

Opdrachten week 2.6: Opgaven State-space

Regeltechniek 10 (REG10)

Maak de volgende opgaven:

1. Bepaal van onderstaande state-space representaties of ze in de observable, controllable of modal canonical form staat.

a)

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -7 & -12 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} u$$

c)

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} u$$

b)

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -7 & 1 \\ 6 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} u$$

d)

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -5 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 5 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} u$$

2. Zet de volgende overdracht om naar de controllable canonical form.

a)

$$H(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)}$$

d)

$$H(s) = \frac{s(s^2 + 6s + 1)}{s^4 + 4s + 1}$$

b)

$$H(s) = \frac{s+6}{(s+4)(s+5)}$$

e)

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 15 & -8 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} u$$

c)

$$H(s) = \frac{s}{s^2 + 2s + 6}$$

3. Zet de volgende overdracht om naar de observable canonical form.

a)

$$H(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)}$$

d)

$$H(s) = \frac{s(s^2 + 6s + 1)}{s^4 + 4s + 1}$$

b)

$$H(s) = \frac{s+6}{(s+4)(s+5)}$$

e)

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 15 & -8 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} u$$

c)

$$H(s) = \frac{s}{s^2 + 2s + 6}$$

4. Het volgende systeem zullen we analyseren en regelen met state-space.

$$H(s) = \frac{s+2}{s^2-s-6}$$

a) Bepaal van het systeem de polen. Is het systeem stabiel?

b) Zet het systeem om in de controllable canonical form.

Hint: Gebruik hiervoor de techniek besproken in de les:

$$H(s) = \frac{b_1 s^{n-1} + b_2 s^{n-2} + \dots + b_n}{s^n + a_1 s^{n-1} + a_2 s^{n-2} + \dots + a_n}$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -a_1 & -a_2 & \dots & \dots & -a_n \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & \dots & \dots & b_n \end{bmatrix} x$$

We gaan nu de polen van het systeem verplaatsen naar een andere locatie. We kunnen zelf kiezen waar. Voor dit voorbeeld zullen we de polen naar de volgende locaties brengen:

$$s = -3 \vee s = -4$$

c) Bepaal de polynoom van de nieuwe polen.

d) Bepaal de polen van het systeem met de full-state feedback regelaar.

Hint: Gebruik hiervoor de volgende regel:

$$\det(sI - A + BK) = 0$$

e) Vergelijk de polynoom met full state feedback met de polynoom waar we onze polen naartoe willen brengen. Bepaal dan de K -matrix.

5. Voor de volgende systemen, bepaal de *full-state* feedback matrix (K) om de polen van het systeem naar de gewenste posities te brengen. *Hint:* Maak gebruik van het stappenplan, gegeven in de vorige opgave.

a)

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -7 & -12 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} u$$

naar de posities:

$$s^2 + 10s + 12 = 0$$

b)

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -7 & 1 \\ 6 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} u$$

naar de posities:

$$s^2 + 3s + 2 = 0$$

c)

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} u$$

naar de posities:

$$s^2 + 6s + 5 = 0$$

d)

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -5 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 5 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} u$$

naar de posities:

$$(s+7)(s+10) = 0$$