

Antwoorden week 2.7: Opgaven State-space

Regeltechniek 10 (REG10)

1. (a)

$$s = -2 \vee s = 3$$

Nee, systeem is niet stabiel, want er ligt een pool in het rechterhalfvlak

$$(b) \quad H(s) = \frac{b_1 s^{n-1} + b_2 s^{n-2} + \dots + b_n}{s^n + a_1 s^{n-1} + a_2 s^{n-2} + \dots + a_n} \quad \dot{x} = \begin{bmatrix} -a_1 & -a_2 & \dots & \dots & -a_n \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & \dots & \dots & b_n \end{bmatrix} x$$

In de les is bovenstaande regel behandeld. Deze kan makkelijk worden toegepast nu. Dit geeft direct de controllable canonical form:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} u$$

(c) Gewoon uitvermenigvuldigen ;)

$$(s+4)(s+3) = s^2 + 7s + 12$$

$$(d) \quad A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$$

(e) Controllabilty matrix invullen geeft:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Inverteren geeft:

$$C^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(f) K kunnen we berekenen door de Ackermann's formule in te vullen met de eerder berekende waarden.

$$K = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 1 & 6 \end{bmatrix} + 7 \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + 12 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right)$$

Dit geeft:

$$K = \begin{bmatrix} 8 & 18 \end{bmatrix}$$

2. (a)

$$K = \begin{bmatrix} -3 & 0 \end{bmatrix}$$

(b)

$$K = \begin{bmatrix} -5 & 1 \end{bmatrix}$$

(c) Niet mogelijk. Het systeem is uncontrollable (determinant van de controllabilty matrix gelijk aan 0)

(d)

$$K = \begin{bmatrix} -0.9091 & 18.9091 \end{bmatrix}$$