrow 40 + 5R_x = 80 \Rightarrow R_x = 8 \Omega$

P2.43 Gebruik $R_w = 100 \Omega$ (in de figuur staat $R_w = 500 \Omega$, dat is fout).

In dit geval geldt dat: $\frac{R_g}{R_g + 100} \cdot 4 \text{ A} < 0,2 \text{ mA} \Rightarrow \frac{R_g}{R_g + 100} < 5 \cdot 10^{-5}$
 $R_g < 5 \cdot 10^{-5} (R_g + 100) \Rightarrow 0,99995 \cdot R_g < 0,005 \Rightarrow R_g < 0,005 = 5 \text{ m}\Omega$.

P2.44 Zie [schakeling 2](#). We beginnen met de situatie dat er geen belasting aangesloten is. In dat geval geldt dat $\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot 15 = 5 \Rightarrow 3R_2 = R_1 + R_2 \Rightarrow 2R_2 = R_1$.



Schakeling 2: Figure P2.44

Dan de situatie met belasting. Er loopt dan een stroom van 50 mA door R_L . De spanning over R_L is dan 4,7V. Door R_2 loopt dan een stroom van $\frac{4,7}{R_2}$, de totale stroom (= de stroom die door R_1 loopt) wordt dan gelijk aan $I = \frac{4,7}{R_2} + 50 \text{ mA}$.

Voor de stroom I door R_2 kunnen we nu schrijven: $I = \frac{15 - 4,7}{R_1} = \frac{4,7}{R_2} + 50 \text{ mA}$.

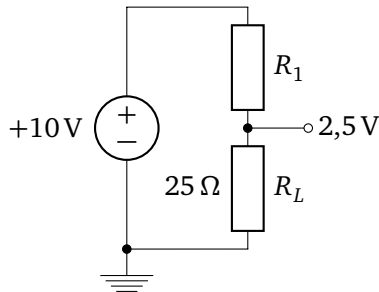
Anders geschreven:

$10,3 = \frac{4,7 \cdot R_1}{R_2} + 0,05 \cdot R_1$. Nu de eerste vergelijking ($2R_2 = R_1$) hier invullen:

$10,3 = 9,4 + 0,1 \cdot R_2 \Rightarrow R_2 = 9 \Omega$. Dan is $R_1 = 18 \Omega$.

Het vermogen in R_1 is het grootste bij 50 mA, de spanning over R_1 is dan 10,3 V, $P = \frac{10,3^2}{18} = 5,89 \text{ W}$. Beste is dan ook om een 10 W weerstand hiervoor te kiezen. Het vermogen in R_2 is het grootste bij 0 mA, omdat dan alle stroom door R_2 zelf gaat. De spanning over R_2 is dan 5 V, $P = \frac{5^2}{9} = 2,78 \text{ W}$. Beste is dan ook om hier een 5 W weerstand voor te kiezen.

P2.45 Zie [schakeling 3](#). De vergelijking voor de spanningsdeling is gelijk aan:
 $\frac{25}{25 + R_1} \cdot 10 \text{ V} = 2,5 \text{ V} \Rightarrow 250 = 62,5 + 2,5R_1 \Rightarrow R_1 = 75 \Omega$.

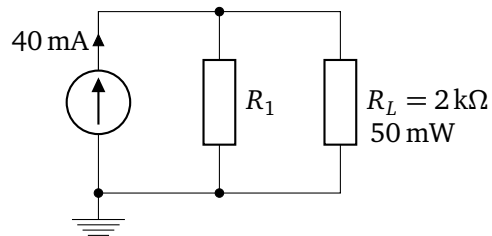


Schakeling 3: Figure P2.45

P2.46 Zie [schakeling 4](#). Met $P = I^2 \cdot R$ kunnen we de benodigde stroom door R_L uitrekenen: $I = \sqrt{\frac{P}{R}} = \sqrt{\frac{50 \cdot 10^{-3}}{2000}} = 5 \text{ mA}$. De resterende stroom (35 mA) moet dus door R_1 lopen.

Formule voor de stroomdeler: $35 \text{ mA} = \frac{2000}{2000 + R_1} \cdot 40 \text{ mA}$.

Dus: $70000 + 35R_1 = 80000 \Rightarrow R_1 = 285,7 \Omega$.

**Schakeling 4:** Figure P2.46

2.4 Node-Voltage Analysis

P2.48 KP1: $1 + \frac{0 - V_1}{20} + \frac{V_2 - V_1}{10} = 0 \Rightarrow 20 - V_1 + 2V_2 - 2V_1 = 0 \Rightarrow 3V_1 - 2V_2 = 20.$

KP2: $\frac{V_1 - V_2}{10} + \frac{0 - V_2}{5} + 2 = 0 \Rightarrow V_1 - V_2 - 2V_2 + 20 = 0 \Rightarrow V_1 - 3V_2 = -20.$

$\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ -20 \end{pmatrix}.$ Dit oplossen m.b.v. de regel van Kramer:

$$V_1 = \frac{\begin{vmatrix} 20 & -2 \\ -20 & -3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}} = \frac{-100}{-7} = 14,29 \text{ V en } V_2 = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 20 \\ 1 & -20 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}} = \frac{-80}{-7} = 11,43 \text{ V}$$

I_1 is gelijk aan $\frac{V_1 - V_2}{10} = 0,286 \text{ A}$

P2.49 Vermijd knooppuntvergelijkingen van knooppunten waar een spanningsbron aan hangt (in dit geval KP1 en KP2). Dit levert wel een gratis eerste vergelijking op: $V_1 = V_2 + 10$, oftewel: $V_1 - V_2 = 10$.

GND: $\frac{V_1 - 0}{5} + \frac{V_2 - 0}{10} - 1 = 0 \Rightarrow 2V_1 + V_2 = 10.$

$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \end{pmatrix}.$ Dit oplossen m.b.v. de regel van Kramer:

$$V_1 = \frac{\begin{vmatrix} 10 & -1 \\ 10 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{20}{3} = 6,67 \text{ V en } V_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 10 \\ 2 & 10 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{-10}{3} = -3,33 \text{ V}$$

KCL op KP1 levert nu: $\frac{0 - V_1}{5} + \frac{V_2 - V_1}{5} - I_s = 0 \Rightarrow -6.67 + -3.33 - 6.67 - 5I_s = 0 \Rightarrow I_s = -3,33 \text{ A}.$

P2.50 KP1: $\frac{0-V_1}{21} + \frac{V_2-V_1}{6} + \frac{V_3-V_1}{9} = 0 \Rightarrow -6V_1 + 21V_2 - 21V_1 + 14V_3 - 14V_1 = 0 \Rightarrow -41V_1 + 21V_2 + 14V_3 = 0.$

KP2: $\frac{V_1-V_2}{6} + \frac{0-V_2}{28} + 3 = 0 \Rightarrow 14V_1 - 14V_2 - 3V_2 + 252 = 0 \Rightarrow 14V_1 - 17V_2 = -252.$

KP3: $\frac{V_1-V_3}{9} - 3 + \frac{0-V_3}{6} = 0 \Rightarrow 2V_1 - 2V_3 - 54 - 3V_3 = 0 \Rightarrow 2V_1 - 5V_3 = 54.$

$$\begin{pmatrix} -41 & 21 & 14 \\ 14 & -17 & 0 \\ 2 & 0 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -252 \\ 54 \end{pmatrix}.$$

Dit oplossen m.b.v. de regel van Kramer:

$$V_1 = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 21 & 14 \\ -252 & -17 & 0 \\ 54 & 0 & -5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -41 & 21 & 14 \\ 14 & -17 & 0 \\ 2 & 0 & -5 \end{vmatrix}} = \frac{252(-105) + 54(238)}{-41(85) - 14(-105) + 2(238)} = \frac{-13608}{-1539} =$$

8,84V

$$V_2 = \frac{\begin{vmatrix} -41 & 0 & 14 \\ 14 & -252 & 0 \\ 2 & 54 & -5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -41 & 21 & 14 \\ 14 & -17 & 0 \\ 2 & 0 & -5 \end{vmatrix}} = \frac{-41(1260) + 14(756 + 504)}{-1539} = \frac{-34020}{-1539} = 22,11V$$

$$V_3 = \frac{\begin{vmatrix} -41 & 21 & 0 \\ 14 & -17 & -252 \\ 2 & 0 & 54 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -41 & 21 & 14 \\ 14 & -17 & 0 \\ 2 & 0 & -5 \end{vmatrix}} = \frac{-41(-918) - 21(756 + 504)}{-1539} = \frac{11178}{-1539} =$$

$$-7,26 \text{ V}$$

Als de stroombron omdraait, wordt de nieuwe matrix gelijk aan:

$$\begin{pmatrix} -41 & 21 & 14 \\ 14 & -17 & 0 \\ 2 & 0 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 252 \\ -54 \end{pmatrix}.$$

Bij iedere uitwerking zie je dat de uitkomst van teken verandert. Dus V_1 wordt nu $-8,84 \text{ V}$, V_2 wordt nu $-22,11 \text{ V}$ en V_3 wordt nu $7,26 \text{ V}$

P2.51 KP1: $\frac{0 - V_1}{10} + \frac{V_2 - V_1}{5} + \frac{V_3 - V_1}{4} = 0 \Rightarrow -2V_1 + 4V_2 - 4V_1 + 5V_3 - 5V_1 = 0 \Rightarrow -11V_1 + 4V_2 + 5V_3 = 0.$

KP2: $\frac{V_1 - V_2}{5} + 2 + \frac{V_3 - V_2}{8} = 0 \Rightarrow 8V_1 - 8V_2 + 80 + 5V_3 - 5V_2 = 0 \Rightarrow 8V_1 - 13V_2 + 5V_3 = -80.$

KP3: $\frac{V_1 - V_3}{4} + \frac{V_2 - V_3}{8} + \frac{0 - V_3}{2} = 0 \Rightarrow 2V_1 - 2V_3 + V_2 - V_3 - 4V_3 = 0 \Rightarrow 2V_1 + V_2 - 7V_3 = 0.$

$$\begin{pmatrix} -11 & 4 & 5 \\ 8 & -13 & 5 \\ 2 & 1 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -80 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Dit oplossen m.b.v. de regel van Kramer:

$$V_1 = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 4 & 5 \\ -80 & -13 & 5 \\ 0 & 1 & -7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -11 & 4 & 5 \\ 8 & -13 & 5 \\ 2 & 1 & -7 \end{vmatrix}} = \frac{80(-33)}{-11(86) - 8(-33) + 2(85)} = \frac{-2640}{-512} = 5,16 \text{ V}$$

$$V_2 = \frac{\begin{vmatrix} -11 & 0 & 5 \\ 8 & -80 & 5 \\ 2 & 0 & -7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -11 & 4 & 5 \\ 8 & -13 & 5 \\ 2 & 1 & -7 \end{vmatrix}} = \frac{-80(67)}{-512} = \frac{-5360}{-512} = 10,47\text{V}$$

$$V_3 = \frac{\begin{vmatrix} -11 & 4 & 0 \\ 8 & -13 & -80 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -11 & 4 & 5 \\ 8 & -13 & 5 \\ 2 & 1 & -7 \end{vmatrix}} = \frac{80(-19)}{-512} = \frac{-1520}{-512} = 2,97\text{V}$$

P2.52 Het linkerknooppunt (met een stroombron van 1 A) noemen we KP1 met spanning V_1 . De vuistregel om geen knooppuntvergelijkingen op te stellen van knooppunten waar een spanningsbron aan hangt, geldt ook hier. Als we het middelste knooppunt KP2 noemen (met spanning V_2), het rechter knooppunt KP3 (met spanning V_3) en het onderste knooppunt GND noemen, dan kunnen we de volgende vergelijkingen opstellen:

$$\text{KP1: } 1 + \frac{0 - V_1}{2} + \frac{V_2 - V_1}{5} = 0 \Rightarrow 10 - 5V_1 + 2V_2 - 2V_1 = 0 \Rightarrow 7V_1 - 2V_2 = 10.$$

$$\text{GND: } -1 + \frac{V_1 - 0}{2} + \frac{V_2 - 0}{10} - 2 = 0 \Rightarrow -30 + 5V_1 + V_2 = 0 \Rightarrow 5V_1 + V_2 = 30.$$

Gratis vergelijking door spanningsbron: $V_2 = V_3 + 15$, oftewel: $V_3 = V_2 - 15$.

$$\begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 30 \end{pmatrix}. \text{ Dit oplossen m.b.v. de regel van Kramer:}$$

$$V_1 = \frac{\begin{vmatrix} 10 & -2 \\ 30 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 7 & -2 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{70}{17} = 4,12\text{V} \text{ en } V_2 = \frac{\begin{vmatrix} 7 & 10 \\ 5 & 30 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 7 & -2 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{160}{17} = 9,41\text{V}$$

$$\text{Met } V_3 = V_2 - 15 = -5,59\text{V}$$

$$I_1 = \frac{V_2 - V_1}{5} = 1,06\text{A}.$$

De $20\ \Omega$ weerstand heeft geen effect op de vergelijkingen en de oplossing ervan. Dat komt omdat een andere weerstandswaarde direct gecompenseerd wordt door de spanningsbron van 15 V , die meer/minder stroom gaat leveren.

P2.53 KP1: $\frac{0 - V_1}{20} + \frac{V_2 - V_1}{10} - 5 = 0 \Rightarrow -V_1 + 2V_2 - 2V_1 - 100 = 0 \Rightarrow 3V_1 - 2V_2 = -100.$

KP2: $\frac{0 - V_2}{8} + \frac{V_1 - V_2}{10} + \frac{V_3 - V_2}{4} = 0 \Rightarrow -5V_2 + 4V_1 - 4V_2 + 10V_3 - 10V_2 = 0 \Rightarrow 4V_1 - 19V_2 + 10V_3 = 0.$

KP3: $5 + \frac{0 - V_3}{15 + 5} + \frac{V_2 - V_3}{4} = 0 \Rightarrow 100 - V_3 + 5V_2 - 5V_3 = 0 \Rightarrow 5V_2 - 6V_3 = -100.$

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 4 & -19 & 10 \\ 0 & 5 & -6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -100 \\ 0 \\ -100 \end{pmatrix}.$$

Dit oplossen m.b.v. de regel van Kramer:

$$V_1 = \frac{\begin{vmatrix} -100 & -2 & 0 \\ 0 & -19 & 10 \\ -100 & 5 & -6 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 4 & -19 & 10 \\ 0 & 5 & -6 \end{vmatrix}} = \frac{-100(114 - 50) - 100(-20)}{3(114 - 50) - 4(12)} = \frac{-4400}{144} = -30,56\text{ V}$$

$$V_2 = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -100 & 0 \\ 4 & 0 & 10 \\ 0 & -100 & -6 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 4 & -19 & 10 \\ 0 & 5 & -6 \end{vmatrix}} = \frac{3 \cdot 1000 - 4 \cdot 600}{144} = \frac{600}{144} = 4,17\text{V}$$

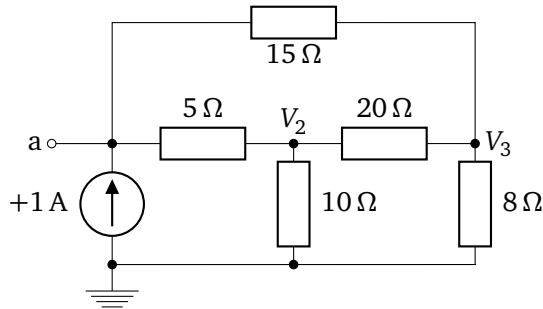
$$V_3 = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -2 & -100 \\ 4 & -19 & 0 \\ 0 & 5 & -100 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 4 & -19 & 10 \\ 0 & 5 & -6 \end{vmatrix}} = \frac{3 \cdot 1900 - 4 \cdot 700}{144} = \frac{2900}{144} = 20,14\text{V}$$

P2.54 Bij het opstellen van knooppuntvergelijkingen, kun je altijd meer vergelijkingen opstellen dan je nodig hebt. Vermijd het opstellen van knooppuntvergelijkingen als er een spanningsbron aan hangt (de stroom door een spanningsbron is meestal onbekend). Hambley noemt dit supernodes, maar beter is om op zoek te gaan naar een ander knooppunt, waar geen spanningsbron aan hangt. Het GND knooppunt mag ook gebruikt worden om een knooppuntvergelijking van op te stellen.

P2.55 We gebruiken Matlab niet, maar gaan uit van het schema van [schakeling 5](#) om de vergelijkingen op te stellen. In dit geval volstaat het om alleen de spanning V_a op te lossen, want de vervangingsweerstand $R_v = \frac{V_a}{1\text{A}}$.

$$\text{KPa: } 1 + \frac{V_2 - V_a}{5} + \frac{V_3 - V_a}{15} = 0 \Rightarrow 15 + 3V_2 - 3V_a + V_3 - V_a = 0 \Rightarrow -4V_a + 3V_2 + V_3 = -15.$$

$$\text{KP2: } \frac{V_a - V_2}{5} + \frac{0 - V_2}{10} + \frac{V_3 - V_2}{20} = 0 \Rightarrow 4V_a - 4V_2 - 2V_2 + V_3 - V_2 = 0 \Rightarrow 4V_a - 7V_2 + V_3 = 0.$$

**Schakeling 5:** Figure P2.55

$$\text{KP3: } \frac{V_a - V_3}{15} + \frac{V_2 - V_3}{20} + \frac{0 - V_3}{8} = 0 \Rightarrow 8V_a - 8V_3 + 6V_2 - 6V_3 - 15V_3 = 0 \Rightarrow 8V_a + 6V_2 - 29V_3 = 0.$$

$$\begin{pmatrix} -4 & 3 & 1 \\ 4 & -7 & 1 \\ 8 & 6 & -29 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_a \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -15 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Dit oplossing voor V_a bepalen m.b.v. de regel van Kramer:

$$V_a = \frac{\begin{vmatrix} -15 & 3 & 1 \\ 0 & -7 & 1 \\ 0 & 6 & -29 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -4 & 3 & 1 \\ 4 & -7 & 1 \\ 8 & 6 & -29 \end{vmatrix}} = \frac{-15(203 - 6)}{-4(203 - 6) - 3(-116 - 8) + 1(24 + 56)} = \frac{-2955}{-336} = 8,79 \text{ V}$$

De vervangingsweerstand R_v is dus gelijk aan 8,79 Ω

P2.56 KP1: $1 + \frac{0 - V_1}{10} + \frac{V_2 - V_1}{5} = 0 \Rightarrow 10 - V_1 + 2V_2 - 2V_1 = 0 \Rightarrow 3V_1 - 2V_2 = 10.$

KP2: $I_x - \frac{1}{2}I_x + \frac{0 - V_2}{20} = 0 \Rightarrow 10I_x - V_2 = 0.$

I_x is gelijk aan: $I_x = \frac{V_1 - V_2}{5}$, dit invullen in KP2 levert op:

$$10\left(\frac{V_1 - V_2}{5}\right) - V_2 = 0 \Rightarrow 2V_1 - 3V_2 = 0.$$

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \end{pmatrix}. \text{ Dit oplossen m.b.v. de regel van Kramer:}$$

$$V_1 = \frac{\begin{vmatrix} 10 & -2 \\ 0 & -3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}} = \frac{-30}{-5} = 6\text{ V en } V_2 = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 10 \\ 2 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}} = \frac{-20}{-5} = 4\text{ V}$$

$$\text{Met } I_x = \frac{V_1 - V_2}{5} = 0,4\text{ A.}$$

P2.57 Omdat $V_x = V_2 - V_1$, volstaat het hier om twee vergelijkingen met twee onbekenden (V_1 en V_2) op te stellen. Indien er V_x in een vergelijking komt te staan, kun je deze vergelijking substitueren.

$$\begin{aligned} \text{KP1: } 1 + \frac{0 - V_1}{5} + \frac{2V_x - V_1}{15} + \frac{V_2 - V_1}{10} &= 0 \Rightarrow 30 - 6V_1 + 4V_x - 2V_1 + 3V_2 - 3V_1 = \\ 0 &\Rightarrow -11V_1 + 4V_x + 3V_2 = -30 \Rightarrow -11V_1 + 4(V_2 - V_1) + 3V_2 = -30 \Rightarrow \\ -11V_1 + 4V_2 - 4V_1 + 3V_2 &= -30 \Rightarrow -15V_1 + 7V_2 = -30 \Rightarrow 15V_1 - 7V_2 = 30. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{KP2: } \frac{2V_x - V_2}{10} + \frac{0 - V_2}{5} + \frac{V_1 - V_2}{10} + 2 &= 0 \Rightarrow 2V_x - V_2 - 2V_2 + V_1 - V_2 + 20 = \\ 0 &\Rightarrow 2(V_2 - V_1) - 4V_2 + V_1 = -20 \Rightarrow 2V_2 - 2V_1 - 4V_2 + V_1 = -20 \Rightarrow \\ -V_1 - 2V_2 &= -20 \Rightarrow V_1 + 2V_2 = 20. \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} 15 & -7 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30 \\ 20 \end{pmatrix}. \text{ Dit oplossen m.b.v. de regel van Kramer:}$$

$$V_1 = \frac{\begin{vmatrix} 30 & -7 \\ 20 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 15 & -7 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{200}{37} = 5,405\text{ V en } V_2 = \frac{\begin{vmatrix} 15 & 30 \\ 1 & 20 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 15 & -7 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{270}{37} = 7,297\text{ V}$$

$$V_x = V_2 - V_1 = 1,89\text{ V}$$

P2.58 Omdat er een (stroomgestuurde) spanningsbron aangesloten is op KP1 en KP2, stellen we hier geen knooppuntvergelijking voor op. Wel krijgen we een gratis vergelijking, namelijk: $V_1 = V_2 + aI_x$, met $a = 5 \text{ V/A}$ en $I_x = \frac{0 - V_1}{10}$. Dit bij elkaar invullen levert: $V_1 = V_2 + 5 \frac{0 - V_1}{10} \Rightarrow 10V_1 - 10V_2 + 5V_1 = 0 \Rightarrow 15V_1 - 10V_2 = 0 \Rightarrow 3V_1 - 2V_2 = 0$.

De tweede vergelijking krijgen we door een knooppuntvergelijking te bepalen voor het GND knooppunt: $-5 + \frac{V_1 - 0}{10} + \frac{V_2 - 0}{20} - 3 = 0 \Rightarrow -160 + 2V_1 + V_2 = 0 \Rightarrow 2V_1 + V_2 = 160$.

$\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 160 \end{pmatrix}$. Dit oplossen m.b.v. de regel van Kramer:

$$V_1 = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -2 \\ 160 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{320}{7} = 45,71 \text{ V} \text{ en } V_2 = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 160 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{480}{7} = 68,57 \text{ V}$$

$$V_x = V_2 - V_1 = 1,89 \text{ V}$$

Het vermogen in de weerstand van 8Ω is nu gelijk aan: $P = \frac{(V_2 - V_1)^2}{8} = 65,3 \text{ W}$.

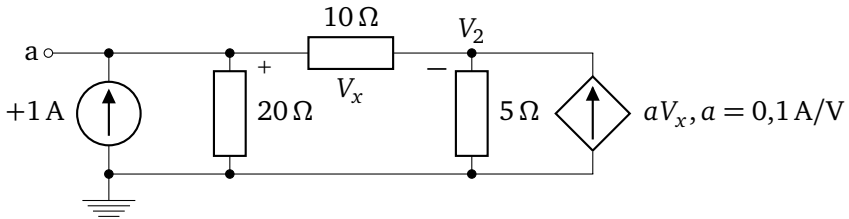
P2.59 We beginnen met I_x : $I_x = \frac{5I_x - V_2}{10} \Rightarrow 10I_x = 5I_x - V_2 \Rightarrow I_x = -\frac{1}{5}V_2$.

$$\text{KP1: } 1 + 2 + \frac{5I_x - V_1}{5} = 0 \Rightarrow 3 + \frac{-V_2 - V_1}{5} = 0 \Rightarrow 15 - V_2 - V_1 = 0 \Rightarrow V_1 + V_2 = 15.$$

$$\text{KP2: } I_x + \frac{0 - V_2}{10} - 3 = 0 \Rightarrow -2V_2 - V_2 - 30 = 0 \Rightarrow V_2 = -10 \text{ V}.$$

Hiermee wordt V_1 gelijk aan $15 - V_2 = 25 \text{ V}$. Geen regel van Kramer meer nodig.

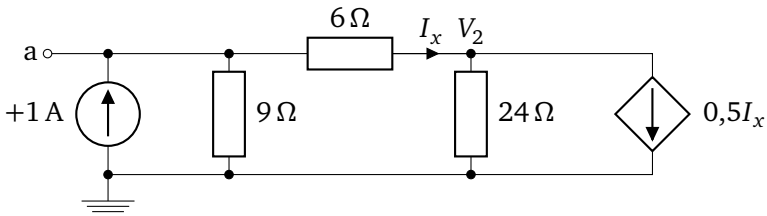
P2.60 Zie [schakeling 6](#) KP1: $1 + \frac{0 - V_a}{20} + \frac{V_2 - V_a}{10} = 0 \Rightarrow 20 - V_a + 2V_2 - 2V_a = 0 \Rightarrow 3V_a - 2V_2 = 20$.

**Schakeling 6:** Figure P2.60

$$\text{KP2: } \frac{V_a - V_2}{10} + \frac{0 - V_2}{5} + \frac{V_x}{10} = 0 \Rightarrow V_a - V_2 - 2V_2 + V_x = 0 \Rightarrow V_a - 3V_2 + V_a - V_2 = 0 \Rightarrow 2V_a - 4V_2 = 0 \Rightarrow V_a - 2V_2 = 0.$$

Een keertje niet met Kramer, maar deze vergelijking substitueren in KP1 geeft: $3(2V_2) - 2V_2 = 20 \Rightarrow V_2 = 5\text{ V}$ en $V_a = 10\text{ V}$. De vervangingsweerstand van deze schakeling is dus gelijk aan 10Ω .

P2.61 Zie [schakeling 7](#) KP1: $1 + \frac{0 - V_a}{9} + \frac{V_2 - V_a}{6} = 0 \Rightarrow 18 - 2V_a + 3V_2 - 3V_a =$

**Schakeling 7:** Figure P2.61

$$0 \Rightarrow 5V_a - 3V_2 = 18.$$

$$\text{KP2: } \frac{V_a - V_2}{6} + \frac{0 - V_2}{24} - \frac{I_x}{2} = 0 \Rightarrow 4V_a - 4V_2 - V_2 - 12I_x = 0 \Rightarrow 4V_a - 5V_2 - 12 \frac{V_a - V_2}{6} = 0 \Rightarrow 2V_a - 3V_2 = 0 \Rightarrow V_a = 1.5V_2.$$

Ook deze keer geen Kramer, maar deze vergelijking substitueren in KP1 geeft:

$5(1.5V_2) - 3V_2 = 18 \Rightarrow V_2 = 4V$ en $V_a = 6V$. De vervangingsweerstand van deze schakeling is dus gelijk aan 6Ω .

P2.62 We gebruiken geen Matlab, maar kunnen deze schakeling wel oplossen.

$$\text{KP1: } \frac{V_{in} - V_1}{R_1} + \frac{V_{out} - V_1}{R_1} + \frac{V_2 - V_1}{R_1} = 0 \Rightarrow 3V_1 - V_2 - V_{out} = V_{in}.$$

$$\text{KP2: } \frac{V_1 - V_2}{R_1} + \frac{V_{out} - V_2}{R_1} + \frac{0 - V_2}{R_1} = 0 \Rightarrow V_1 - 3V_2 + V_{out} = 0.$$

$$\text{KP3: } \frac{V_1 - V_{out}}{R_1} + \frac{V_2 - V_{out}}{R_1} + \frac{0 - V_{out}}{R_2} = 0 \Rightarrow V_1 + V_2 - \left(2 + \frac{R_1}{R_2}\right)V_{out} = 0.$$

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -2 - \frac{R_1}{R_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_{out} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{in} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Als we nu V_{out} willen bepalen, dan is dat gelijk aan $\frac{D_3}{D}$.

$$V_{out} = \frac{D_3}{D} = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -1 & V_{in} \\ 1 & -3 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -2 - \frac{R_1}{R_2} \end{vmatrix}} = \frac{V_{in} \cdot 4}{3 \cdot \left(5 + 3\frac{R_1}{R_2}\right) - 1 \cdot \left(3 + \frac{R_1}{R_2}\right) + 1 \cdot -4}$$

$$V_{out} = \frac{4V_{in}}{8 + 8 \cdot \frac{R_1}{R_2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{V_{in}}{1 + \frac{R_1}{R_2}}$$

$$\text{Dus } \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}.$$

P2.63 Vermijd knooppunten waarin een spanningsbron aanwezig is. In dit geval is dat bij KP1 en bij KP2. Het levert alvast een eerste gratis vergelijking op: $V_1 = V_4 + 10$, oftewel $V_4 = V_1 - 10$. Bij iedere vergelijking waar V_4 in staat, dit invullen.

Let op: bij deze vergelijking noteren we de weerstand in $k\Omega$, zodat de stroom

in milli-ampere komt te staan!

$$\text{KP2: } \frac{0 - V_2}{2} + \frac{V_3 - V_2}{3} + \frac{V_1 - V_2}{4} = 0 \Rightarrow -6V_2 + 4V_3 - 4V_2 + 3V_1 - 3V_2 = 0 \Rightarrow 3V_1 - 13V_2 + 4V_3 = 0.$$

$$\text{KP3: } \frac{V_2 - V_3}{3} + 2 + \frac{V_4 - V_3}{2} + \frac{V_1 - V_3}{1} = 0 \Rightarrow 2V_2 - 2V_3 + 12 + 3V_4 - 3V_3 + 6V_1 - 6V_3 = 0 \Rightarrow 6V_1 + 2V_2 - 11V_3 + 3(V_1 - 10) = -12 \Rightarrow 9V_1 + 2V_2 - 11V_3 = 18.$$

$$\text{GND: } \frac{V_2 - 0}{2} - 2 + \frac{V_4 - 0}{5} = 0 \Rightarrow 5V_2 - 20 + 2V_4 = 0 \Rightarrow 5V_2 + 2(V_1 - 10) = 20 \Rightarrow 2V_1 + 5V_2 = 40.$$

$$\begin{pmatrix} 3 & -13 & 4 \\ 9 & 2 & -11 \\ 2 & 5 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 18 \\ 40 \end{pmatrix}.$$

Oplossen m.b.v. de regel van Kramer:

$$V_1 = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -13 & 4 \\ 18 & 2 & -11 \\ 40 & 5 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -13 & 4 \\ 9 & 2 & -11 \\ 2 & 5 & 0 \end{vmatrix}} = \frac{-18 \cdot -20 + 40 \cdot 135}{4 \cdot 41 + 11 \cdot 41} = \frac{5760}{615} = 9,366 \text{ V}$$

$$V_2 = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 0 & 4 \\ 9 & 18 & -11 \\ 2 & 40 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -13 & 4 \\ 9 & 2 & -11 \\ 2 & 5 & 0 \end{vmatrix}} = \frac{3 \cdot 440 + 4 \cdot 324}{615} = \frac{2616}{615} = 4,2254 \text{ V}$$

$$V_3 = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -13 & 0 \\ 9 & 2 & 18 \\ 2 & 5 & 40 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -13 & 4 \\ 9 & 2 & -11 \\ 2 & 5 & 0 \end{vmatrix}} = \frac{3 \cdot -10 + 13 \cdot 324}{615} = \frac{4182}{615} = 6,8 \text{ V}$$

Als laatste: $V_4 = V_1 - 10 = -0,634 \text{ V}$

2.5 Mesh-Current Analysis

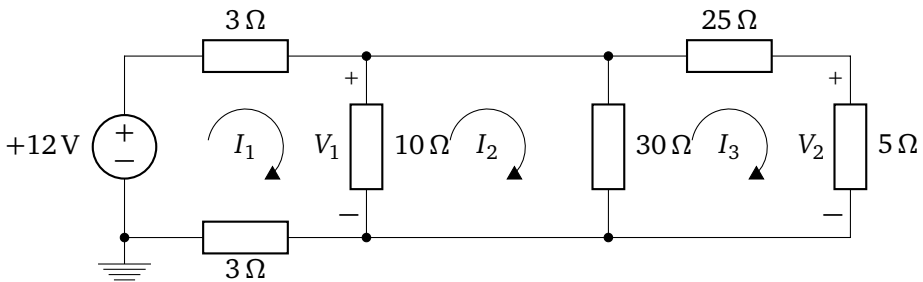
P2.65 Lus 1: $-20 + 5I_1 + 15(I_1 - I_2) = 0 \Rightarrow 20I_1 - 15I_2 = 20 \Rightarrow 4I_1 - 3I_2 = 4$.
 Lus 2: $-10 + 15(I_2 - I_1) + 10I_2 = 0 \Rightarrow -15I_1 + 25I_2 = 10 \Rightarrow -3I_1 + 5I_2 = 2$.

$$\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$
. Dit oplossen m.b.v. de regel van Kramer:

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & -3 \\ -3 & 5 \end{vmatrix}} = \frac{26}{11} = 2,364 \text{ A en } I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 4 \\ -3 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & -3 \\ -3 & 5 \end{vmatrix}} = \frac{20}{11} = 1,818 \text{ A}$$

Het vermogen in de 15Ω weerstand is gelijk aan: $P = (I_2 - I_1)^2 \cdot 15 = 4,471 \text{ W}$.

P2.66 In [schakeling 8](#) staat de schakeling van P2.24, waarbij de lusstromen ingetekend zijn.



Schakeling 8: Schakeling van P2.24

Lus 1: $-12 + 3I_1 + 10(I_1 - I_2) + 3I_1 = 0 \Rightarrow 16I_1 - 10I_2 = 12 \Rightarrow 8I_1 - 5I_2 = 6$.
 Lus 2: $10(I_2 - I_1) + 30(I_2 - I_3) = 0 \Rightarrow -10I_1 + 40I_2 - 30I_3 = 0 \Rightarrow I_1 - 4I_2 + 3I_3 = 0$.
 Lus 3: $30(I_3 - I_2) + (25 + 5)I_3 = 0 \Rightarrow -30I_2 + 60I_3 = 0 \Rightarrow I_2 - 2I_3 = 0$.

$$\begin{pmatrix} 8 & -5 & 0 \\ 1 & -4 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Oplossen m.b.v. de regel van Kramer:

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 6 & -5 & 0 \\ 0 & -4 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 8 & -5 & 0 \\ 1 & -4 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix}} = \frac{6 \cdot 5}{8 \cdot 5 - 1 \cdot 10} = \frac{30}{30} = 1 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 6 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & -2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 8 & -5 & 0 \\ 1 & -4 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix}} = \frac{-6 \cdot -2}{30} = \frac{12}{30} = 0,4 \text{ A}$$

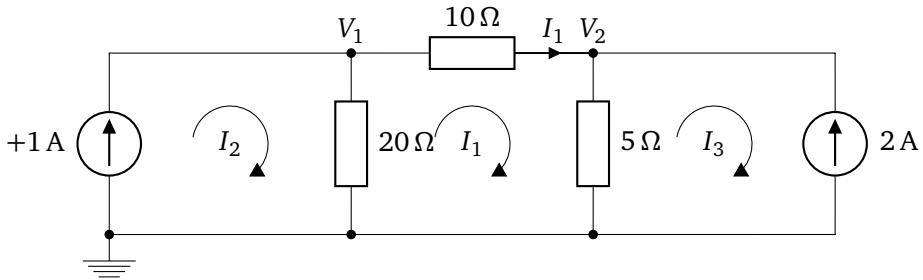
$$I_3 = \frac{\begin{vmatrix} 8 & -5 & 6 \\ 1 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 8 & -5 & 0 \\ 1 & -4 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix}} = \frac{6 \cdot 1}{30} = 0,2 \text{ A}$$

De waarde van V_2 is nu gelijk aan $I_3 \cdot 5 = 1,0 \text{ V}$. Het vermogen dat door de spanningsbron geleverd wordt is gelijk aan $12 \cdot I_1 = 12 \text{ W}$.

P2.67 In [schakeling 9](#) staat de schakeling van P2.48, waarbij de lusstromen ingetekend zijn.

Lus 1: $I_2 = +1 \text{ A}$.

Lus 3: $I_3 = -2 \text{ A}$.

**Schakeling 9:** Schakeling van P2.48

$$\begin{aligned} \text{Lus 2: } 20(I_1 - I_2) + 10I_1 + 5(I_1 - I_3) &= 0 \Rightarrow 20I_1 - 20 + 10I_1 + 5I_1 + 10 = \\ 0 &\Rightarrow 35I_1 = 10 \Rightarrow I_1 = 0,286 \text{ A.} \end{aligned}$$

P2.68 Lus 1: $5I_1 + 7(I_1 - I_3) + 31 = 0 \Rightarrow 12I_1 - 7I_3 = -31.$

Lus 2: $-31 + 11(I_2 - I_3) + 3I_2 = 0 \Rightarrow 14I_2 - 11I_3 = 31.$

Lus 3: $1 \cdot I_3 + 11(I_3 - I_2) + 7(I_3 - I_1) = 0 \Rightarrow 7I_1 + 11I_2 - 19I_3 = 0.$

$$\begin{pmatrix} 12 & 0 & -7 \\ 0 & 14 & -11 \\ 7 & 11 & -19 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -31 \\ 31 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Oplossen m.b.v. de regel van Kramer:

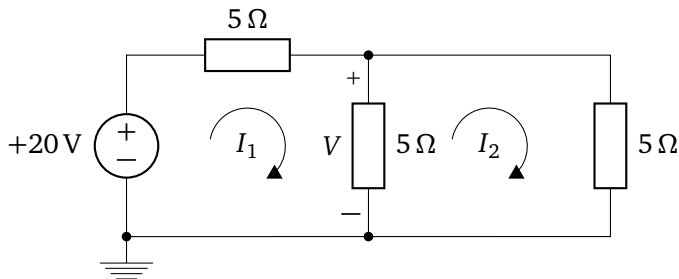
$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} -31 & 0 & -7 \\ 31 & 14 & -11 \\ 0 & 11 & -19 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 12 & 0 & -7 \\ 0 & 14 & -11 \\ 7 & 11 & -19 \end{vmatrix}} = \frac{-31 \cdot (-266 + 121) - 31 \cdot 77}{12 \cdot (-266 + 121) + 7 \cdot 98} = \frac{2108}{-1054} = -2 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 12 & -31 & -7 \\ 0 & 31 & -11 \\ 7 & 0 & -19 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 12 & 0 & -7 \\ 0 & 14 & -11 \\ 7 & 11 & -19 \end{vmatrix}} = \frac{12 \cdot (-589) + 7 \cdot (341 + 217)}{-1054} = \frac{-3162}{-1054} = +3,0 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{\begin{vmatrix} 12 & 0 & -31 \\ 0 & 14 & 31 \\ 7 & 11 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 12 & 0 & -7 \\ 0 & 14 & -11 \\ 7 & 11 & -19 \end{vmatrix}} = \frac{12 \cdot (-341) + 7 \cdot 434}{-1054} = \frac{-1054}{-1054} = +1 \text{ A}$$

De spanningsbron levert nu $31 \text{ V} \cdot (I_2 - I_1) = 31 \cdot 5 = 155 \text{ W}$. Dus $P_U = -155 \text{ W}$.

P2.69 In [schakeling 10](#) staat de schakeling van P2.38, waarbij de lusstromen ingetekend zijn.



Schakeling 10: Schakeling van P2.38

$$\text{Lus 1: } -20 + 5I_1 + 5(I_1 - I_2) = 0 \Rightarrow 10I_1 - 5I_2 = 20 \Rightarrow 2I_1 - I_2 = 4.$$

$$\text{Lus 2: } 5(I_2 - I_1) + 5I_2 = 0 \Rightarrow -5I_1 + 10I_2 = 0 \Rightarrow I_1 = 2I_2.$$

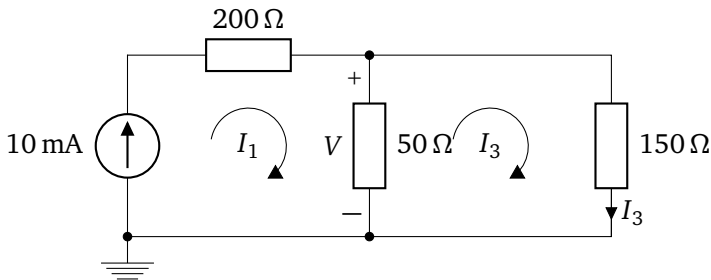
$$\text{De tweede vergelijking invullen in de eerste levert: } 2(2I_2) - I_2 = 4 \Rightarrow 3I_2 = 4 \Rightarrow I_2 = 1,33 \text{ A}.$$

Hiermee wordt $I_1 = 2I_2 = 2,66\text{ A}$. De spanning V is nu gelijk aan $5 \cdot (I_1 - I_2) = 6,67\text{ V}$.

P2.70 In [schakeling 11](#) staat de schakeling van P2.39, waarbij de lusstromen ingetekend zijn.

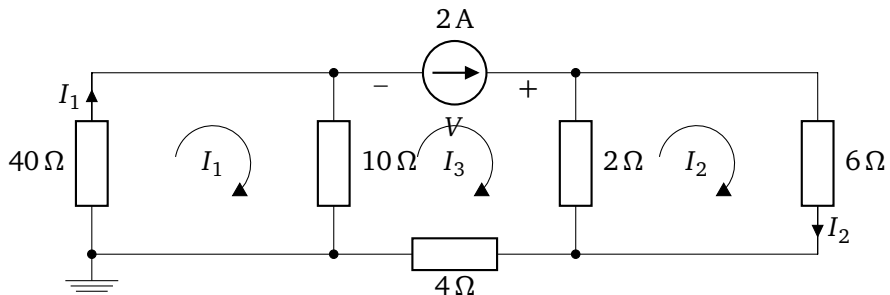
Lus 1: $I_1 = 10\text{ mA}$.

Lus 2: $150I_3 + 50(I_3 - I_1) = 0 \Rightarrow 200I_3 - 50I_1 = 0 \Rightarrow I_3 = \frac{1}{4}I_1 = 2,5\text{ mA}$.



Schakeling 11: Schakeling van P2.39

P2.71 In [schakeling 12](#) staat de schakeling van P2.27, waarbij de lusstromen ingetekend zijn.



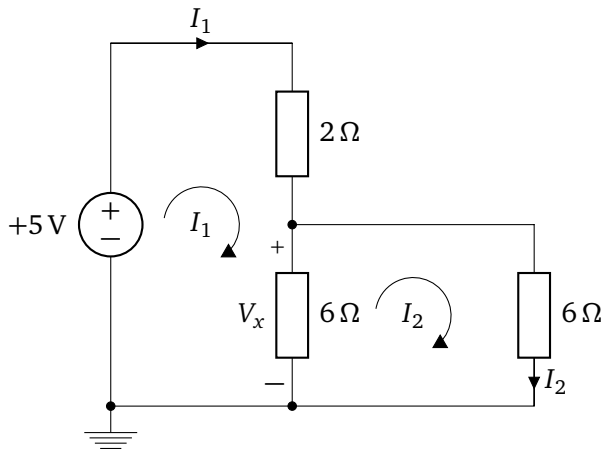
Schakeling 12: Schakeling van P2.27

Lus 3: $I_3 = 2 \text{ A}$.

Lus 1: $40I_1 + 10(I_1 - I_3) = 0 \Rightarrow 50I_1 - 10I_3 = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{1}{5}I_3 = 0,4 \text{ A}$.

Lus 2: $6I_2 + 2(I_2 - I_3) = 0 \Rightarrow 8I_2 - 2I_3 = 0 \Rightarrow I_2 = \frac{1}{4}I_3 = 0,5 \text{ A}$.

P2.72 In [schakeling 13](#) staat de schakeling van P2.23, waarbij de lusstromen ingetekend zijn.



Schakeling 13: Figure P2.23

Lus 1: $-5 + 2I_1 + 6(I_1 - I_2) = 0 \Rightarrow 8I_1 - 6I_2 = 5$.

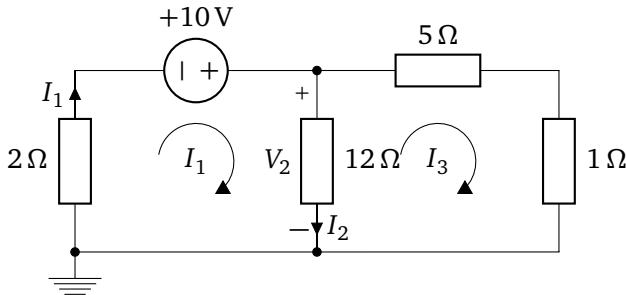
Lus 2: $6I_2 + 6(I_2 - I_1) = 0 \Rightarrow 12I_2 - 6I_1 = 0 \Rightarrow I_1 = 2I_2$.

De tweede vergelijking invullen in de eerste vergelijking levert: $8(2I_2) - 6I_2 = 5 \Rightarrow 10I_2 = 5 \Rightarrow I_2 = 0,5 \text{ A}$. Dus $I_1 = 1 \text{ A}$.

Het vermogen dat de spanningsbron levert is dus gelijk aan $5 \text{ V} \cdot 1 = 5 \text{ W}$.

Dus $P_U = -5 \text{ W}$.

P2.73 In [schakeling 14](#) staat de schakeling van P2.29, waarbij de lusstromen ingetekend zijn.

**Schakeling 14:** Schakeling van P2.29

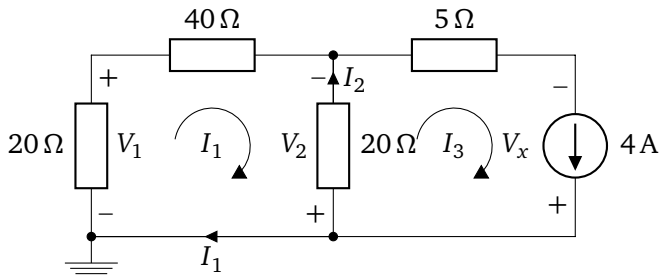
Lus 1: $2I_1 - 10 + 12(I_1 - I_3) = 0 \Rightarrow 14I_1 - 12I_3 = 10 \Rightarrow 7I_1 - 6I_3 = 5$.

Lus 2: $(5 + 1)I_3 + 12(I_3 - I_1) = 0 \Rightarrow 18I_3 - 12I_1 = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{3}{2}I_3$.

Deze 2e vergelijking invullen in de 1e vergelijking levert: $7(\frac{3}{2}I_3) - 6I_3 = 5 \Rightarrow \frac{9}{2}I_3 = 5 \Rightarrow I_3 = 1,11 \text{ A}$.

Dus $I_1 = 1,67 \text{ A}$ en $I_2 = I_1 - I_3 = 0,56 \text{ A}$.

P2.74 In [schakeling 15](#) staat de schakeling van P2.28, waarbij de lusstromen ingetekend zijn.

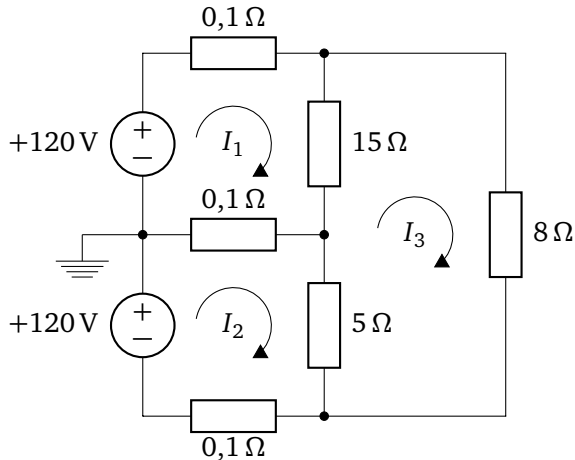
**Schakeling 15:** Schakeling van P2.28

Lus 1: $(20 + 40)I_1 + 20(I_1 - I_3) = 0 \Rightarrow 80I_1 - 20I_3 = 0 \Rightarrow I_3 = 4I_1$.

Lus 3: $I_3 = 4 \text{ A}$. Dit invullen in de 1e vergelijking levert: $I_1 = 1 \text{ A}$.

Daarmee wordt $I_2 = I_3 - I_1 = 3 \text{ A}$.

P2.75 In [schakeling 16](#) staat de schakeling van P2.75, waarbij de lusstromen ingetekend zijn.



Schakeling 16: Schakeling van P2.75

$$\begin{aligned}
 \text{A Lus 1: } & -120 + 0.1I_1 + 15(I_1 - I_3) + 0.1(I_1 - I_2) = 0 \\
 & 15.2I_1 - 0.1I_2 - 15I_3 = 120; \\
 \text{Lus 2: } & -120 + 0.1(I_2 - I_1) + 5(I_2 - I_3) + 0.1I_2 = 0 \\
 & -0.1I_1 + 5.2I_2 - 5I_3 = 120; \\
 \text{Lus 3: } & 8I_3 + 5(I_3 - I_2) + 15(I_3 - I_1) = 0 \\
 & -15I_1 - 5I_2 + 28I_3 = 0; \\
 & \begin{pmatrix} 15.2 & -0.1 & -15 \\ -0.1 & 5.2 & -5 \\ -15 & -5 & 28 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 120 \\ 120 \\ 0 \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

Oplossen m.b.v. de regel van Kramer:

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 120 & -0.1 & -15 \\ 120 & 5.2 & -5 \\ 0 & -5 & 28 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 15.2 & -0.1 & -15 \\ -0.1 & 5.2 & -5 \\ -15 & -5 & 28 \end{vmatrix}} = \frac{120(120.6) - 120(-77.8)}{15.2(120.6) + 0.1(-77.8) - 15(78.5)} =$$

$$\frac{23808}{647.84} = 36,75 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 15.2 & 120 & -15 \\ -0.1 & 120 & -5 \\ -15 & 0 & 28 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 15.2 & -0.1 & -15 \\ -0.1 & 5.2 & -5 \\ -15 & -5 & 28 \end{vmatrix}} = \frac{-120(-77.8) + 120(200.6)}{647.84} = \frac{33408}{647.84} =$$

$$51,57 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{\begin{vmatrix} 15.2 & -0.1 & 120 \\ -0.1 & 5.2 & 120 \\ -15 & -5 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 15.2 & -0.1 & -15 \\ -0.1 & 5.2 & -5 \\ -15 & -5 & 28 \end{vmatrix}} = \frac{120(78.5) - 120(-77.5)}{647.84} = \frac{18720}{647.84} =$$

$$28,90 \text{ A}$$

Hiermee kunnen de gevraagde spanningen uitgerekend worden:

$$U_1 = (I_1 - I_3) \cdot 15 = 117,8 \text{ V}$$

$$U_2 = (I_2 - I_3) \cdot 5 = 113,4 \text{ V}$$

$$U_3 = I_3 \cdot 8 = 231,2 \text{ V}$$

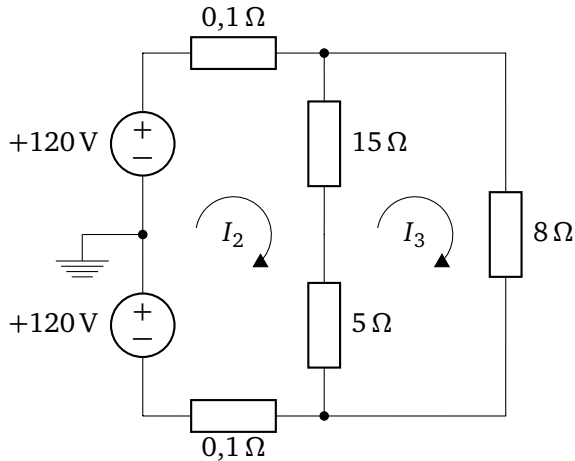
B Door een aardfout kan de schakeling van [schakeling 17](#) ontstaan.

$$\text{Lus 2: } -240 + 0.1I_2 + (15 + 5)(I_2 - I_3) + 0.1I_2 = 0$$

$$20.2I_2 - 20I_3 = 240;$$

$$\text{Lus 3: } 8I_3 + (5 + 15)(I_3 - I_2) = 0$$

$$-20I_2 + 28I_3 = 0;$$



Schakeling 17: Schakeling van P2.75-b

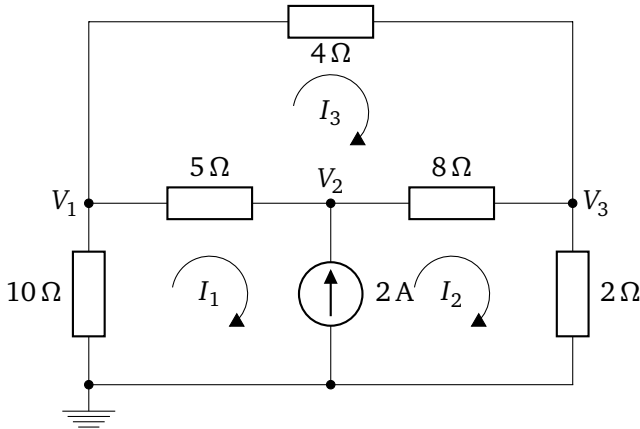
$\begin{pmatrix} 20.2 & -20 \\ -20.2 & 28 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 240 \\ 0 \end{pmatrix}$. Dit oplossen m.b.v. de regel van Kramer:

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 240 & -20 \\ 0 & 28 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 20.2 & -20 \\ -20.2 & 28 \end{vmatrix}} = \frac{6720}{161.6} = 41,58 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{\begin{vmatrix} 20.2 & 240 \\ -20.2 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 20.2 & -20 \\ -20.2 & 28 \end{vmatrix}} = \frac{4848}{161.6} = 30 \text{ A}$$

De spanning over de weerstand van 15Ω wordt nu gelijk aan $15 \cdot (I_2 - I_3) = 173,7 \text{ V}$. Voor een apparaat dat normaal op 120 V zou dit wel eens een te hoge spanning kunnen zijn.

P2.76 In [schakeling 18](#) staat de schakeling van P2.51, waarbij de lusstromen ingetekend zijn.



Schakeling 18: Figure P2.51

De lussen door de stroombron leveren een gratis eerste vergelijking op: $I_2 - I_1 = 2 \Rightarrow I_1 = I_2 - 2$. Deze vergelijking nu invullen in de andere vergelijkingen als er een I_1 in staat.

$$\text{Lus 3: } 4I_3 + 8(I_3 - I_2) + 5(I_3 - I_1) = 0 \Rightarrow -5I_1 - 8I_2 + 17I_3 = 0 \Rightarrow -5(I_2 - 2) - 8I_2 + 17I_3 = 0 \Rightarrow 13I_2 - 17I_3 = 10.$$

$$\text{Lus buitenom: } 10I_1 + 4I_3 + 2I_2 = 0 \Rightarrow 10(I_2 - 2) + 4I_3 + 2I_2 = 0 \Rightarrow 12I_2 + 4I_3 = 20 \Rightarrow 3I_2 + I_3 = 5.$$

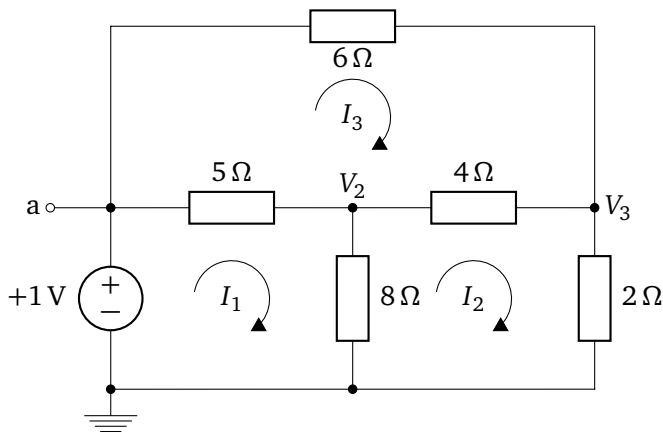
$$\begin{pmatrix} 13 & -17 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 5 \end{pmatrix}. \text{ Dit oplossen m.b.v. de regel van Kramer:}$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 10 & -17 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 13 & -17 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{95}{64} = 1,484 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{\begin{vmatrix} 13 & 10 \\ 3 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 13 & -17 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{35}{64} = 0,547 \text{ A}$$

I_1 is nu gelijk aan $I_2 - 2 = -0,516 \text{ A}$, V_3 is nu gelijk aan $2I_2 = 2,97 \text{ V}$.

P2.77 In [schakeling 19](#) staat de schakeling van P2.51, met de waarden van deze opgave en met de lusstromen erbij getekend.



Schakeling 19: Figuur P2.55 met waarden van P2.77

Lus 1: $-1 + 5(I_1 - I_3) + 8(I_1 - I_2) = 0 \Rightarrow 13I_1 - 8I_2 - 5I_3 = 1.$

Lus 2: $8(I_2 - I_1) + 4(I_2 - I_3) + 2I_2 = 0 \Rightarrow -8I_1 + 14I_2 - 4I_3 = 0 \Rightarrow 4I_1 - 7I_2 + 2I_3 = 0.$

Lus 3: $6I_3 + 4(I_3 - I_2) + 5(I_3 - I_1) = 0 \Rightarrow -5I_1 - 4I_2 + 15I_3 = 0.$

$$\begin{pmatrix} 13 & -8 & -5 \\ 4 & -7 & 2 \\ -5 & -4 & 15 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Oplossen m.b.v. de regel van Kramer:

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -8 & -5 \\ 0 & -7 & 2 \\ 0 & -4 & 15 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 13 & -8 & -5 \\ 4 & -7 & 2 \\ -5 & -4 & 15 \end{vmatrix}} = \frac{-105 + 8}{13(-105 + 8) - 4(-120 - 20) - 5(-16 - 35)} = \frac{-97}{-446} = 0,217 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 13 & 1 & -5 \\ 4 & 0 & 2 \\ -5 & 0 & 15 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 13 & -8 & -5 \\ 4 & -7 & 2 \\ -5 & -4 & 15 \end{vmatrix}} = \frac{-70}{-446} = 0,157 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{\begin{vmatrix} 13 & -8 & 1 \\ 4 & -7 & 0 \\ -5 & -4 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 13 & -8 & -5 \\ 4 & -7 & 2 \\ -5 & -4 & 15 \end{vmatrix}} = \frac{-51}{-446} = 0,114 \text{ A}$$

De totale stroom die de spanningsbron moet leveren is $I_1 = 0,217 \text{ A}$.

De vervangingsweerstand is nu gelijk aan $\frac{1}{0,217} = 4,60 \Omega$.

P2.78 In [schakeling 20](#) staat de schakeling van P2.1(a), waarbij de lusstromen ingetekend zijn.

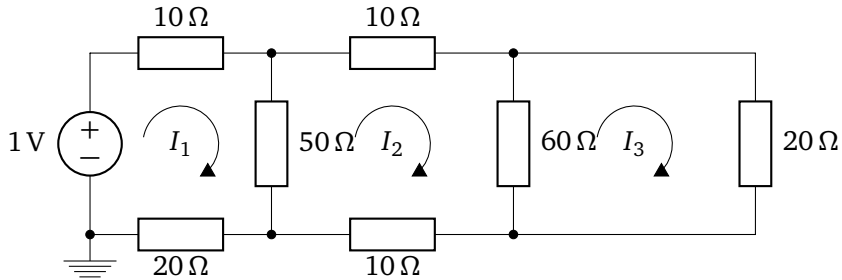
$$\text{Lus 3: } 20I_3 + 60(I_3 - I_2) = 0 \Rightarrow 80I_3 - 60I_2 = 0 \Rightarrow I_3 = \frac{3}{4}I_2.$$

$$\text{Lus 2: } (10 + 10)I_2 + 60(I_2 - I_3) + 50(I_2 - I_1) = 0 \Rightarrow -50I_1 + 130I_2 - 60I_3 = 0 \Rightarrow -50I_1 + 130I_2 - 45I_2 = 0 \Rightarrow I_1 = 1.7I_2.$$

$$\text{Lus 1: } -1 + (10 + 20)I_1 + 50(I_1 - I_2) = 0 \Rightarrow 80I_1 - 50I_2 = 1 \Rightarrow 136I_2 - 50I_2 = 1 \Rightarrow I_2 = \frac{1}{86} = 11,6 \text{ mA}.$$

Hiermee wordt $I_1 = 19,8 \text{ mA}$.

De vervangingsweerstand is dan gelijk aan $\frac{1}{19,8 \text{ mA}} = 50,59 \Omega$.

**Schakeling 20:** Schakeling van P2.1(a)

P2.79 We rekenen met de weerstand in $k\Omega$ en de stroom in mA . Bij de stroombron krijgen we een gratis vergelijking, namelijk: $I_4 - I_3 = 2$, oftewel: $I_4 = I_3 + 2$. Overall waar we I_4 tegenkomen, gebruiken we deze vergelijking.

Lus 1: $4I_1 + 1(I_1 - I_2) + 3(I_1 - I_3) = 0 \Rightarrow 8I_1 - I_2 - 3I_3 = 0$.

Lus 2: $10 + 2(I_2 - I_4) + 1(I_2 - I_1) = 0 \Rightarrow -I_1 + 3I_2 - 2I_4 = -10 \Rightarrow -I_1 + 3I_2 - 2(I_3 + 2) = -10 \Rightarrow I_1 - 3I_2 + 2I_3 = 6$.

Buitenste lus: $2I_3 + 4I_1 + 10 + 5I_4 = 0 \Rightarrow 4I_1 + 2I_3 + 5(I_3 + 2) = -10 \Rightarrow 4I_1 + 7I_3 = -20$.

$$\begin{pmatrix} 8 & -1 & -3 \\ 1 & -3 & 2 \\ 4 & 0 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ -20 \end{pmatrix}.$$

Oplossen m.b.v. de regel van Kramer:

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -1 & -3 \\ 6 & -3 & 2 \\ -20 & 0 & 7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 8 & -1 & -3 \\ 1 & -3 & 2 \\ 4 & 0 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{-6(-7) - 20(-11)}{8(-21) - 1(-7) + 4(-11)} = \frac{262}{-205} = -1,278 \text{ mA}$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 0 & -3 \\ 1 & 6 & 2 \\ 4 & -20 & 7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 8 & -1 & -3 \\ 1 & -3 & 2 \\ 4 & 0 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{8(82) - 3(-44)}{-205} = \frac{788}{-205} = -3,844 \text{ mA}$$

$$I_3 = \frac{\begin{vmatrix} 8 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & 6 \\ 4 & 0 & -20 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 8 & -1 & -3 \\ 1 & -3 & 2 \\ 4 & 0 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{8(60) + 1(-44)}{-205} = \frac{436}{-205} = -2,127 \text{ mA}$$

$$I_4 = I_3 + 2 = -0,127 \text{ mA.}$$

Controleer met antwoorden van P2.63:

$$\frac{0 - V_2}{2} = I_3 \Rightarrow V_2 = -2I_3 = 4,254 \text{ V, klopt.}$$

$$\frac{V_2 - V_1}{4} = I_1 \Rightarrow V_1 = V_2 - 4I_1 = 9,366 \text{ V, klopt.}$$

$$\frac{V_2 - V_3}{3} = I_3 - I_1 \Rightarrow V_3 = V_2 - 3(I_3 - I_1) = 6,8 \text{ V, klopt.}$$

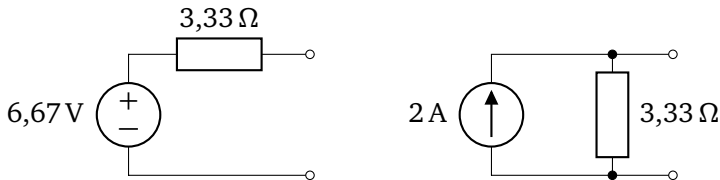
$$\frac{V_4 - 0}{5} = I_4 \Rightarrow V_4 = 5I_4 = -0,635 \text{ V, klopt.}$$

2.6 Thévenin and Norton Equivalent Circuits

P2.80 Stap 1: bepaal U_{oc} : $\frac{10 - U_{oc}}{10} + \frac{0 - U_{oc}}{5} + 1 = 0 \Rightarrow 10 - U_{oc} - 2U_{oc} + 10 = 0 \Rightarrow U_{oc} = \frac{20}{3} = 6,67 \text{ V}$.

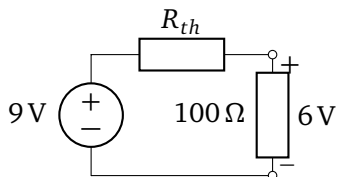
Stap 2: bepaal I_{sc} : $\frac{10 - 0}{10} + 1 - I_{sc} = 0 \Rightarrow I_{sc} = 2 \text{ A}$.

Stap 3: $R_{th} = \frac{U_{oc}}{I_{sc}} = \frac{6,67}{2} = 3,33 \Omega$.



Schakeling 21: Thévenin en Norton vervangingschakeling

P2.81 Zie [schakeling 22](#). Met de formule voor de spanningsdeling valt dit uit te rekenen: $6 = \frac{100}{100 + R_{th}} \cdot 9 \Rightarrow 100 + R_{th} = 150 \Rightarrow R_{th} = 50 \Omega$.



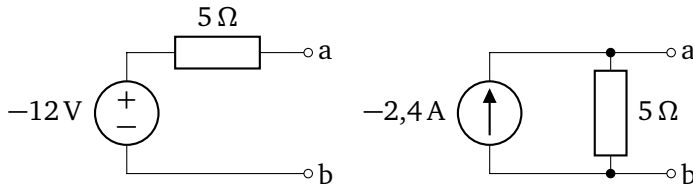
Schakeling 22: Schakeling van P2.81

P2.82 Stap 1: bepaal U_{oc} . Dit is gelijk aan U_{ab} in onbelaste toestand. Eerst de vervangingsweerstand bepalen: $(6 \Omega + 6 \Omega) // 24 \Omega = 8 \Omega$. Dan is de spanning over de stroombron gelijk aan -24 V .

U_{oc} is nu gelijk aan $-24 \cdot \frac{6}{6 + 6} = -12 \text{ V}$.

Stap 2: we krijgen nu $6\Omega // 24\Omega = 4,8\Omega$. de spanning over de stroombron wordt nu gelijk aan $-14,4\text{V}$, waarmee de kortsluitstroom I_{sc} gelijk wordt aan $\frac{-14,4}{6} = -2,4\text{A}$.

Stap 3: $R_{th} = \frac{U_{oc}}{I_{sc}} = \frac{-12}{-2,4} = 5\Omega$.



Schakeling 23: Thévenin en Norton vervangingsschakeling P2.82

P2.83 Stap 1: bepaal U_{oc} : we noemen de spanning in het middelste knooppunt U_1 en stellen vervolgens 2 knooppuntvergelijkingen op:

$$\text{KP1: } \frac{32 - U_1}{10} + \frac{0 - U_1}{10} + \frac{U_{oc} - U_1}{15} = 0 \Rightarrow 96 - 3U_1 - 3U_1 + 2U_{oc} - 2U_1 = 0 \Rightarrow 8U_1 - 2U_{oc} = 96 \Rightarrow 4U_1 - U_{oc} = 48.$$

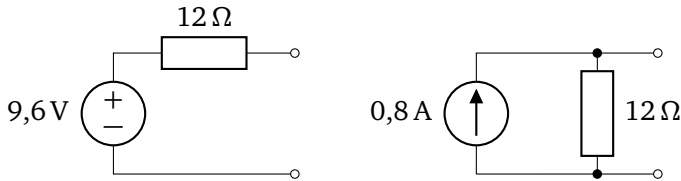
$$\text{KP2: } \frac{U_1 - U_{oc}}{15} + \frac{0 - U_{oc}}{30} = 0 \Rightarrow 2U_1 - 2U_{oc} - U_{oc} = 0 \Rightarrow U_1 = \frac{3}{2}U_{oc}.$$

Deze vergelijking invullen in de eerste vergelijking levert: $4 \cdot \frac{3}{2}U_{oc} - U_{oc} = 48 \Rightarrow U_{oc} = 9,6\text{V}$.

Stap 2: bepaal I_{sc} : KP1 wordt nu: $\frac{32 - U_1}{10} + \frac{0 - U_1}{10} + \frac{0 - U_1}{15} = 0 \Rightarrow 96 - 3U_1 - 3U_1 - 2U_1 = 0 \Rightarrow U_1 = 12\text{V}$. Hiermee wordt I_{sc} gelijk aan $\frac{12}{15} = 0,8\text{A}$.

Stap 3: $R_{th} = \frac{U_{oc}}{I_{sc}} = \frac{9,6}{0,8} = 12\Omega$.

De Thévenin en Norton vervangingsschema's zijn er hiermee als volgt uit:



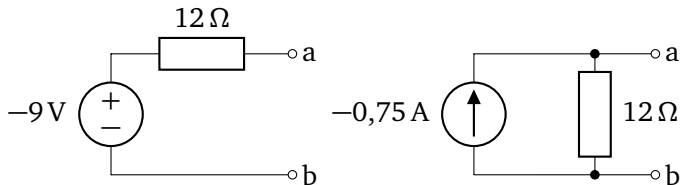
Schakeling 24: Thévenin en Norton vervangingsschakeling P2.83

P2.84 Knooppunt b aan GND hangen en dan knooppuntvergelijking opstellen voor knooppunt a: $-1 + \frac{12 - U_{oc}}{48} + \frac{0 - U_{oc}}{16} = 0 \Rightarrow -48 + 12 - U_{oc} - 3U_{oc} = 0 \Rightarrow U_{oc} = -9V$.

Stap 2: I_{sc} bepalen: $-1 + \frac{12 - 0}{48} - I_{sc} = 0 \Rightarrow I_{sc} = I_{sc} = -0,75A$.

Stap 3: $R_{th} = \frac{U_{oc}}{I_{sc}} = \frac{-9}{-0,75} = 12\Omega$.

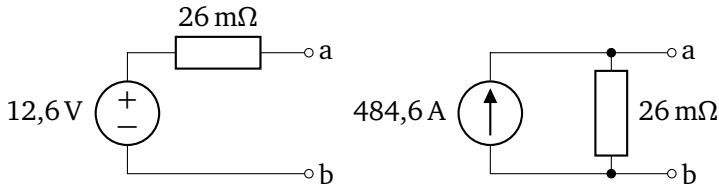
De Thévenin en Norton vervangingsschema's zijn er hiermee als volgt uit:



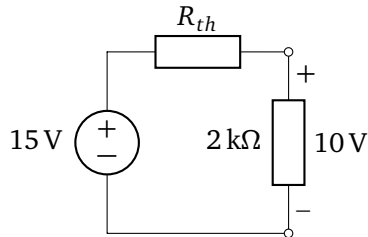
Schakeling 25: Thévenin en Norton vervangingsschakeling P2.84

P2.85 Er geldt nu dat: $100A = \frac{12,6}{R_{th} + 0,1} \Rightarrow 100R_{th} + 10 = 12,6 \Rightarrow R_{th} = 26m\Omega$.

Dit leidt tot de Thévenin en Norton vervangingsschema's, zoals gegeven in [schakeling 26](#). De kortsluitstroom wordt in dit geval $\frac{12,6}{26m\Omega} = 484,6A$. Het Thévenin vervangingsschema is het meest realistisch, omdat bij nullast de accu geen energie omzet. Bij het Norton vervangingsschema is dat wel het geval (er loopt continu een stroom). De accu gedraagt zich meer als een spanningsbron dan als een stroombron.

**Schakeling 26:** Schakeling van P2.85

P2.86 Zie [schakeling 27](#). Met de formule voor de spanningsdeling valt dit uit te rekenen: $10 = \frac{2000}{2000 + R_{th}} \cdot 15 \Rightarrow 20000 + 10R_{th} = 30000 \Rightarrow R_{th} = 1 \text{ k}\Omega$.

**Schakeling 27:** Schakeling van P2.86

P2.87 Uit de eerste test halen we dat: $4.4 = \frac{2200}{2200 + R_{th}} \cdot U_{oc} \Rightarrow 2200 + R_{th} = 500U_{oc}$.

Uit de tweede test halen we dat: $5.0 = \frac{10000}{10000 + R_{th}} \cdot U_{oc} \Rightarrow 10000 + R_{th} = 2000U_{oc}$.

Deze twee vergelijkingen van elkaar aftrekken levert: $2200 - 10000 = -1500U_{oc} \Rightarrow U_{oc} = 5,2 \text{ V}$. Hiermee wordt R_{th} gelijk aan 400Ω .

P2.88 Stap 1: bepaal U_{oc} : we noemen de spanning in het middelste knooppunt U_1 en stellen de volgende knooppuntvergelijking op:

$$\text{KP1: } I_x - 0,5I_x + \frac{0 - U_1}{10 + 10} = 0 \Rightarrow 10I_x - U_1 = 0 \Rightarrow U_1 = 10I_x.$$

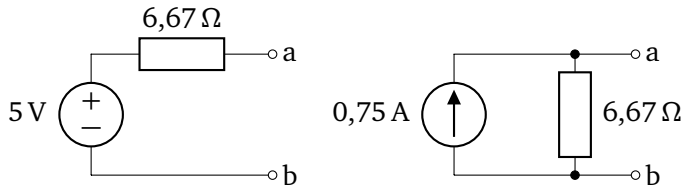
Nu is $I_x = \frac{15 - U_1}{5}$. Dit invullen in de eerste vergelijking levert: $U_1 = 10 \cdot \frac{15 - U_1}{5} \Rightarrow U_1 = 30 - 2U_1 \Rightarrow U_1 = 10 \text{ V}$.

De open-klemspanning U_{oc} is de helft van U_1 , dus $U_{oc} = 5 \text{ V}$.

Stap 2: bepaal I_{sc} : KP1 wordt nu: $I_x - 0,5I_x + \frac{0 - U_1}{10} = 0 \Rightarrow 5I_x - U_1 = 0 \Rightarrow U_1 = 5I_x$. Er geldt nog steeds dat $I_x = \frac{15 - U_1}{5}$. Dit invullen in de eerste vergelijking levert: $U_1 = 5 \cdot \frac{15 - U_1}{5} = 7,5 \text{ V}$. Hiermee wordt I_{sc} gelijk aan $\frac{7,5}{10} = 0,75 \text{ A}$.

Stap 3: $R_{th} = \frac{U_{oc}}{I_{sc}} = \frac{5}{0,75} = 6,67 \Omega$.

De Thévenin en Norton vervangingsschema's zijn er hiermee als volgt uit:



Schakeling 28: Thévenin en Norton vervangingsschakeling P2.88

P2.89 Het Thévenin vervangingsschema van P2.80 is weergegeven in [schakeling 29](#).

De stroom door R_L is gelijk aan: $\frac{6,67}{3,33 + R_L}$, de spanning over R_L is gelijk

aan: $6,67 \cdot \frac{R_L}{R_L + 3,33}$, het vermogen P dat in de weerstand R_L gedissipeerd

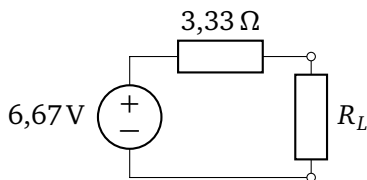
wordt, is dan gelijk aan: $P_{R_L} = 6,67^2 \frac{R_L}{(3,33 + R_L)^2}$.

Van deze vergelijking bepalen we de afgeleide, d.w.z. we differentiëren P_{R_L} naar R_L , want het maximum vermogen wordt bereikt waar de afgeleide nul is. We gebruiken hiervoor de quotiënt-regel van het differentiëren.

$$\frac{dP_{R_L}}{dR_L} = 6.67^2 \frac{1 \cdot (3.33 + R_L)^2 - R_L \cdot 2(3.33 + R_L)}{(3.33 + R_L)^4}.$$

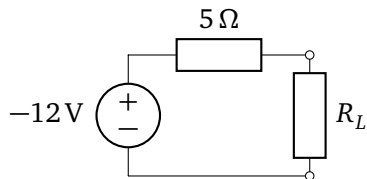
$$\frac{dP_{R_L}}{dR_L} = 6.67^2 \frac{3.33^2 - R_L^2}{(3.33 + R_L)^4}.$$

Deze vergelijking is alleen nul wanneer de teller nul is, dus als $R_L = 3,33 \Omega$. Het maximum vermogen in R_L is dan gelijk aan: $P_{R_L} = U \cdot I = 3.33 \cdot 1 = 3,33 \text{ W}$.



Schakeling 29: Thévenin vervangingschakeling van P2.80

P2.90 Het Thévenin vervangingschema van P2.82 is weergegeven in [schakeling 30](#). Het maximum vermogen wordt bereikt wanneer de belastingsweerstand R_L gelijk is aan de Thévenin weerstand (zie uitwerking van P2.89). In dit geval dus als R_L gelijk is aan 5Ω . Het maximum vermogen in R_L is dan gelijk aan: $P_{R_L} = U \cdot I = 6.0 \cdot 1.2 = 7,2 \text{ W}$.



Schakeling 30: Thévenin vervangingschakeling van P2.82

P2.91 Het vermogen in de belastingsweerstand wordt maximaal wanneer de Thévenin weerstand, oftewel de inwendige weerstand van de spanningsbron, zo

klein mogelijk is, in dit geval dus $0\ \Omega$. Het vermogen in R_L wordt dan gelijk aan $\frac{20^2}{10} = 40\text{ W}$.

P2.92 Zie afleiding bij P2.89.

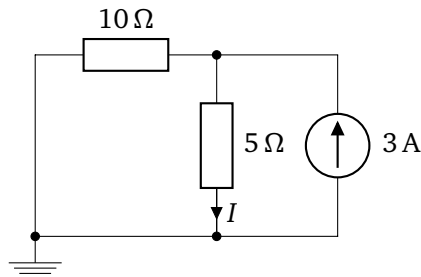
P2.93 Bij P2.89 hebben we al gezien dat het vermogen in de belastingsweerstand gelijk is aan: $P_{R_L} = V_t^2 \frac{R_L}{(R_{th} + R_L)^2}$. Dit vermogen is maximaal wanneer $R_L = R_{th}$. In dit geval is P_{R_L} gelijk aan $\frac{V_t^2}{4R_{th}}$. Het rendement is in dit geval 50 %, d.w.z. de helft van het vermogen van de spanningsbron wordt in de weerstand gedissipeerd.

Als $R_L = 4R_{th}$, dan is P_{R_L} gelijk aan $\frac{4V_t^2}{25R_{th}}$, het vermogen in R_L is dus een flink stuk kleiner geworden. Het rendement is echter veel beter geworden, want de spanningsbron levert nu nog maar een totaal vermogen van $\frac{V_t^2}{5R_{th}}$. Het rendement is nu dus 80 % geworden.

Als je dus wilt ontwerpen voor maximale vermogensoverdracht, dan is dat meestal niet heel efficiënt. Aan de andere kant: wil je heel efficiënt ontwerpen, dan lukt dat niet altijd bij een grote vermogensoverdracht.

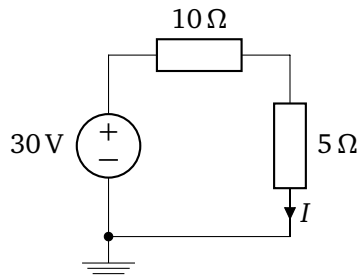
2.7 Superposition Principle

P2.94 Stap 1: eerst spanningsbron nul maken (wordt een kortsluiting), zie schakeling [schakeling 31](#). $5\ \Omega // 10\ \Omega = 3,33\ \Omega$, over de stroombron staat dus een spanning van 10V. Daarmee wordt I_1 gelijk aan 2 A.



Schakeling 31: P2.94 met linkerbron nul

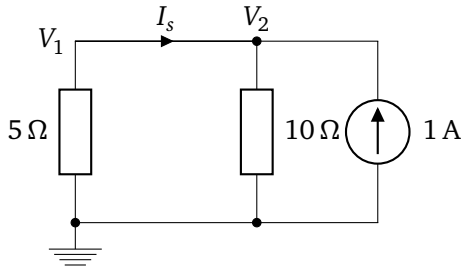
Stap 2: stroombron nul maken (wordt een open verbinding), zie schakeling [schakeling 32](#). De stroom I_1 is nu gelijk aan 2 A.



Schakeling 32: P2.94 met rechterbron nul

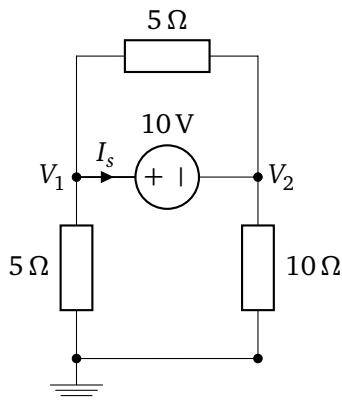
Stap 3: de resultaten van beide stappen bij elkaar optellen, dus $I_1 = 2 + 2 = 4\text{ A}$.

P2.95 Stap 1: eerst spanningsbron nul maken (wordt een kortsluiting), zie schakeling [schakeling 33](#). $5\ \Omega // 10\ \Omega = 3,33\ \Omega$, beide spanningen (V_1 en V_2) zijn dus gelijk aan $3,33\text{ V}$ en I_s is gelijk aan $-0,67\text{ A}$.



Schakeling 33: P2.49 met spanningsbron nul

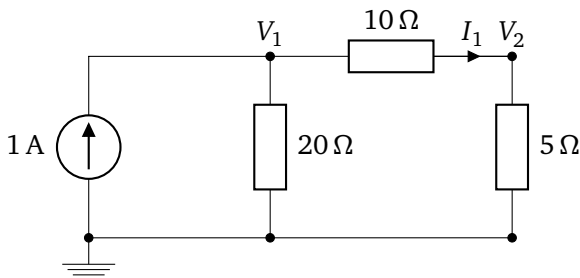
Stap 2: stroombron nul maken (wordt een open verbinding), zie schakeling [schakeling 34](#). De vervangingsweerstand wordt nu gelijk aan $5\ \Omega // (5\ \Omega + 10\ \Omega) = 3,75\ \Omega$. De stroom I_s is nu gelijk aan $-\frac{10}{3,75} = -2,67\text{ A}$. Er loopt dus $0,67\text{ A}$ door de serieschakeling van $5\ \Omega$ en $10\ \Omega$. De spanning V_1 is dus gelijk aan $3,33\text{ V}$ en de spanning V_2 is dus gelijk aan $-6,67\text{ V}$.



Schakeling 34: P2.49 met stroombron nul

Stap 3: alle resultaten van beide stappen bij elkaar optellen, dus $V_1 = 3.33 + 3.33 = 6,67\text{ V}$, $V_2 = 3.33 - 6.67 = -3,33\text{ V}$ en $I_s = -0.67 + -2.67 = -3,33\text{ A}$.

P2.96 Stap 1: eerst rechter stroombron nul maken (wordt een open verbinding), zie [schakeling 35](#). De vervangingsweerstand wordt nu gelijk aan $20\ \Omega // (10\ \Omega + 5\ \Omega) = 8,57\ \Omega$. De spanning V_1 wordt nu gelijk aan $8,57\text{ V}$, de stroom I_1 is nu gelijk aan $\frac{8.57}{10+5} = 0,57\text{ A}$ en V_2 wordt daardoor gelijk aan $5 \cdot 0,57 = 2,86\text{ V}$.

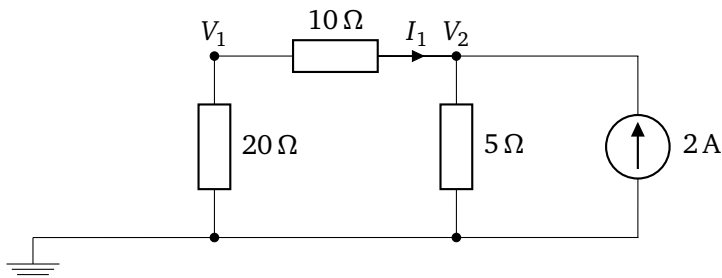


Schakeling 35: Schakeling van P2.48 met rechter stroombron nul

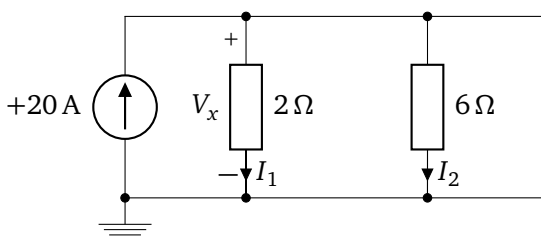
Stap 2: linkerstroombron nul maken (wordt een open verbinding), zie [schakeling 36](#). De vervangingsweerstand wordt nu gelijk aan $5\ \Omega // (20\ \Omega + 10\ \Omega) = 4,29\ \Omega$. Hiermee wordt de spanning V_2 gelijk aan $8,57\text{ V}$, de stroom I_1 is nu gelijk aan $\frac{-8.57}{30} = -0,29\text{ A}$. En hiermee wordt de spanning V_1 dus gelijk aan $5,71\text{ V}$.

Stap 3: alle resultaten van beide stappen bij elkaar optellen, dus $V_1 = 8.57 + 5.71 = 14,28\text{ V}$, $V_2 = 2.86 + 8.57 = 11,43\text{ V}$ en $I_1 = 0.57 + -0.29 = 0,28\text{ A}$.

P2.97 Stap 1: eerst rechter stroombron nul maken (wordt een open verbinding), zie [schakeling 37](#). De vervangingsweerstand wordt nu gelijk aan $2\ \Omega // 6\ \Omega = 1,5\ \Omega$. De spanning V_x wordt nu gelijk aan 30 V , de stroom I_1 is nu gelijk aan 15 A .

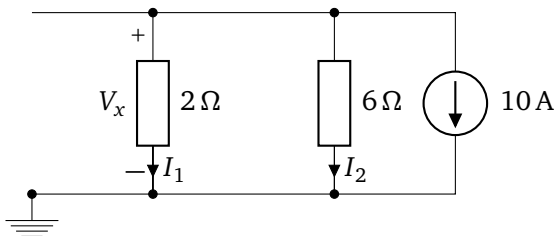


Schakeling 36: Schakeling van P2.48 met linker stroombron nul



Schakeling 37: Schakeling van P2.34 met rechter stroombron nul

Stap 2: linkerstroombron nul maken (wordt een open verbinding), zie [schakeling 38](#). De vervangingsweerstand wordt nu gelijk aan $2\ \Omega // 6\ \Omega = 1,5\ \Omega$. Hiermee wordt de spanning V_x gelijk aan -15 V , de stroom I_1 is nu gelijk aan $\frac{-15}{2} = -7,5\text{ A}$.



Schakeling 38: Schakeling van P2.34 met linker stroombron nul

Stap 3: alle resultaten van beide stappen bij elkaar optellen, dus $I_1 = 15 + -7,5 = 7,5\text{ A}$.

P2.98 Als $V_2 = 1 \text{ V}$, dan is $I_2 = \frac{V_2}{5} = 0,2 \text{ A}$.

Dan is $V_1 = 30 \cdot I_2 = 6 \text{ V}$.

$I_{10} = \frac{V_1}{10} = 0,6 \text{ A}$ en $I_{30} = \frac{V_1}{30} = 0,2 \text{ A}$.

Dan is $I_s = I_{10} + I_{30} + I_2 = 0,6 + 0,2 + 0,2 = 1 \text{ A}$.

Dan is $V_s = (3 + 3)I_s + V_1 = 6 + 6 = 12 \text{ V}$.

Dus $\frac{V_2}{V_s} = \frac{1}{12}$, als $V_s = 12 \text{ V}$, dan is $V_2 = 1 \text{ V}$.

P2.99 Als $I_2 = 1 \text{ A}$, dan is de stroom door de andere 6Ω weerstand ook gelijk aan 1 A . De spanning over deze weerstanden is dan gelijk aan 6 V . Dan is de stroom die de spanningsbron levert, gelijk aan 2 A , de spanning over de 2Ω weerstand is dan 4 V . De totale spanning van de spanningsbron is dus 10 V als $I_2 = 1 \text{ A}$.

De feitelijke spanning V_s is echter gelijk aan 5 V , dus is $I_2 = 0,5 \text{ A}$.

P2.100 Als $I_6 = 1 \text{ A}$, dan is de spanning over deze weerstand gelijk aan 6 V . $I_{12} = 0,5 \text{ A}$. De stroom door de weerstand van 8Ω is dan gelijk aan $1,5 \text{ A}$, de spanning over deze weerstand is dan gelijk aan 12 V .

De spanning over de stroombron is dan gelijk aan $12 + 6 = 18 \text{ V}$, de stroom door de 9Ω weerstand is dan gelijk aan 2 A en de stroom door de 18Ω weerstand is dan gelijk aan 1 A . Hiermee wordt de stroom $I_s = -2 + -1 + -1,5 = -4,5 \text{ A}$.

De stroom I_s is echter gelijk aan 10 A , dus $I_6 = \frac{10}{4,5} = -2,22 \text{ A}$.

P2.101 A Met alleen de 2 A bron actief is $I = 2 \text{ A}$ en is $V = 3I^2 = 12 \text{ V}$.

B Met alleen de $0,5 \text{ A}$ bron actief is $I = 0,5 \text{ A}$ en is $V = 3I^2 = 0,75 \text{ V}$.

C Met allebei de bronnen actief, is $I = 2,5 \text{ A}$ en is $V = 3I^2 = 18,75 \text{ V}$. Superposition geldt nu niet, omdat er geen sprake is van een lineaire relatie tussen I en V . Je kunt daarom de afzonderlijke spanningen niet bij elkaar optellen.