

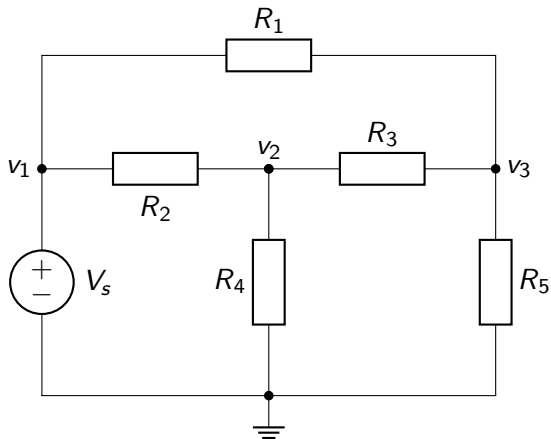
ELE20: Basis Elektrotechniek - Week 2

Hogeschool Rotterdam - Opleiding Elektrotechniek

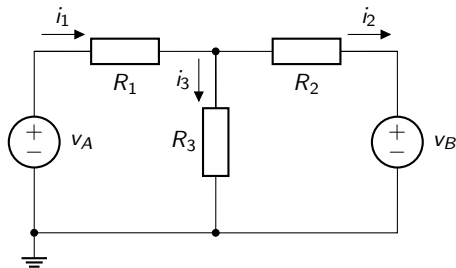
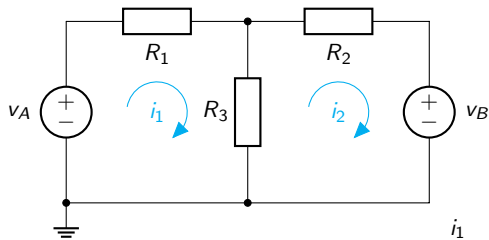
1. Herhaling knooppuntmethode (KCL)
2. Maasmethode (KVL)
3. Superpositie
4. Norton en Thévenin
5. Brontransformaties

Herhaling knooppuntmethode

Stel knooppuntvergelijkingen op voor node v_1 t/m v_3 en schrijf in matrixvorm.

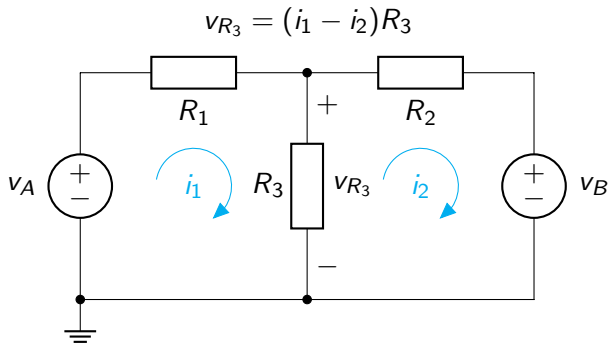


Maas- en takstromen



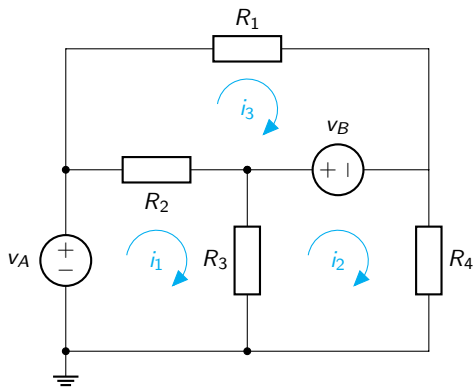
KVL / Maasmethode

- Gebruikt KVL om maasstromen te bepalen
- Bereken spanningen a.d.h.v. (maas)stroom door weerstand.



Voorbeeld KVL / maasmethode

$\Sigma U = 0$: de som van alle spanningen in een maas is gelijk aan 0:



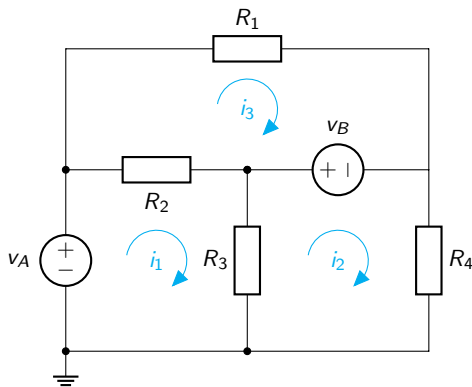
Voorbeeld KVL / maasmethode

$\Sigma U = 0$: de som van alle spanningen in een maas is gelijk aan 0:

$$\text{M1} \Rightarrow R_2(i_1 - i_3) + R_3(i_1 - i_2) - v_A = 0$$

$$\text{M2} \Rightarrow R_3(i_2 - i_1) + v_B + R_4(i_2) = 0$$

$$\text{M3} \Rightarrow R_1(i_3) - v_B + R_2(i_3 - i_1) = 0$$



Voorbeeld KVL / maasmethode

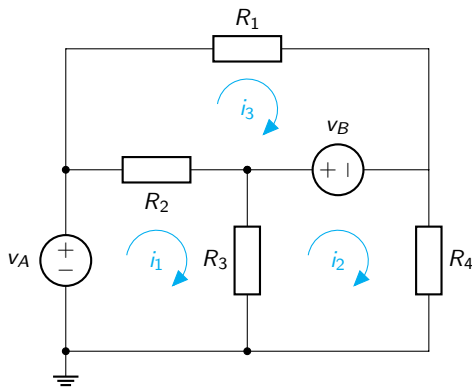
$\Sigma U = 0$: de som van alle spanningen in een maas is gelijk aan 0:

$$M1 \Rightarrow R_2(i_1 - i_3) + R_3(i_1 - i_2) - v_A = 0$$

$$M2 \Rightarrow R_3(i_2 - i_1) + v_B + R_4(i_2) = 0$$

$$M3 \Rightarrow R_1(i_3) - v_B + R_2(i_3 - i_1) = 0$$

$$\begin{array}{rrcr} (R_2 + R_3)i_1 + & (-R_3)i_2 + & (-R_2)i_3 = & v_A \\ (-R_3)i_1 + (R_3 + R_4)i_2 + & & 0 = & -v_B \\ (-R_2)i_1 + & 0 + (R_2 + R_1)i_3 = & & v_B \end{array}$$



Voorbeeld KVL / maasmethode

$\Sigma U = 0$: de som van alle spanningen in een maas is gelijk aan 0:

$$\text{M1} \Rightarrow R_2(i_1 - i_3) + R_3(i_1 - i_2) - v_A = 0$$

$$\text{M2} \Rightarrow R_3(i_2 - i_1) + v_B + R_4(i_2) = 0$$

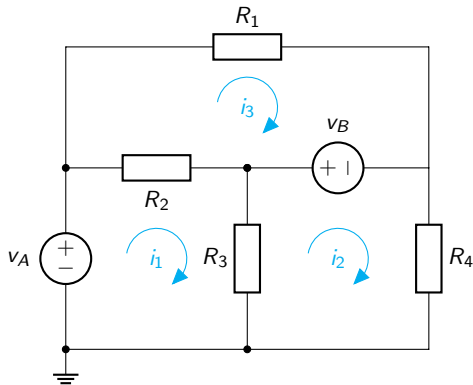
$$\text{M3} \Rightarrow R_1(i_3) - v_B + R_2(i_3 - i_1) = 0$$

$$(R_2 + R_3)i_1 + (-R_3)i_2 + (-R_2)i_3 = v_A$$

$$(-R_3)i_1 + (R_3 + R_4)i_2 + 0 = -v_B$$

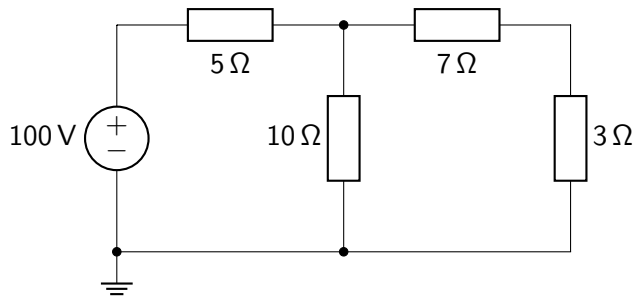
$$(-R_2)i_1 + 0 + (R_2 + R_1)i_3 = v_B$$

$$\begin{pmatrix} R_2 + R_3 & -R_3 & -R_2 \\ -R_3 & R_3 + R_4 & 0 \\ -R_2 & 0 & R_1 + R_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_A \\ -v_B \\ v_B \end{pmatrix}$$



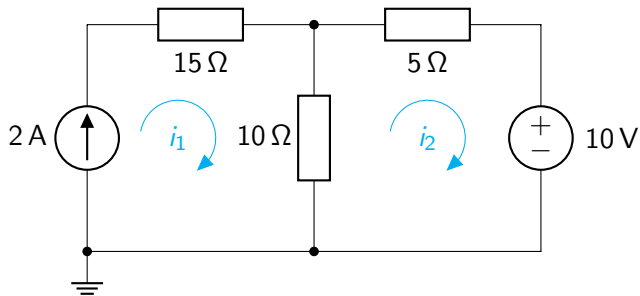
Oefening

Kies de maasstromen, stel de maasvergelijkingen op en los op.



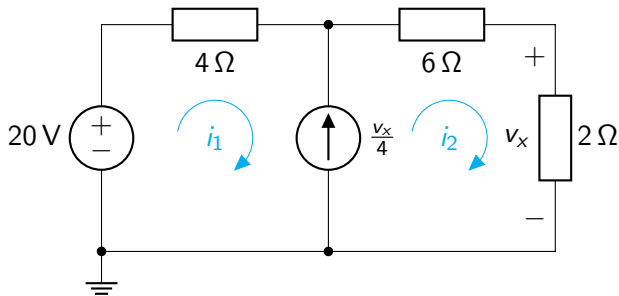
Oefening maasmethode

Bepaal i_1 en i_2
(twee stromen, dus twee vergelijkingen nodig)



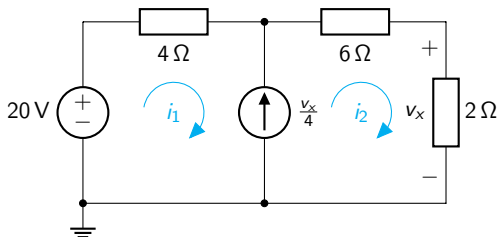
Oefening maasmethode

TIP 2: geen KVL opstellen door een stroombron.
 (vergelijk TIP 1: geen KCL opstellen met een spanningsbron)



Supermaas = toepassing van TIP 2

TIP 2: geen KVL opstellen waar een stroombron in zit.

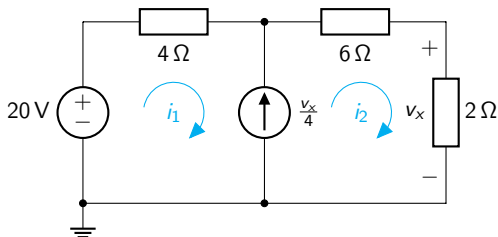


Een supermaas voorkomt een KVL
waar een stroombron in zit.

'Gratis' vergelijking: $\frac{v_x}{4} = i_2 - i_1$

Supermaas = toepassing van TIP 2

TIP 2: geen KVL opstellen waar een stroombron in zit.



$$-20 + 4i_1 + 6i_2 + 2i_2 = 0$$

$$\frac{v_x}{4} = i_2 - i_1$$

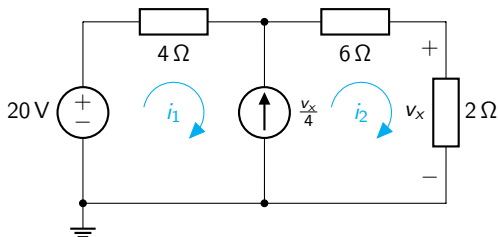
$$v_x = 2i_2$$

Een supermaas voorkomt een KVL
waar een stroombron in zit.

'Gratis' vergelijking: $\frac{v_x}{4} = i_2 - i_1$

Supermaas = toepassing van TIP 2

TIP 2: geen KVL opstellen waar een stroombron in zit.



Een supermaas voorkomt een KVL waar een stroombron in zit.

'Gratis' vergelijking: $\frac{v_x}{4} = i_2 - i_1$

$$-20 + 4i_1 + 6i_2 + 2i_2 = 0$$

$$\frac{v_x}{4} = i_2 - i_1$$

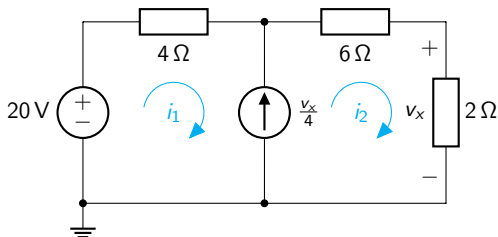
$$v_x = 2i_2$$

$$4i_1 + 8i_2 = 20$$

$$i_1 - \frac{i_2}{2} = 0$$

Supermaas = toepassing van TIP 2

TIP 2: geen KVL opstellen waar een stroombron in zit.



Een supermaas voorkomt een KVL waar een stroombron in zit.

'Gratis' vergelijking: $\frac{v_x}{4} = i_2 - i_1$

$$-20 + 4i_1 + 6i_2 + 2i_2 = 0$$

$$\frac{v_x}{4} = i_2 - i_1$$

$$v_x = 2i_2$$

$$4i_1 + 8i_2 = 20$$

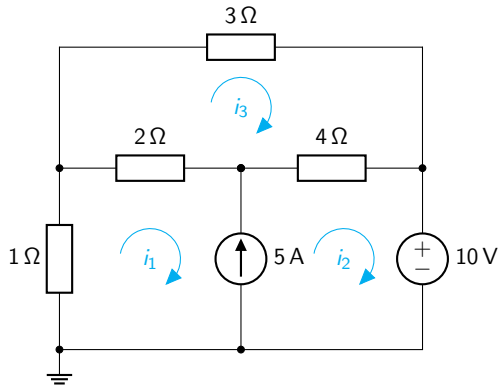
$$i_1 - \frac{i_2}{2} = 0$$

$$i_1 = 1 \text{ A}, i_2 = 2 \text{ A}, v_x = 4 \text{ V}$$

Oefening supermaas

Stappenplan:

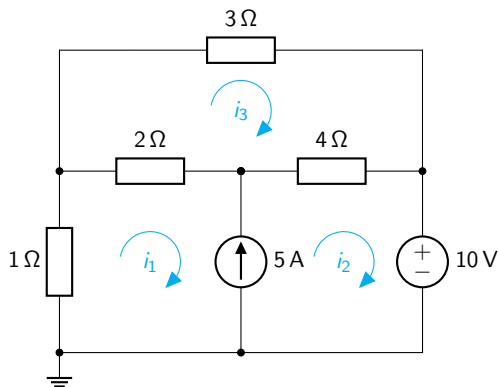
- Hoeveel vergelijkingen zijn nodig?
- Maak dit aantal lussen, let op TIP 2!
- Zet in matrix-vorm
- Los op m.b.v. regel van Cramer



Oefening supermaas

Stappenplan:

- Hoeveel vergelijkingen zijn nodig?
- Maak dit aantal lussen, let op TIP 2!
- Zet in matrix-vorm
- Los op m.b.v. regel van Cramer

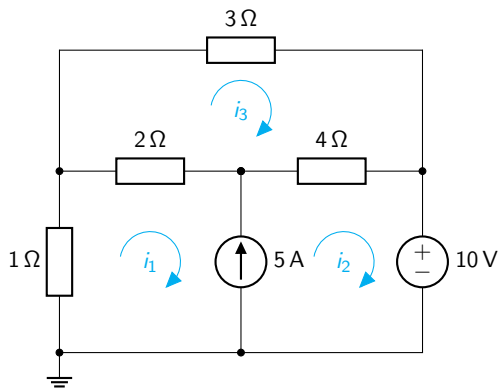


$$\begin{array}{rcl}
 1i_1 + 2(i_1 - i_3) + 4(i_2 - i_3) + 10 & = & 0 \\
 3i_3 + 4(i_3 - i_2) + 2(i_3 - i_1) & = & 0 \\
 i_2 - i_1 & = & 5
 \end{array}$$

Oefening supermaas

Stappenplan:

- Hoeveel vergelijkingen zijn nodig?
- Maak dit aantal lussen, let op TIP 2!
- Zet in matrix-vorm
- Los op m.b.v. regel van Cramer



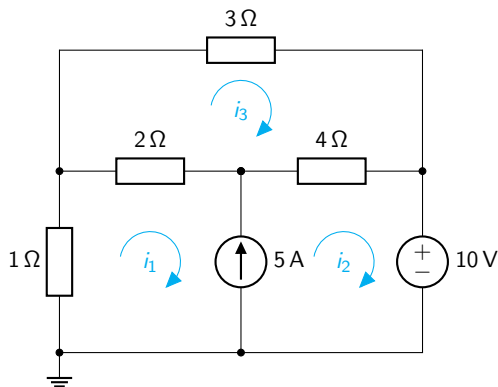
$$\begin{aligned} 1i_1 + 2(i_1 - i_3) + 4(i_2 - i_3) + 10 &= 0 \\ 3i_3 + 4(i_3 - i_2) + 2(i_3 - i_1) &= 0 \\ i_2 - i_1 &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 & -6 \\ -2 & -4 & 9 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Oefening supermaas

Stappenplan:

- Hoeveel vergelijkingen zijn nodig?
- Maak dit aantal lussen, let op TIP 2!
- Zet in matrix-vorm
- Los op m.b.v. regel van Cramer



$$\begin{aligned} 1i_1 + 2(i_1 - i_3) + 4(i_2 - i_3) + 10 &= 0 \\ 3i_3 + 4(i_3 - i_2) + 2(i_3 - i_1) &= 0 \\ i_2 - i_1 &= 5 \end{aligned}$$

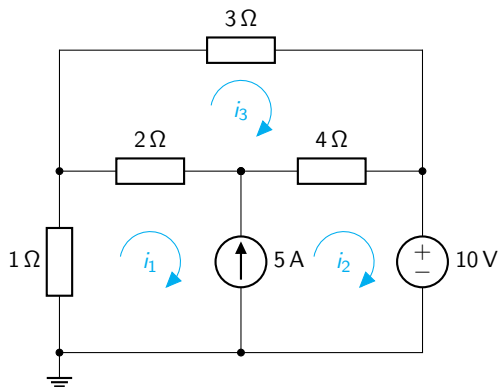
$$\begin{pmatrix} 3 & 4 & -6 \\ -2 & -4 & 9 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$i_1 = \frac{\begin{vmatrix} -10 & 4 & -6 \\ 0 & -4 & 9 \\ 5 & 1 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 4 & -6 \\ -2 & -4 & 9 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix}} = \frac{150}{-27} = -50/9 \text{ A}$$

Oefening supermaas

Stappenplan:

- Hoeveel vergelijkingen zijn nodig?
- Maak dit aantal lussen, let op TIP 2!
- Zet in matrix-vorm
- Los op m.b.v. regel van Cramer



$$\begin{aligned} 1i_1 + 2(i_1 - i_3) + 4(i_2 - i_3) + 10 &= 0 \\ 3i_3 + 4(i_3 - i_2) + 2(i_3 - i_1) &= 0 \\ i_2 - i_1 &= 5 \end{aligned}$$

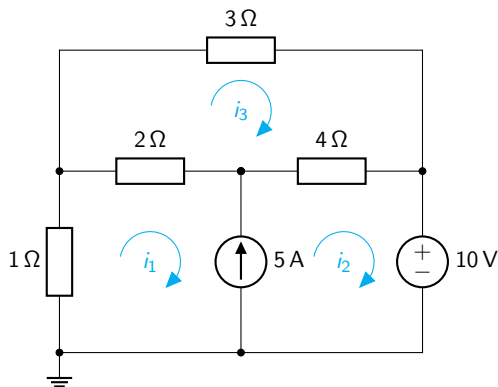
$$\begin{pmatrix} 3 & 4 & -6 \\ -2 & -4 & 9 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$i_2 = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -10 & -6 \\ -2 & 0 & 9 \\ -1 & 5 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 4 & -6 \\ -2 & -4 & 9 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix}} = \frac{15}{-27} = -5/9 \text{ A}$$

Oefening supermaas

Stappenplan:

- Hoeveel vergelijkingen zijn nodig?
- Maak dit aantal lussen, let op TIP 2!
- Zet in matrix-vorm
- Los op m.b.v. regel van Cramer



$$1i_1 + 2(i_1 - i_3) + 4(i_2 - i_3) + 10 = 0$$

$$3i_3 + 4(i_3 - i_2) + 2(i_3 - i_1) = 0$$

$$i_2 - i_1 = 5$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 & -6 \\ -2 & -4 & 9 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$

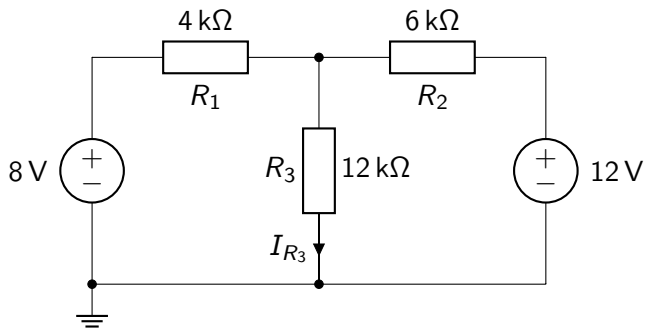
$$i_3 = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 4 & -10 \\ -2 & -4 & 0 \\ -1 & 1 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 4 & -6 \\ -2 & -4 & 9 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix}} = \frac{40}{-27} = -40/27 \text{ A}$$

Superpositieregels

Een schakeling met meerdere onafhankelijke bronnen kun je uitwerken door de invloed van elke bron apart te bekijken. De stappen:

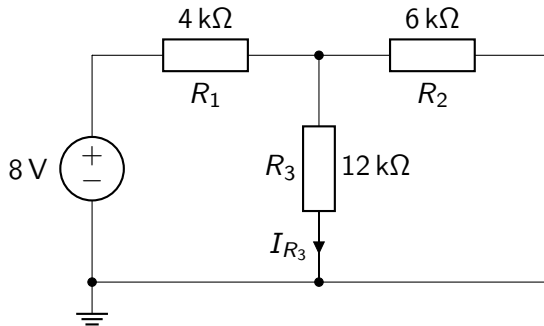
- Maak alle onafhankelijke bronnen 0, behalve bron x .
- Bereken de gezochte/stroom spanning
- Herhaal voor alle overige bronnen.
- Het antwoord is de som van alle deelantwoorden.

Superpositievoorbeeld



- Bereken de stroom I_{R_3} m.b.v. superpositie.

Superpositievoorbeeld



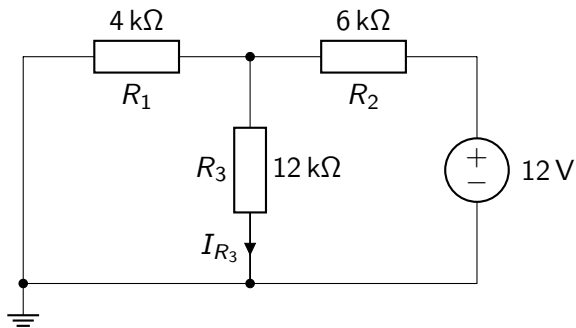
- Alleen de linkerbron (rechterbron is 0 V)

$$R_2 || R_3 = 4 \text{ k}\Omega$$

$$V_{R_3} = 4 \text{ V}$$

$$I_{R_3} = 1/3 \text{ mA}$$

Superpositievoorbeeld



- Alleen de rechterbron (linkerbron is 0 V)

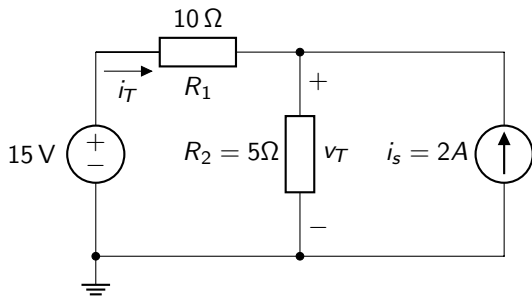
$$R_1 \parallel R_3 = 3\text{ k}\Omega$$

$$V_{R_3} = 4\text{ V}$$

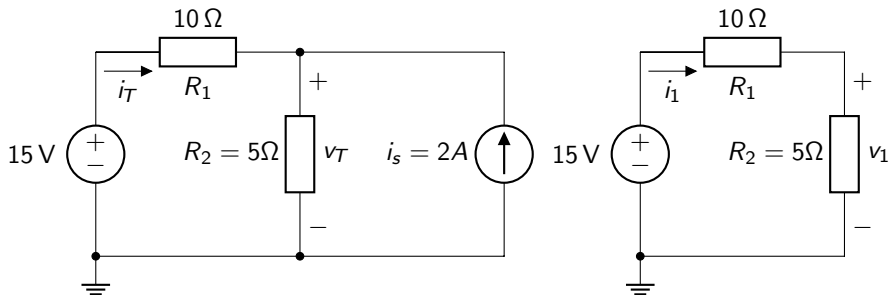
$$I_{R_{32}} = 1/3\text{ mA}$$

$$I_{R_3} = I_{R_{31}} + I_{R_{32}} = 2/3\text{ mA}$$

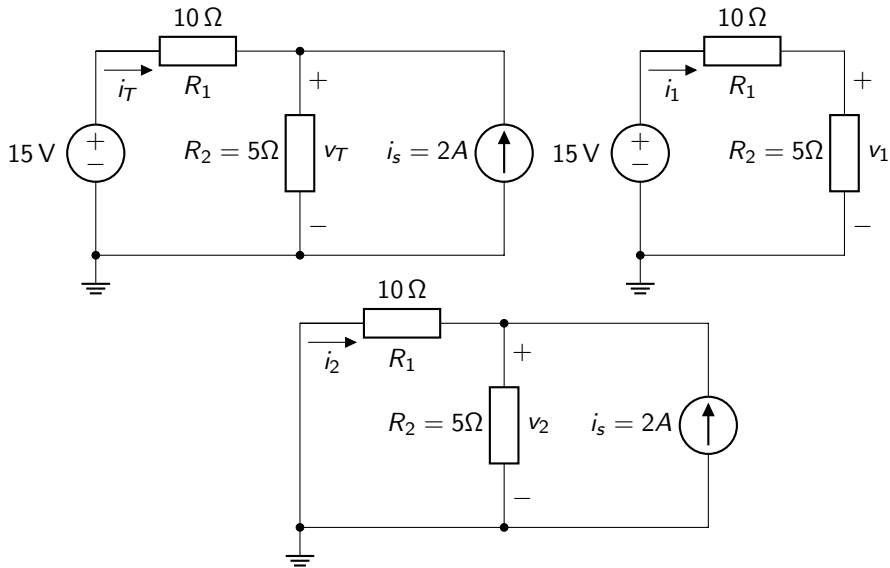
Oefening 1: Superpositie



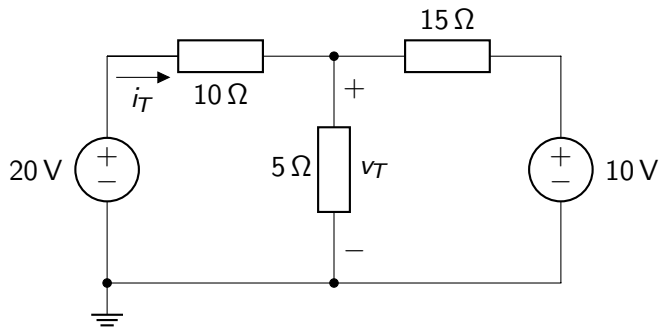
Oefening 1: Superpositie



Oefening 1: Superpositie

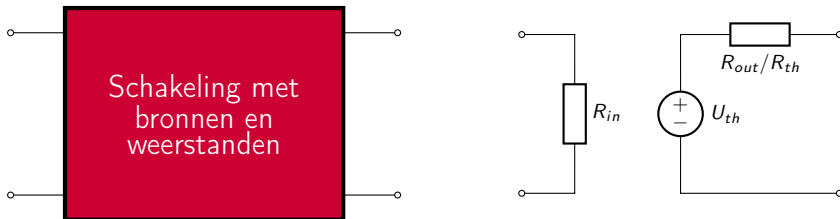


Oefening 2: Superpositie

Bepaal v_T en i_T d.m.v. superpositie

Thévenin vervangingschakeling

Je kunt een complexe schakeling vervangen door een spanningsbron en een weerstand. Deze nieuwe schakeling gedraagt zich hetzelfde bij zowel de ingang als de uitgang.

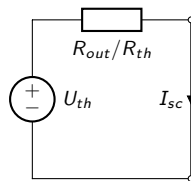
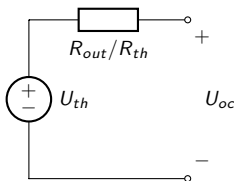


De methode van Thévenin helpt om U_{th} en R_{th} te bepalen.

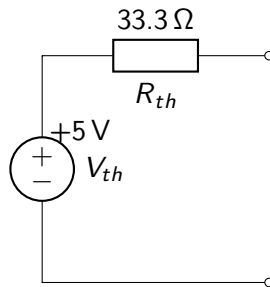
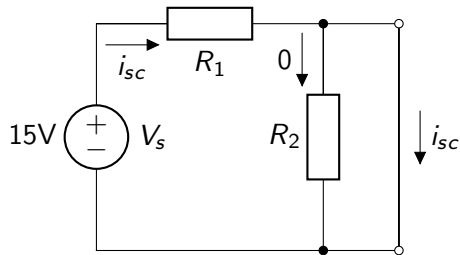
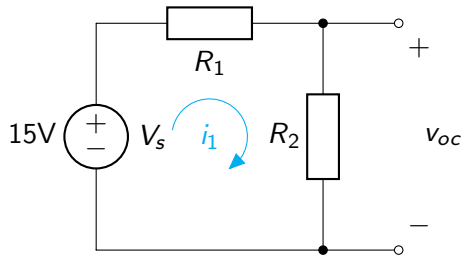
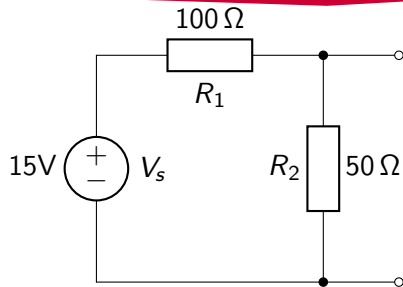
De Thévenin methode

De Thévenin methode bestaat uit drie stappen:

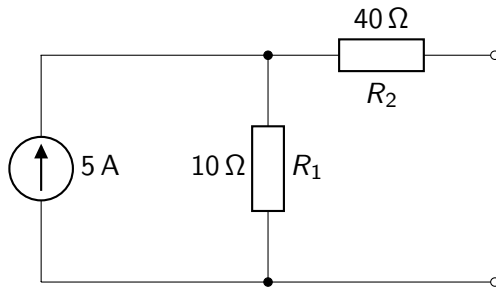
- Bepaal de uitgangsspanning zonder belasting aangesloten. Dit is de open-klem spanning U_{oc} en dit is daarmee ook gelijk aan U_{th} .
- Bepaal de kortsluitstroom I_{sc} wanneer de uitgang kortgesloten wordt.
- Bepaal de Thévenin weerstand R_{th} . Deze is nu gelijk aan: $R_{th} = \frac{U_{oc}}{I_{sc}}$



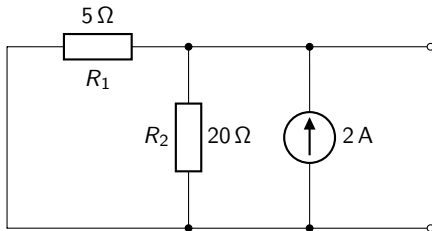
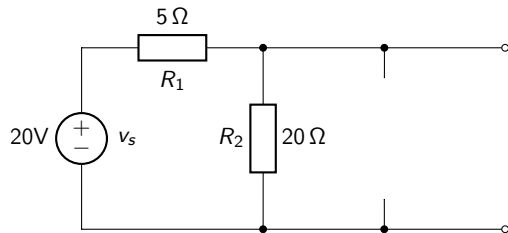
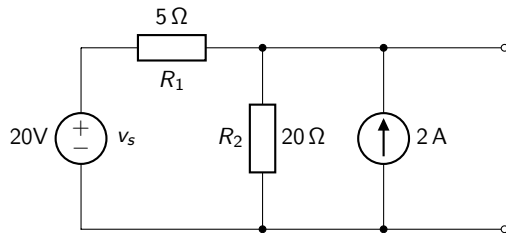
Thévenin voorbeeld



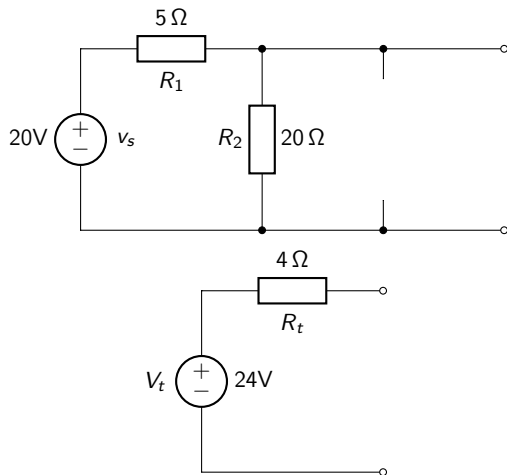
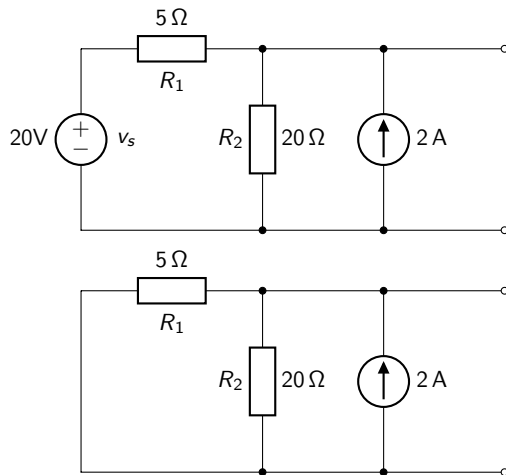
Oefening: bepaal het Thévenin vervangingscircuit



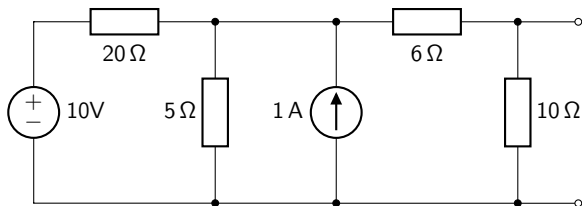
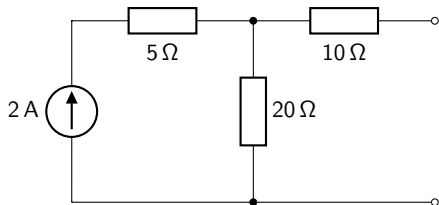
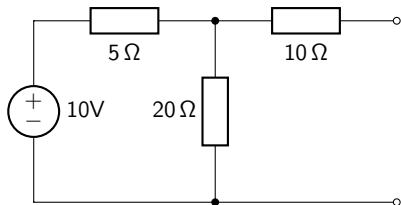
Oefening: bepaal Thévenin en gebruik superpositie



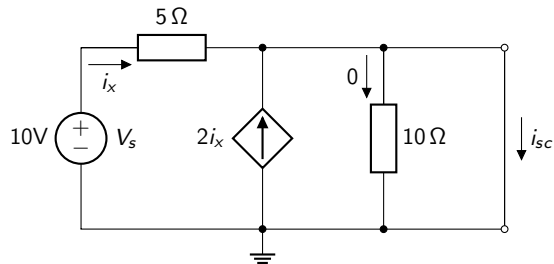
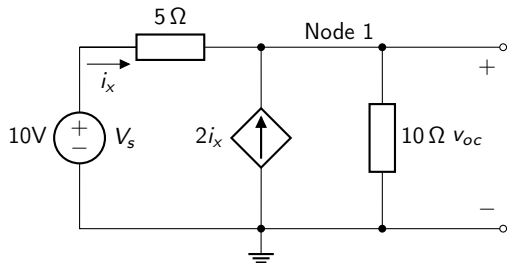
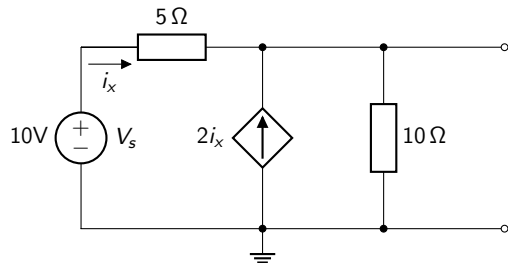
Oefening: bepaal Thévenin en gebruik superpositie



Oefening: 3 x Thévenin



Voorbeeld: met gestuurde bron



Uitwerking

Stap 1: bepaal U_{oc} :

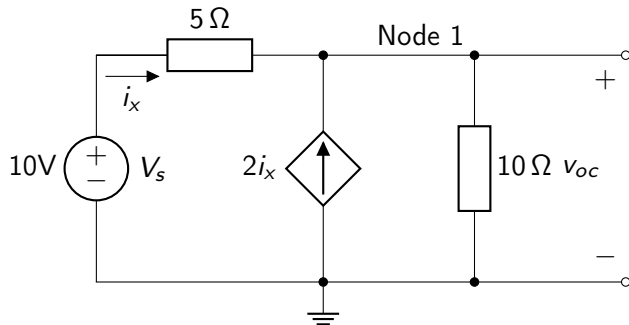
$$i_x + 2i_x - \frac{v_{oc}}{10} = 0$$

$$i_x = \frac{(10 - v_{oc})}{5}$$

$$3 \cdot \frac{(10 - v_{oc})}{5} = \frac{v_{oc}}{10}$$

$$6 \cdot (10 - v_{oc}) = v_{oc}$$

$$v_{oc} = 8.57 \text{ V}$$

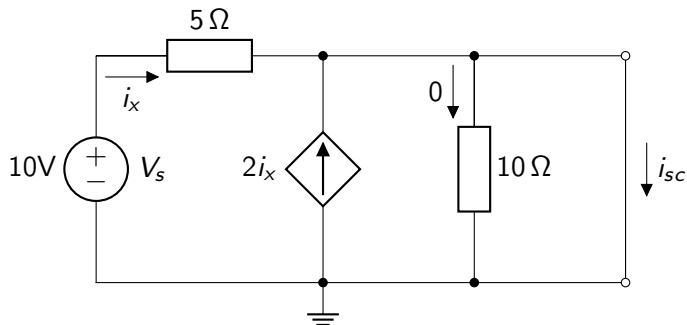


Uitwerking

Stap 2: bepaal I_{sc} :

$$i_x = \frac{10 - 0}{5} = 2 \text{ A}$$

$$i_{sc} = 3 \cdot i_x = 6 \text{ A}$$

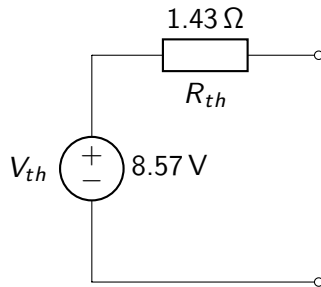


Uitwerking

Stap 3: bepaal R_{th} :

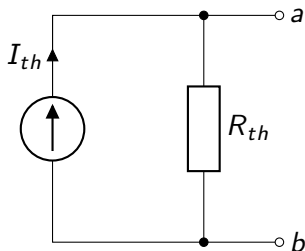
$$R_{th} = \frac{U_{oc}}{I_{sc}}$$

$$R_{th} = \frac{8.57}{6} = 1.43 \Omega$$

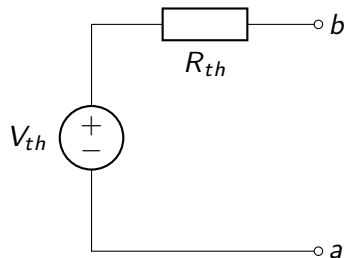


Norton versus Thévenin

- Vervang een schakeling tussen twee punten door een stroombron parallel met een weerstand
- Stroombronwaarde is gelijk aan I_{sc} , met $U_{th} = I_{sc} \cdot R_{th}$
- Weerstand staat parallel en is gelijk aan R_{th}

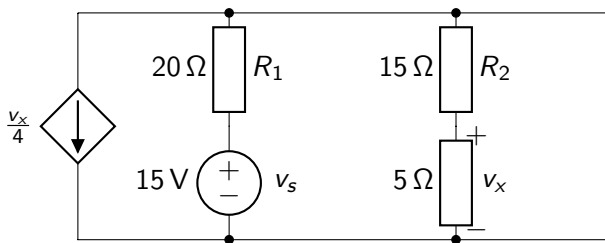


Norton vervangingschema



Thévenin vervangingschema

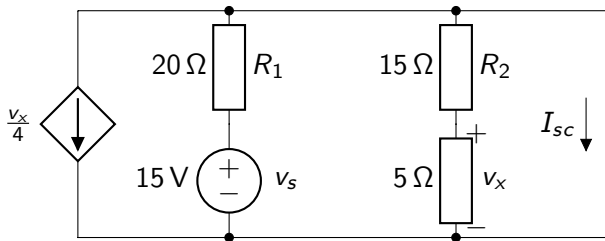
Voorbeeld



Bepaal open-klemspanning U_{oc} :

$$\begin{aligned}
 \frac{v_x}{4} + \frac{U_{oc} - 15}{20} + \frac{U_{oc}}{20} &= 0 \\
 \frac{U_{oc} \cdot 5}{5 + 15} &= v_x \\
 \Rightarrow \frac{5U_{oc}}{80} + \frac{U_{oc} - 15}{20} + \frac{U_{oc}}{20} &= 0 \\
 \Rightarrow \frac{13U_{oc} - 60}{80} &= 0 \\
 \Rightarrow U_{oc} &= \frac{60}{13} \text{ V}
 \end{aligned}$$

Voorbeeld

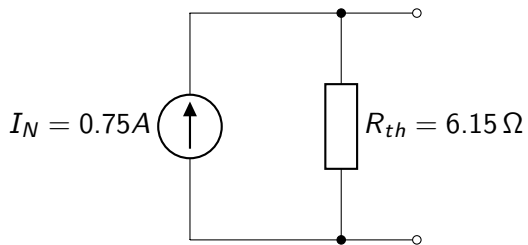


Bepaal kortsluitstroom I_{sc} :

$$I_{sc} = \frac{v_s}{R_1} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} \text{ A}$$

$v_x = 0$

Voorbeeld



Bepaal R_{th} :

$$R_{th} = \frac{U_{oc}}{I_{sc}}$$

$$R_{th} = \frac{\frac{60}{13}}{\frac{3}{4}} = \frac{80}{13} \Omega$$

Brontransformaties

- Afhankelijk van de oplossingsmethode, kan het handiger zijn om een spanningsbron of stroombron te hebben.
- Norton en Thévenin kunnen gebruikt worden om bronnen te vervangen

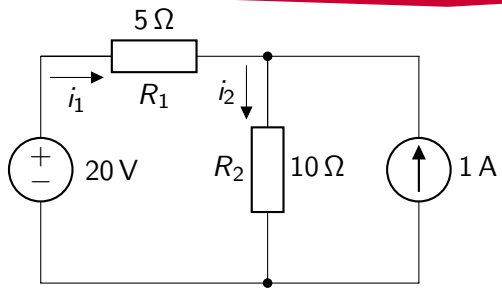
Brontransformaties

- Afhankelijk van de oplossingsmethode, kan het handiger zijn om een spanningsbron of stroombron te hebben.
- Norton en Thévenin kunnen gebruikt worden om bronnen te vervangen
 - Als tussen twee punten in de schakeling een *spanningsbron* en weerstand in *serie* staan (Thévenin) kan dit worden omgezet naar een stroombron en weerstand in *parallel* (norton).

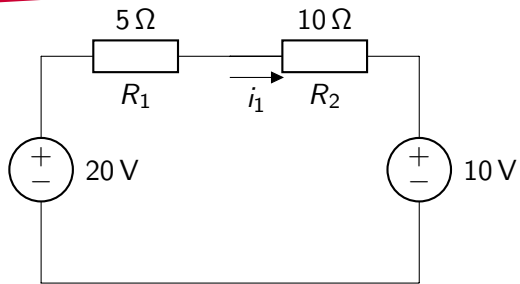
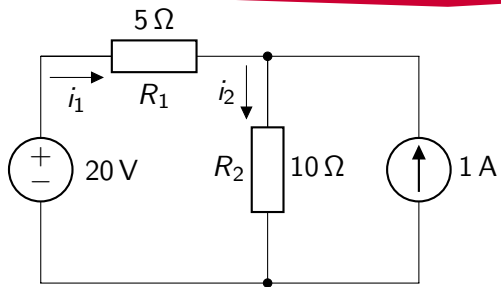
Brontransformaties

- Afhankelijk van de oplossingsmethode, kan het handiger zijn om een spanningsbron of stroombron te hebben.
- Norton en Thévenin kunnen gebruikt worden om bronnen te vervangen
 - Als tussen twee punten in de schakeling een *spanningsbron* en weerstand in *serie* staan (Thévenin) kan dit worden omgezet naar een stroombron en weerstand in *parallel* (norton).
 - Als tussen twee punten in de schakeling een *stroombron* en weerstand *parallel* staan (norton) kan dit worden omgezet naar een spanningsbron en weerstand in *serie* (Thévenin)

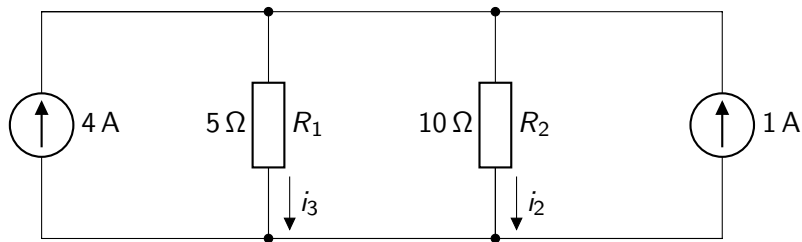
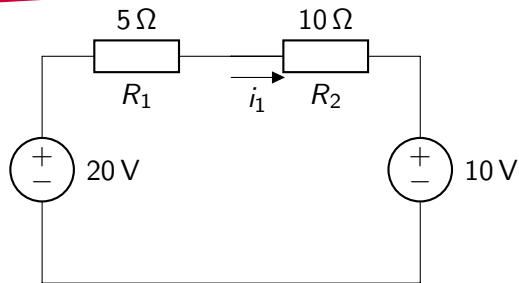
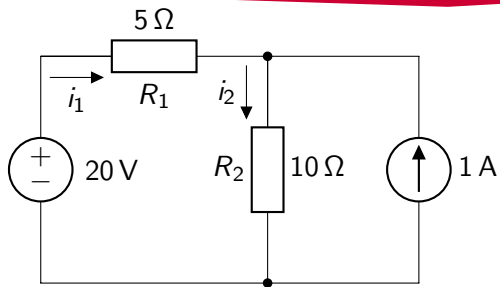
Brontransformaties voorbeeld



Brontransformaties voorbeeld



Brontransformaties voorbeeld



Huiswerk

Heel veel opgaven, maar maak ze allemaal!

Deze opgaven kunnen ook op het tentamen terugkomen.

- Hambley H2.4 opgaven P2.48 tot en met P2.63 (KCL)
- Hambley H2.5 opgaven P2.65 t/m P2.79 (KVL)
- Hambley H2.6 opgaven P2.80 t/m P2.93 (Thévenin)
- Hambley H2.7 opgaven P2.94 t/m P2.101 (Superpositie)