

Opdrachten week 2.7: Opgaven State-space

Regeltechniek 10 (REG10)

Maak de volgende opgaven:

1. We bekijken het systeem uit de opgaven van vorige week. We gaan deze nu regelen, maar dan met de Ackermann's formule.

$$H(s) = \frac{s+2}{s^2-s-6}$$

- a) Bepaal van het systeem de polen. Is het systeem stabiel?

- b) Zet het systeem om in de controllable canonical form.

Hint: Gebruik hiervoor de techniek besproken in de les:

$$H(s) = \frac{b_1 s^{n-1} + b_2 s^{n-2} + \dots + b_n}{s^n + a_1 s^{n-1} + a_2 s^{n-2} + \dots + a_n}$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -a_1 & -a_2 & \dots & \dots & -a_n \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & \dots & \dots & b_n \end{bmatrix} x$$

We gaan nu de polen van het systeem verplaatsen naar een andere locatie. We kunnen zelf kiezen waar. Voor dit voorbeeld zullen we de polen naar de volgende locaties brengen:

$$s = -3 \vee s = -4$$

- c) Bepaal de polynoom van de nieuwe polen.

We gaan nu de Ackermann's formule gebruiken om de K-matrix te bepalen.

Ackermann's formule:

$$K = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} C^{-1} \alpha_c(A)$$

waarin C staat voor de controllability matrix en

$$\alpha_c(A) = A^n + \alpha_1 A^{n-1} + \alpha_2 A^{n-2} + \dots + \alpha_n I$$

- d) Bepaal A^2
- e) Bepaal de inverse controllability matrix C^{-1} .

Hint:

$$C = \begin{bmatrix} B & AB & A^2 B & \dots & A^{n-1} B \end{bmatrix}$$

- f) Bereken K .

4. Voor de volgende systemen, bepaal de *full-state* feedback matrix (K) met de Ackermann's formule om de polen van het systeem naar de gewenste posities te brengen. *Hint*: Maak gebruik van het stappenplan, gegeven in de vorige opgave.

a)

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -7 & -12 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} u$$

naar de posities:

$$s^2 + 10s + 12 = 0$$

b)

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -7 & 1 \\ 6 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} u$$

naar de posities:

$$s^2 + 3s + 2 = 0$$

c)

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} u$$

naar de posities:

$$s^2 + 6s + 5 = 0$$

d)

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -5 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 5 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} u$$

naar de posities:

$$(s + 7)(s + 10) = 0$$