

REG10: Regeltechniek - Week 1.4

Hogeschool Rotterdam - Opleiding Elektrotechniek

Vandaag

1. Constante factor (hst 4.2)
2. Eerste-ordesysteem (hst 4.3)
3. Tweede-ordesysteem (hst 4.4)
4. Integrator (hst 4.5)
5. Differentiator (hst 4.6)

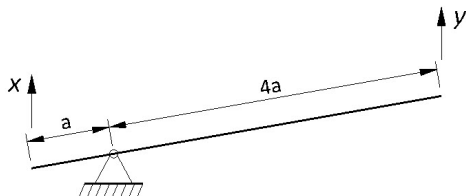
Constance factor

Het eenvoudigste basissysteem is een **constante factor** K :

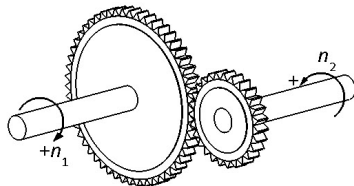
$$y(t) = K \cdot x(t)$$

- Er zit geen tijdcomponent in deze versterkingsfactor K
- De overdracht is statisch in plaats van dynamisch

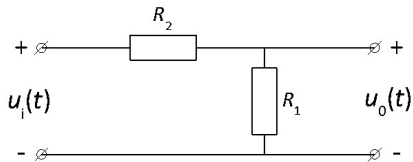
Overbrengingen met constante factor



a. hefboom



b. tandwieloverbrenging



c. spanningsdeler

Eerste-ordesysteem

Het eerste-ordesysteem heeft als overdracht:

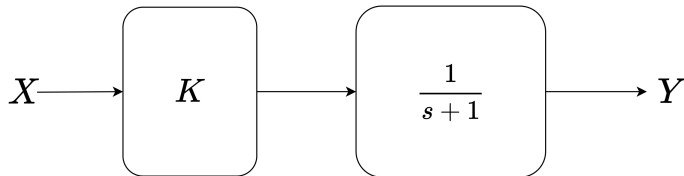
$$H(s) = \frac{1}{\tau s + 1}$$

- τ is hier de **tijdconstante**
- Een serie (cascade) schakeling van een constante factor en een eerste-ordesysteem ziet er als volgt uit:

$$H(s) = \frac{K}{\tau s + 1}$$

Eerste-ordesysteem

Een voorbeeld van cascade schakeling van een constante factor en een eerste-ordesysteem:



Eerste-ordessysteem

Teken het pn-beeld van het eerste-ordessysteem:

$$H(s) = \frac{1}{\tau s + 1}$$

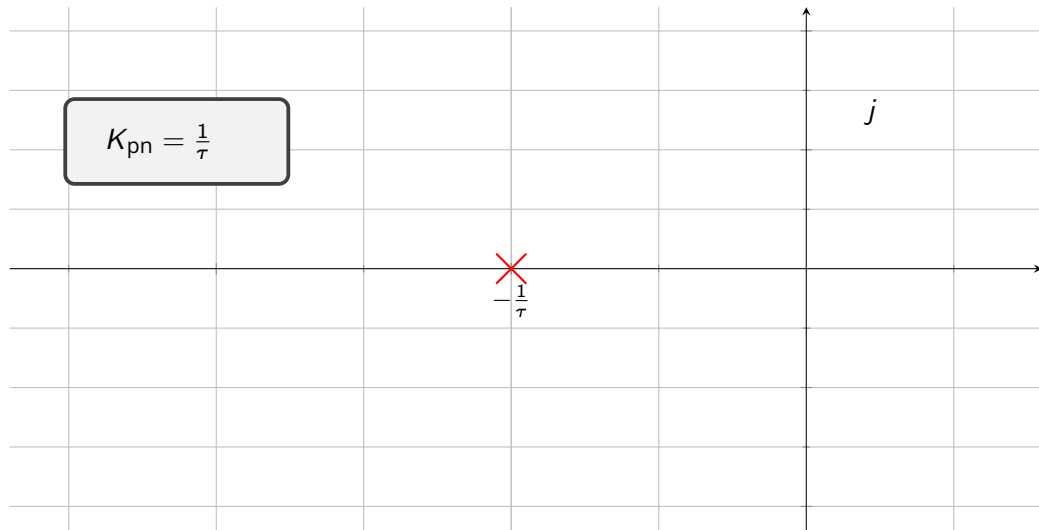
Eerste-ordesysteem

Het pn-beeld van het eerste-ordesysteem bepalen we als volgt:

$$H(s) = \frac{1}{\tau s + 1} = \frac{\frac{1}{\tau}}{s + \frac{1}{\tau}}$$

- Er ligt een pool bij $s = -\frac{1}{\tau}$
- De $K_{pn} = \frac{1}{\tau}$

PN-beeld eerste-orde systeem



Eerste-ordesysteem

Schets de eenheidsstapresponsie $y(t)$ van het eerste-ordesysteem:

$$H(s) = \frac{1}{\tau s + 1}$$

- Naar welke waarde gaat het uitgangssignaal $y(t)$?
- Wat is $y(t)$ bij $t = \tau$?

Eerste-ordesysteem

De eindwaarde van $y(t)$ bepalen we uit de eindwaarde stelling (week 1.1)

Stelling (Final Value Theorem)

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$$

Eerste-ordesysteem

Als $X(s)$ een eenheidsstap is geldt:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sY(s) = \lim_{s \rightarrow 0} sX(s)H(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{s} H(s) = \lim_{s \rightarrow 0} H(s) = H(0)$$

- Als $t \rightarrow \infty$ dan $y(t) \rightarrow H(0) = 1$

Eerste-ordesysteem

Voor de stapresponsie van het eerste-ordesysteem geldt:

$$Y(s) = X(s)H(s) = \frac{1}{s(\tau s + 1)}$$

$$y(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Hieruit volgt:

- Als $t \rightarrow \infty$ dan $y(t) \rightarrow 1$ (zie vorige dia!)
- Als $t = \tau$ dan is $y(t) = 0,63$ (63% van de eindwaarde).

Voorbeeld 4.2

Schets de stapresponsie $y(t)$ van het volgende systeem als $x(t) = 2 \cdot 1(t)$
Schets ook het pn-beeld.

$$H(s) = \frac{5}{3s + 1}$$

- Naar welke waarde gaat het uitgangssignaal $y(t)$?
- Wat is de tijdconstante τ ?
- Wat is $y(t)$ bij $t = \tau$?
- Waar ligt de pool van het systeem?
- Wat is de K_{pn} ?

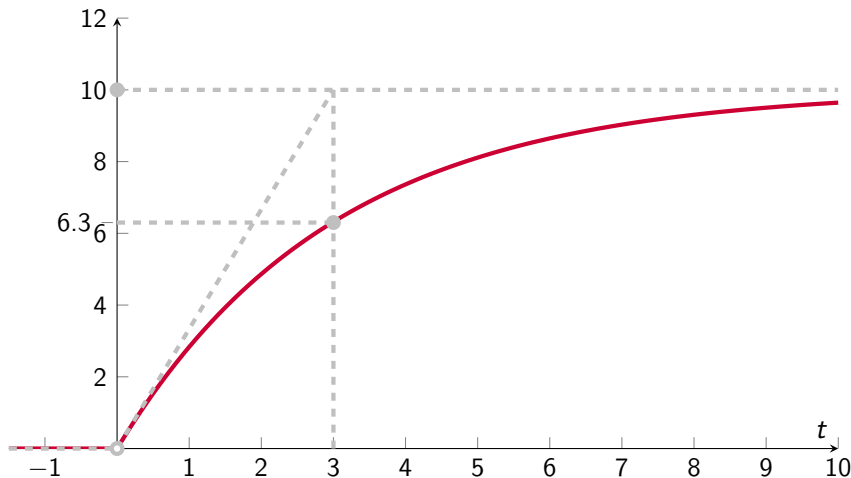
Voorbeeld 4.2

Antwoorden:

$$H(s) = \frac{5}{3s + 1}$$

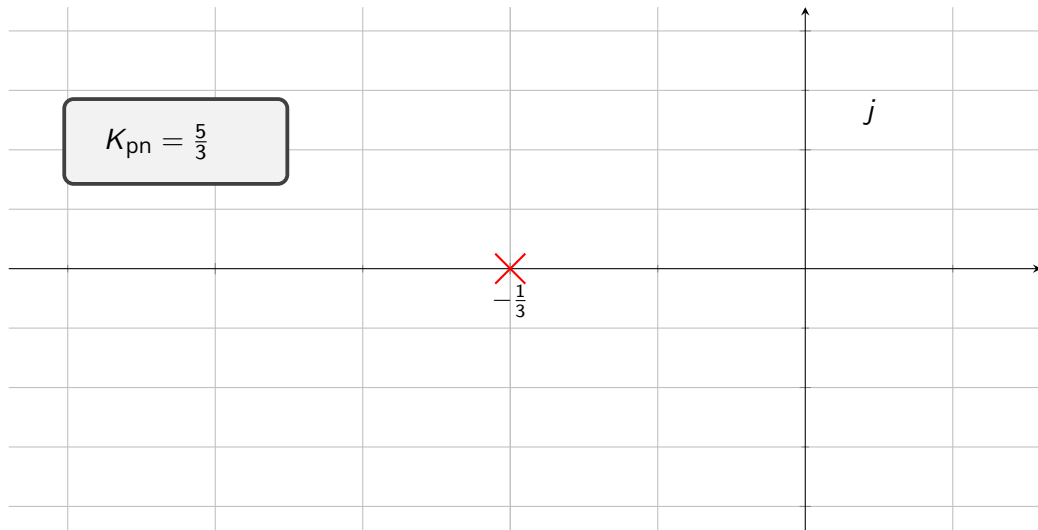
- Als $t \rightarrow \infty$ dan $y(t) \rightarrow 2 \cdot H(0) = 2 \cdot 5 = 10$
- $\tau = 3$
- $y(t) = 0.63 \cdot 10 = 6,3$
- $p_1 = -\frac{1}{3}$
- $K_{pn} = \frac{5}{3}$

Verskillende tijdsconstanten



Bij de tijdsconstante ($\tau = 3$) is het systeem op 63 % van de eindwaarde.

PN-beeld eerste-orde systeem

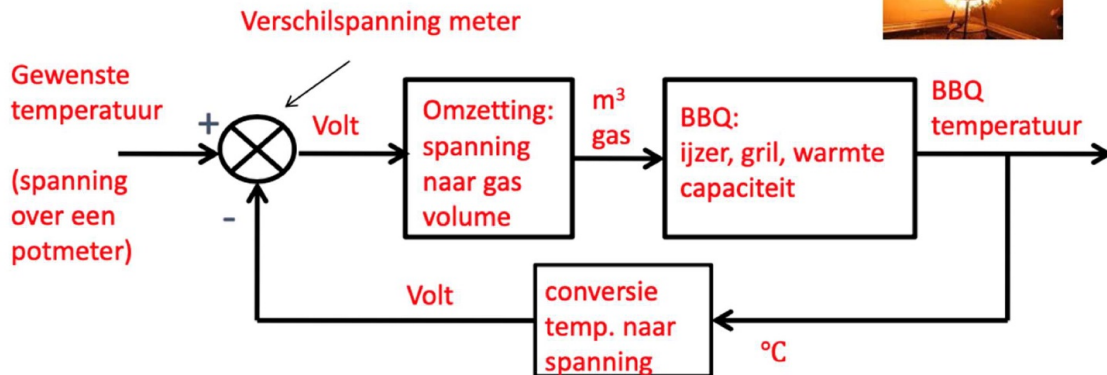


Eerste-ordessysteem

Welke praktische voorbeelden ken je van eerste-ordessystemen?

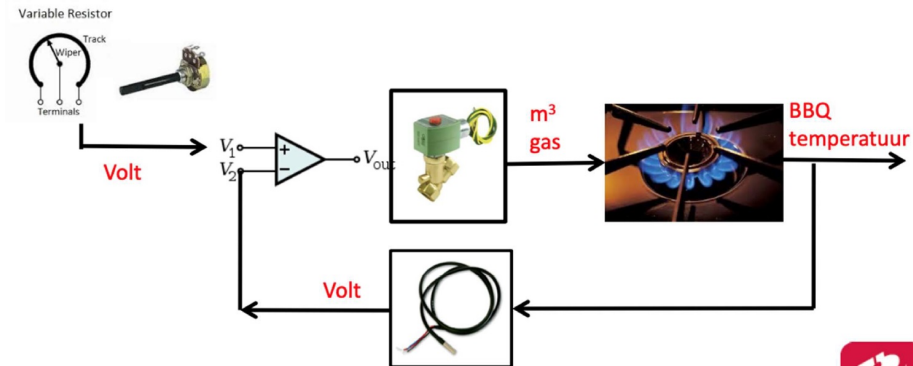
Voorbeeld: BBQ

Temperatuurregeling BBQ

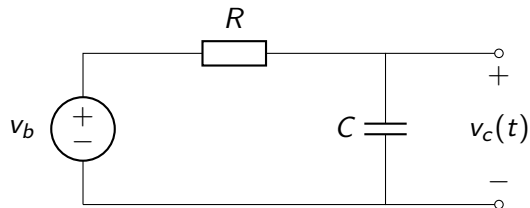


Voorbeeld: BBQ (vervolg)

BBQ: Schets van uitwerking



Voorbeeld: RC-netwerk



$$H(s) = \frac{V_c(s)}{V_b(s)} = \frac{1}{RCs + 1}$$

Tweede-ordesysteem

Een **tweede-ordesysteem** heeft als overdracht:

$$H(s) = K_{\text{stat}} \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\beta\omega_0 s + \omega_0^2}$$

- β is de **dempingsfactor**
- ω_0 is de **ongedempte hoekfrequentie**

Tweede-ordesysteem

Dit **tweede-ordesysteem** kan ook geschreven worden als:

$$H(s) = \frac{K_{pn}}{(s - p_1)(s - p_2)}$$

Tweede-ordesysteem

Bepaal de polen van onderstaande overdracht:

$$H(s) = K_{stat} \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\beta\omega_0 s + \omega_0^2}$$

- Welke drie mogelijke antwoorden vinden we voor p_1 en p_2 ?

Tweede-ordesysteem

$$H(s) = K_{stat} \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\beta\omega_0 s + \omega_0^2}$$

Polen:

$$s^2 + 2\beta\omega_0 s + \omega_0^2 = 0$$

De discriminant hierbij is:

$$D = 4\omega_0^2(\beta^2 - 1)$$

Tweede-ordesysteem

- Als $\beta > 1$ geldt:

$$p_{1,2} = -\beta\omega_0 \pm \omega_0\sqrt{\beta^2 - 1}$$

- Er zijn dan twee reële polen
- We noemen het systeem overkritisch gedempt

Tweede-ordessysteem

- Als $\beta = 1$ geldt:

$$p_{1,2} = -\beta\omega_0$$

- Er zijn dan twee gelijke reële polen
- We noemen het systeem kritisch gedempt

Tweede-ordesysteem

Wat geldt er voor de polen van het systeem als $\beta < 1$?

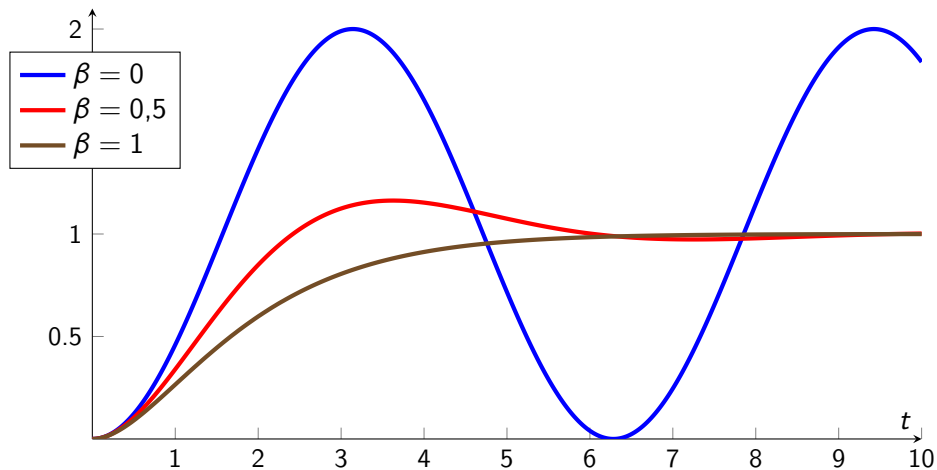
Tweede-ordesysteem

- Als $\beta < 1$ geldt:

$$p_{1,2} = \lambda \pm j\omega = -\beta\omega_0 \pm j\omega_0\sqrt{1 - \beta^2}$$

- Er zijn dan twee complexe polen
- We noemen het systeem onderkritisch gedempt
- Wat betekenen twee complexe polen ook alweer voor de impuls (of stap)responsie van een systeem?

Verschillende Beta's

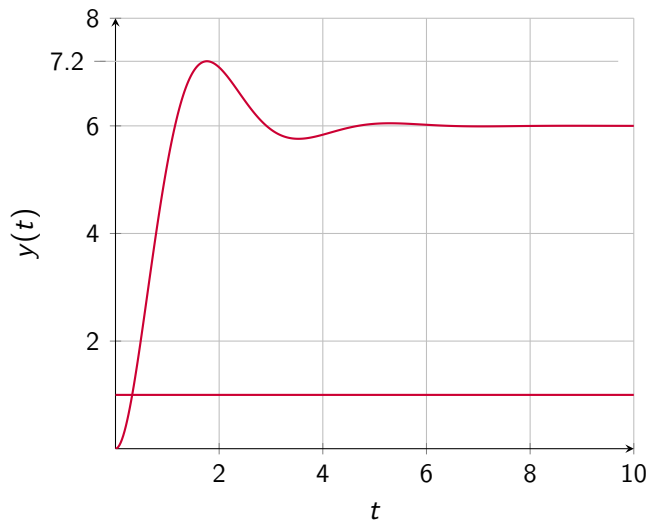


Tweede-ordessysteem

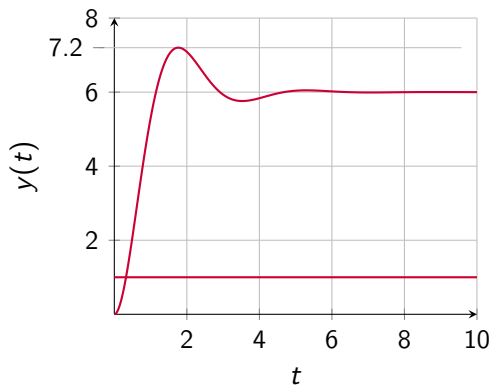
- Bij een $\beta < 1$ spreken we van **doorschot**.
- Doorschot is de maximale overschrijding van de eindwaarde van de eenheidsstapresponsie

Tweede-ordessysteem

Bepaal het doorschot uit onderstaand figuur:



Tweede-ordesysteem



Antwoord:

$$D = \frac{y_{\max} - y_{\text{eind}}}{y_{\text{eind}}} = \frac{7,2 - 6}{6} = \frac{1,2}{6} = 0,2$$

of:

$$D = 20\%$$

Tweede-ordessysteem

- De formule om het doorschot uit $H(s)$ te berekenen is:

$$D = e^{-\pi \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}}$$

- of uit de polen van $H(s)$:

$$D = e^{-\pi \left| \frac{\lambda}{\omega} \right|}$$

Tweede-ordessysteem

Het tijdstip waarop doorschot plaatsvindt noemen we **piektijd**

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_g}$$

Waarbij

$$\omega_g = \omega_o \sqrt{1 - \beta^2}$$

Opgave 1

Gegeven onderstaand systeem

$$H(s) = \frac{2}{2s^2 + s + 4}$$

- Teken het pn-beeld van $H(s)$
- Schets de eenheidsstapresponsie van $H(s)$

Opgave 1

Aanpak:

- Bepaal de polen van $H(s)$ en de K_{pn}
- Bepaal in het geval van complexe polen het doorschot
- Bepaal de piektijd t_p
- Bepaal de eindwaarde van $y(t)$
- Om het doorschot te bepalen kan je ook β bepalen uit $H(s)$

Opgave 1

Antwoord:

$$H(s) = \frac{2}{2s^2 + s + 4}$$

- $p_{1,2} = -0,25 \pm 1,39j$; $K_{pn} = \frac{2}{2} = 1$
- $D = 0,568 = 57\%$
- $t_p = \frac{\pi}{\omega} = \frac{\pi}{1,39} = 2,26$
- Als $t \rightarrow \infty$ dan $y(t) \rightarrow H(0) = \frac{2}{4} = 0,5$

Opgave 1

Om het doorschot te bepalen kan je ook β bepalen uit $H(s)$:

$$H(s) = \frac{2}{2s^2 + s + 4} = K_{stat} \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\beta\omega_0 s + \omega_0^2}$$

Noemers gelijkvormig maken:

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + 0,5s + 2} = K_{stat} \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\beta\omega_0 s + \omega_0^2}$$

Opgave 1

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + 0,5s + 2} = K_{stat} \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\beta\omega_0 s + \omega_0^2}$$

Noemers vergelijken geeft:

- $2\beta\omega_0 = 0,5$ dus $\beta = \frac{1}{4\omega_0}$
- $\omega_0^2 = 2$ dus $\omega_0 = \sqrt{2}$
- dus: $\beta = \frac{1}{4\omega_0} = \frac{1}{4\sqrt{2}} = 0,177$

Opgave 1

$\beta = 0,177$ invullen in:

$$D = e^{-\pi \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}}$$

geeft opnieuw:

$$D = 0,57 = 57\%$$

Opgave 1 MATLAB

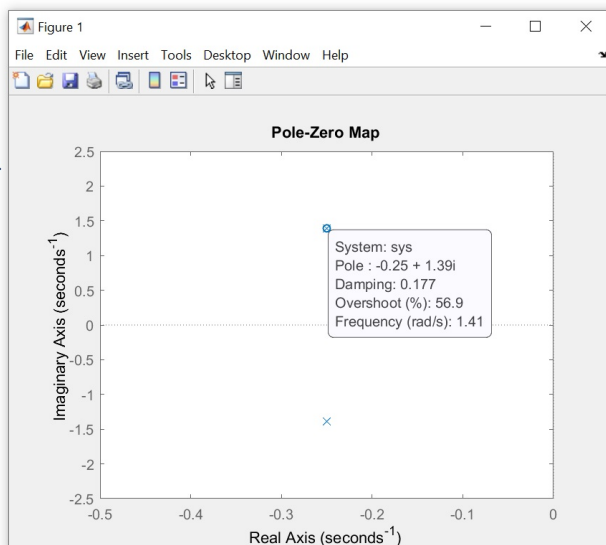
```
>> sys=tf(2,[2 1 4])

sys =

      2
  -----
  2 s^2 + s + 4

Continuous-time transfer function.

>> pzmap(sys)
>>
```



Opgave 1 MATLAB

```
>> sys=tf(2,[2 1 4])
```

```
sys =
```

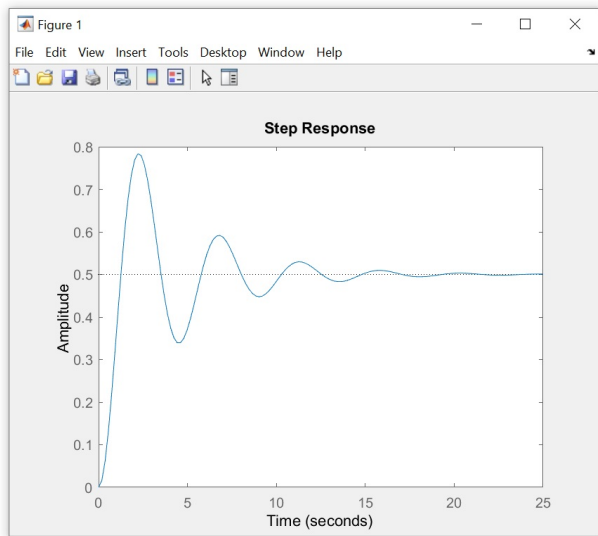
$$\frac{2}{2s^2 + s + 4}$$

Continuous-time transfer function.

```
>> pzmap(sys)
```

```
>> step(sys)
```

```
>>
```



Opgave 2

Gegeven onderstaand systeem

$$H(s) = \frac{3}{s^2 + 5s + 6}$$

- Teken het pn-beeld van $H(s)$
- Schets de eenheidsstapresponsie van $H(s)$

Opgave 2

Antwoord:

$$H(s) = \frac{3}{s^2 + 5s + 6}$$

- $p_1 = -3 ; p_2 = -2 ; K_{pn} = 3$
- geen complexe polen dus geen doorschot
- geen doorschot dus piektijd is niet van toepassing
- Als $t \rightarrow \infty$ dan $y(t) \rightarrow H(0) = \frac{3}{6} = 0,5$

Opgave 2 MATLAB

```
>> sys=tf(3,[1 5 6])
```

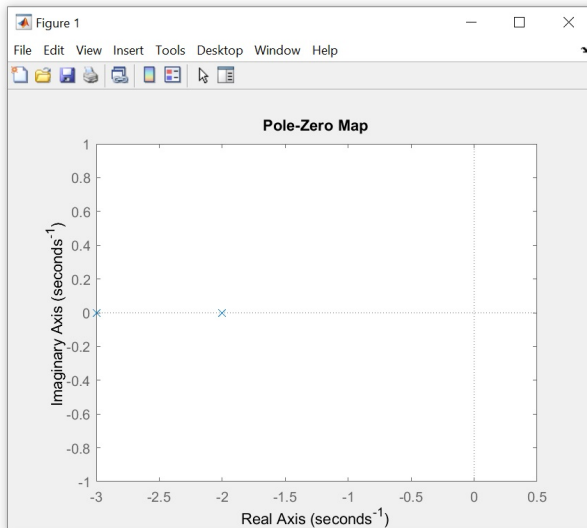
```
sys =
```

$$\frac{3}{s^2 + 5s + 6}$$

Continuous-time transfer function.

```
>> pzmap(sys)
```

```
>>
```



Opgave 2 MATLAB

```
>> sys=tf(3,[1 5 6])
```

```
sys =
```

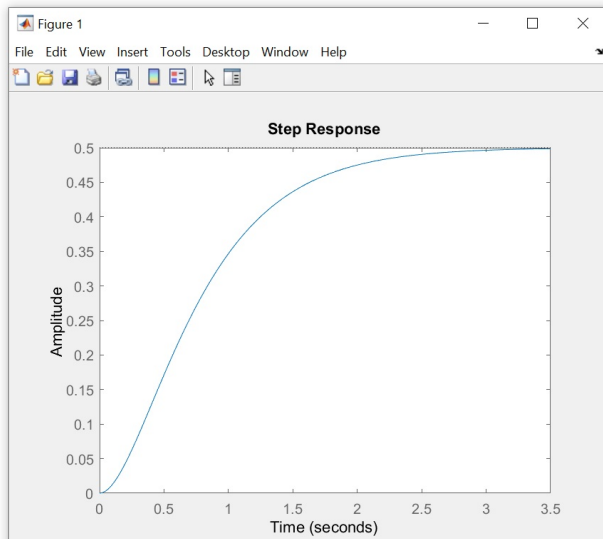
$$\frac{3}{s^2 + 5s + 6}$$

Continuous-time transfer function.

```
>> pzmap(sys)
```

```
>> step(sys)
```

```
>>
```



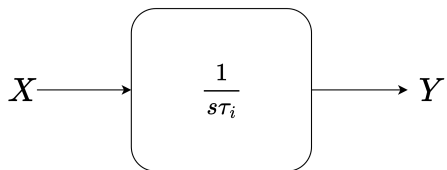
Integrator

Een **integrator** heeft als overdracht:

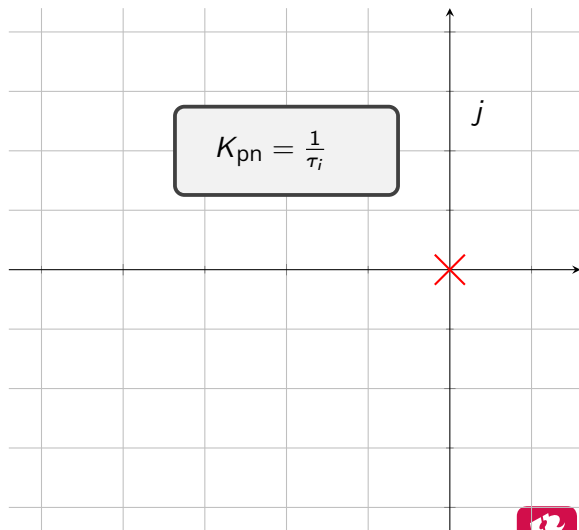
$$H(s) = \frac{1}{\tau_i s}$$

- τ_i is de **integratietijdconstante**
- Een vat gevuld met vloeistof is een voorbeeld van een integrator.

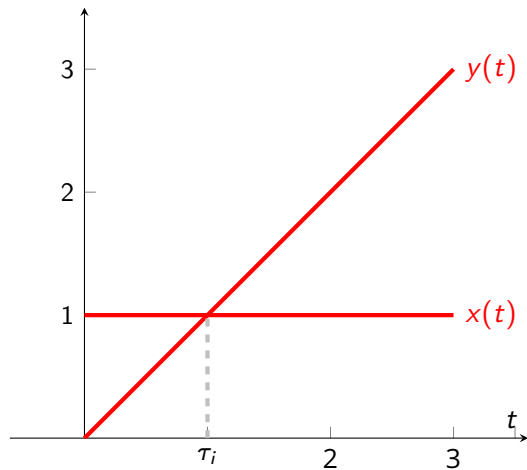
Integrator



Blokschema integrator $\Uparrow$
 PN-beeld integrator $\Rightarrow$



Integrator



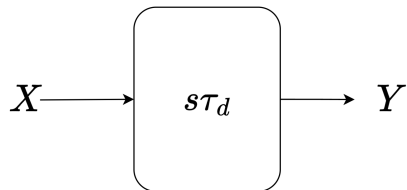
Differentiator

Een **differentiator** heeft als overdracht:

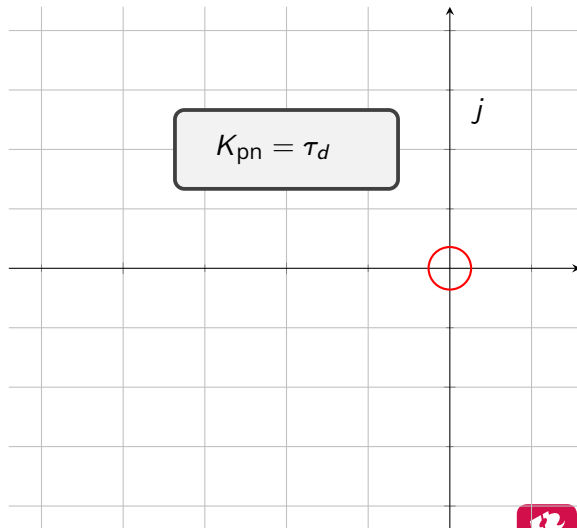
$$H(s) = \tau_d s$$

- τ_d is de **differentiatietijdconstante**
- Een zuivere differentiator komt niet voor in de praktijk.

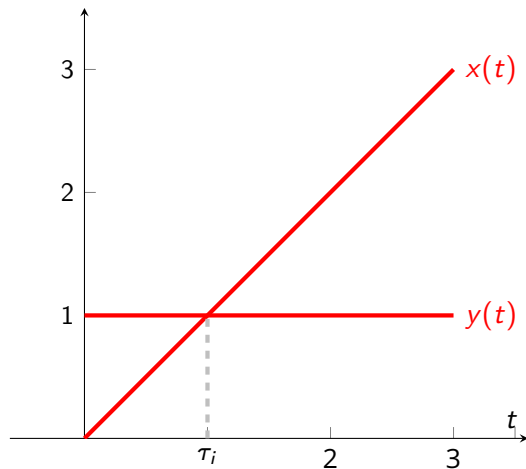
Differentiator



Blokschema differentiator $\Uparrow$
 PN-beeld differentiator $\Rightarrow$



Differentiator



Let op!

$$x(t) = tHv(t)$$

Volgende week...

- Basissystemen in het s-domein