

REG10: Regeltechniek - Week 1.6

Hogeschool Rotterdam - Opleiding Elektrotechniek

Vandaag

1. Herhaling
2. Connectie Bode met Nyquist
3. Stabiliteit

Belangrijke personen



Harry Nyquist 1889-1976

Opgave

Gegeven de volgende differentiaal vergelijking:

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 11\frac{dy(t)}{dt} + 10y(t) = 10\frac{dx(t)}{dt} + x(t)$$

Bepaal de overdracht $H(s)$.

Opgave

Gegeven de volgende differentiaal vergelijking:

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 11\frac{dy(t)}{dt} + 10y(t) = 10\frac{dx(t)}{dt} + x(t)$$

Bepaal de overdracht $H(s)$.

Antwoord:

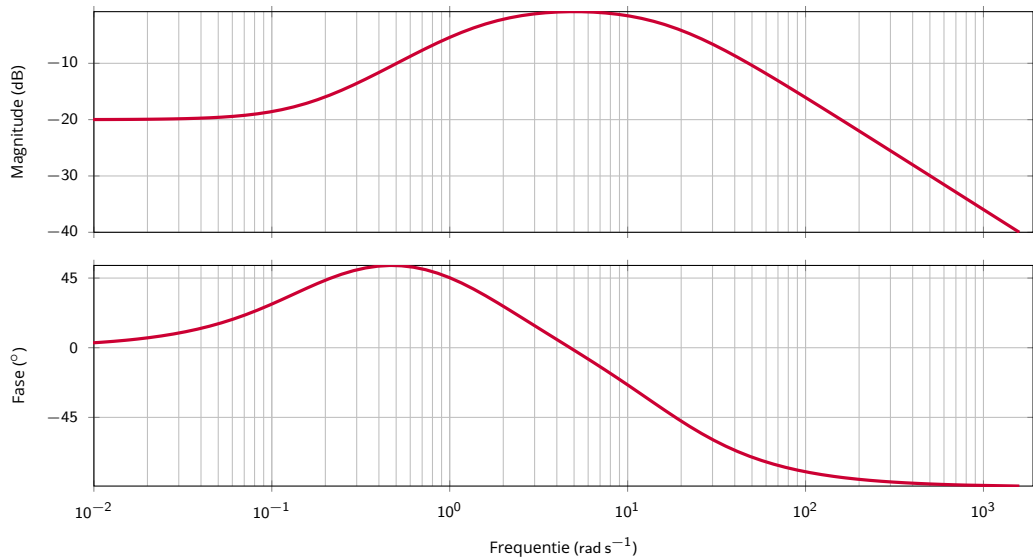
$$H(s) = \frac{(10s + 1)}{(s + 1)(s + 10)}$$

Opgave

Teken de Bode plot van het volgende systeem:

$$H(s) = \frac{(10s + 1)}{(s + 1)(s + 10)}$$

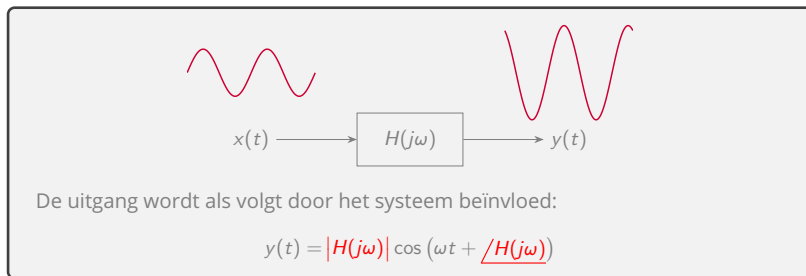
Antwoord



Connectie Bode plot met Nyquist plot

Vorige week is uitgelegt dat de uitgang van een systeem als volgt wiskundig kan worden beschreven:

$$y(t) = |H(j\omega)| \cos(\omega t + \angle H(j\omega))$$



Connectie Bode plot met Nyquist plot

Vorige week is uitgelegt dat de uitgang van een systeem als volgt wiskundig kan worden beschreven:

$$y(t) = |H(j\omega)| \cos(\omega t + \angle H(j\omega))$$

De sinusöïde kan worden omgeschreven naar de exponentiële vorm:

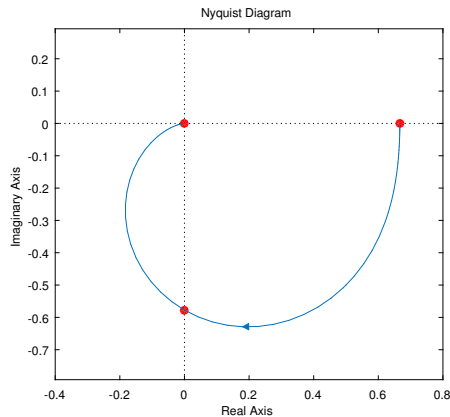
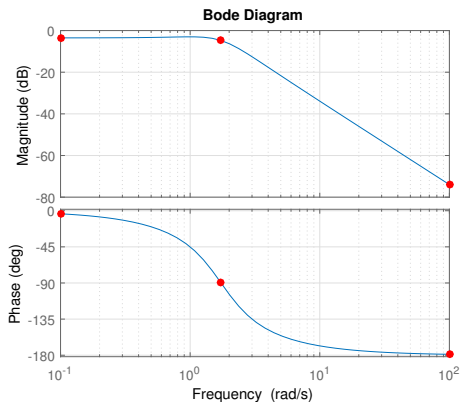
$$y(t) = |H(j\omega)| e^{j(\omega t + \angle H(j\omega))}$$

Het bijbehorende figuur is een soort "samenvatting" van de Bode plot. Dit wordt een Nyquist plot* genoemd.

*Het boek hanteert de term Polair figuur.

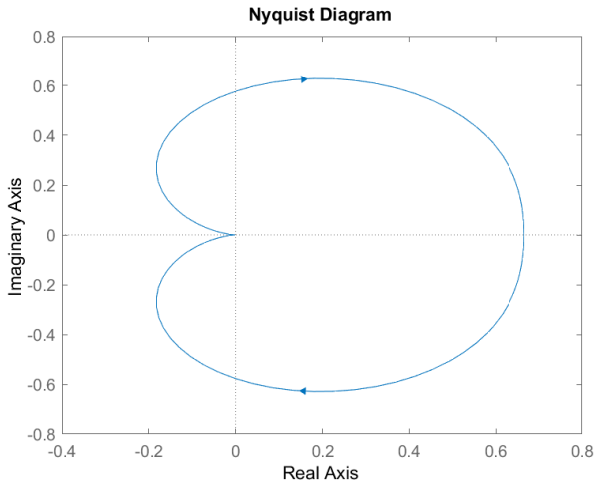
Nyquist plot

Voorbeeld met $H(s) = \frac{2}{s^2+2s+3}$:



Negatieve frequenties

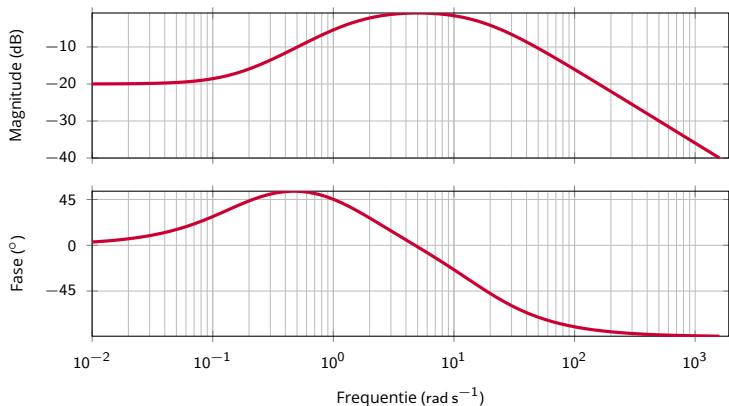
Een volledig Nyquist plot wordt aangevuld met negatieve frequenties.



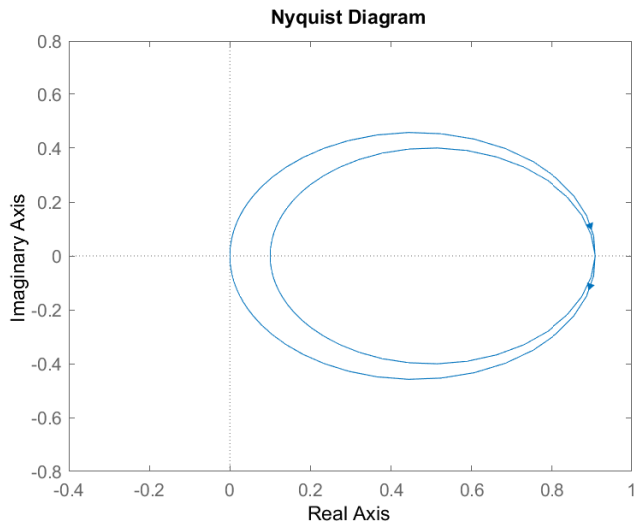
Opgave

Teken de Nyquist plot van het volgende systeem:

$$H(s) = \frac{(10s + 1)}{(s + 1)(s + 10)}$$



Antwoord



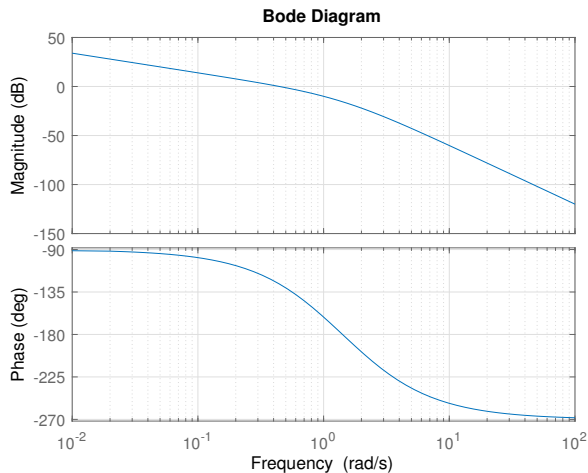
Opgave

Teken de Nyquist plot van het volgende systeem:

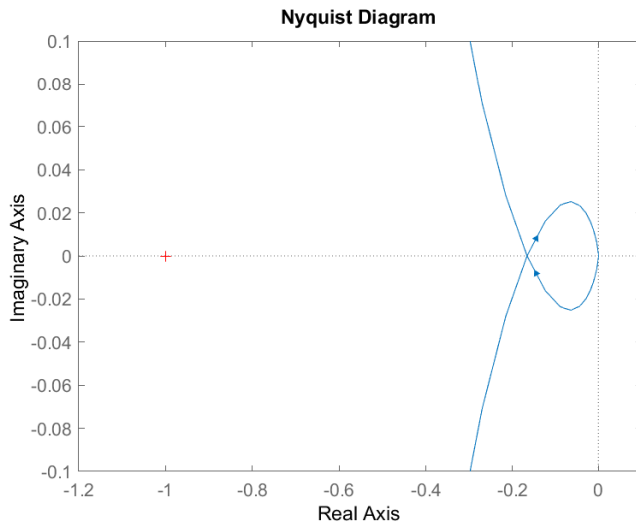
$$H(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+2)}$$

Eerste stap

Eerst moet de Bode plot worden getekend:

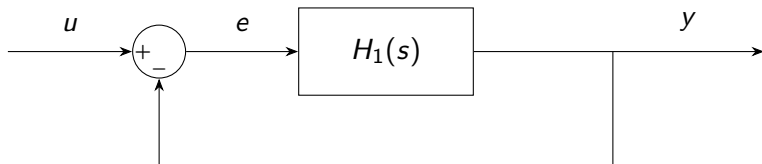


Antwoord



Stabiliteit

Een belangrijke eigenschap van systemen is *stabiliteit*. We willen graag weten wanneer een systeem wel of niet stabiel is.



Stabiliteit in het s-domein

Teken de polen in het complexe vlak en bepaal de inverse Laplace-transformatie van de volgende systemen.

Links	Midden	Rechts
$\frac{1}{s+1}$	$\frac{1}{s}$	$\frac{1}{s-1}$

Stabiliteit in het s-domein

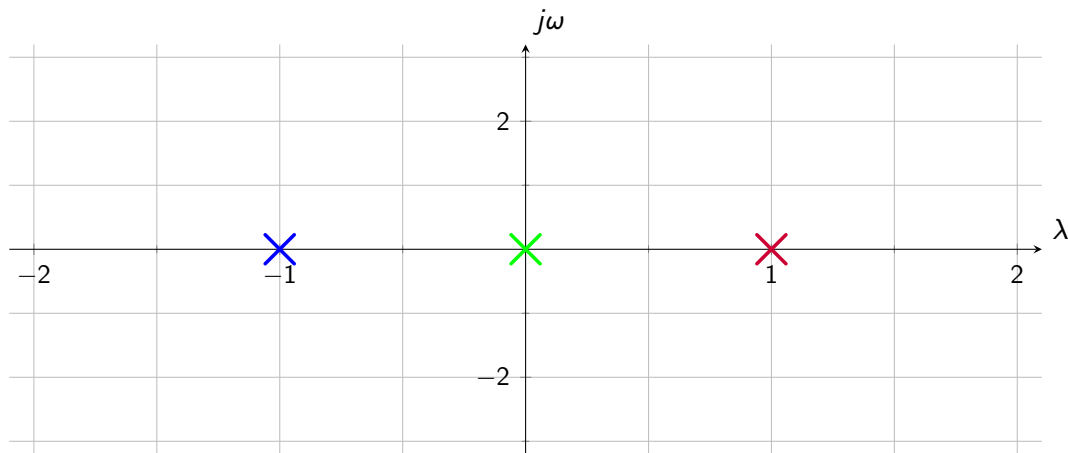
Teken de polen in het complexe vlak en bepaal de inverse Laplace-transformatie van de volgende systemen.

Links	Midden	Rechts
$\frac{1}{s+1}$	$\frac{1}{s}$	$\frac{1}{s-1}$

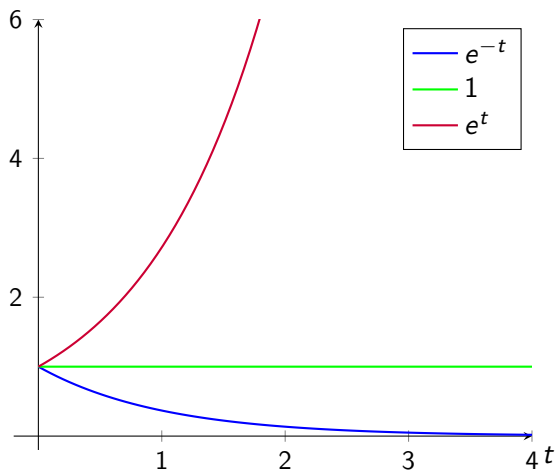
Antwoord:

Links	Midden	Rechts
e^{-t}	1	e^t

Antwoord



Plot responses

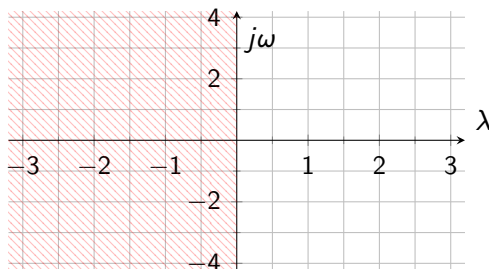


Voorwaarde stabiliteit

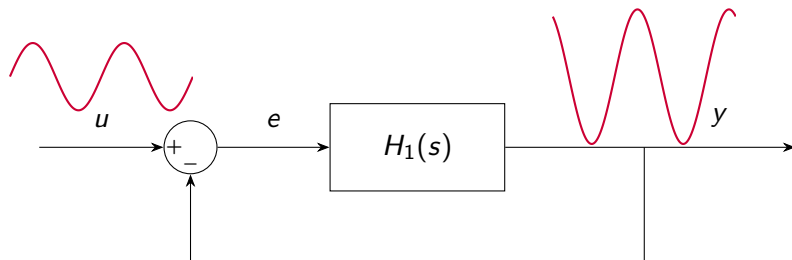
Uit voorgaande oefening blijkt dat de poollocatie bepalend is voor de stabiliteit van een systeem.

Definitie (Stabiliteit)

Een systeem is stabiel wanneer al haar *polen* in het linker halfvlak liggen.



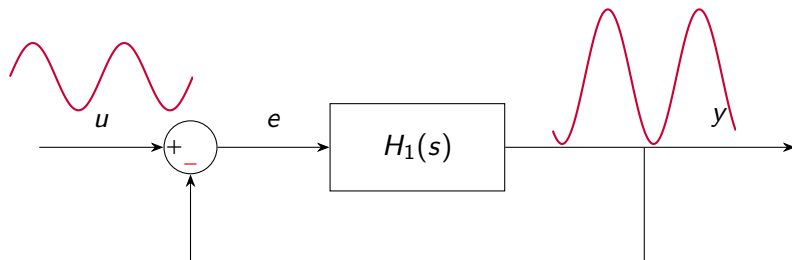
Stabiliteit in het frequentiedomein



Om stabiliteit in het frequentiedomein te bepalen is meer informatie nodig. Dit is te vinden in de uitgangsvormule:

$$y(t) = |H(j\omega)| \cos(\omega t + \angle H(j\omega))$$

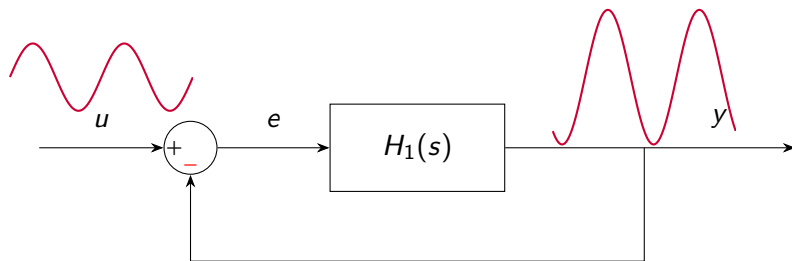
Stabiliteit in het frequentiedomein



Wanneer $\angle H(j\omega)$ groter wordt dan 180° , spreken we van *meekoppeling*. Wanneer de fase kleiner is, spreken we van *tegenkoppeling*. Waarom bij 180° ?

$$y(t) = |H(j\omega)| \cos(\omega t + \angle H(j\omega))$$

Stabiliteit in het frequentiedomein



Als $\angle H(j\omega) = 180^\circ$ en **tegelijkertijd** $|H(j\omega)| \geq 1$ spreken we instabiliteit. Waarom bij $|H(j\omega)| \geq 1$?

$$y(t) = |H(j\omega)| \cos(\omega t + \angle H(j\omega))$$

Voorwaarde stabiliteit

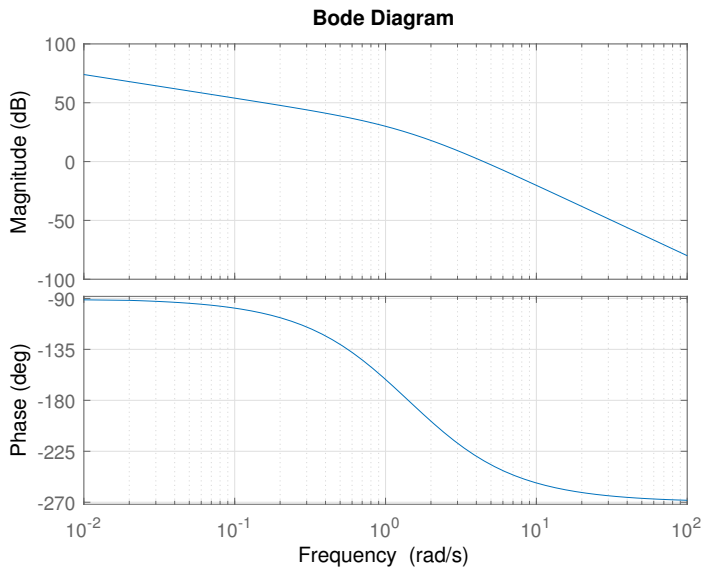
We kunnen nu een voorwaarde stellen aan de stabiliteit in het frequentiedomein.

Definitie (Stabiliteit)

Een systeem is stabiel als $|H(j\omega)| \leq 1$ wanneer $\angle H(j\omega) = 180^\circ$

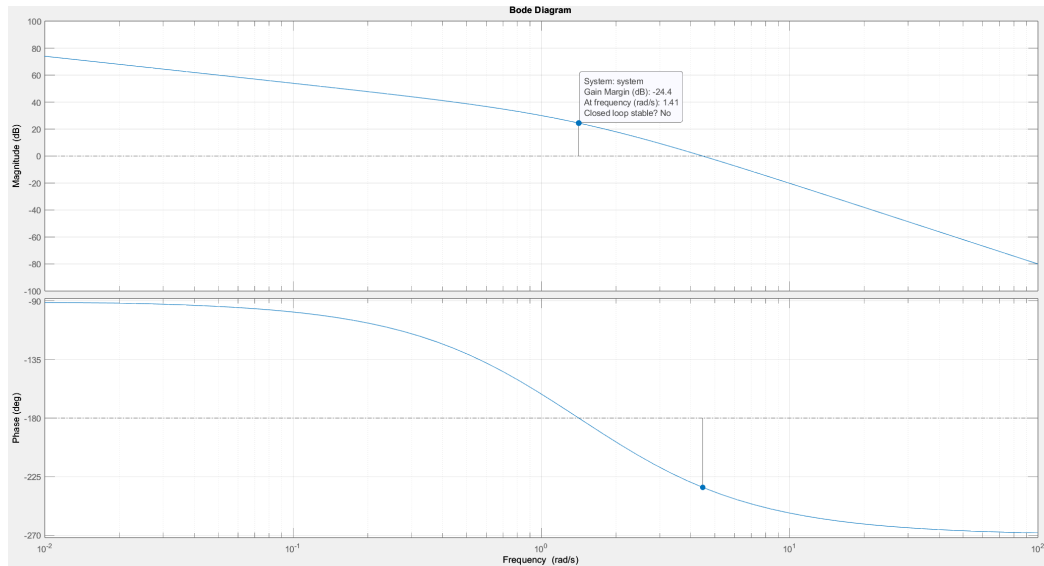
Opgave

Is dit geregelde systeem stabiel?



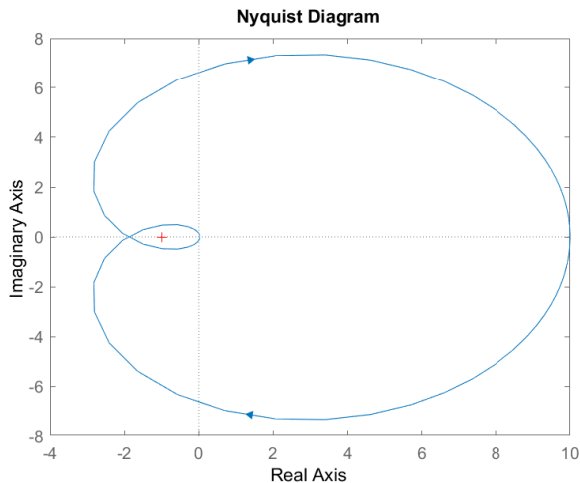
Antwoord

Nee, niet stabiel.



Opgave

Is dit geregelde systeem stabiel?



Hoe zou je dit kunnen bepalen?

Omzetting naar Nyquist

Definitie (Stabiliteit)

Een systeem is stabiel als $|H(j\omega)| \leq 1$ wanneer $\angle H(j\omega) = 180^\circ$

De sinusöide kan worden omgeschreven naar de exponentiële vorm:

$$y(t) = |H(j\omega)| e^{j(\omega t + \angle H(j\omega))}$$

Wat gebeurt er als je deze grenswaarden invult?

Omzetting naar Nyquist

Definitie (Stabiliteit)

Een systeem is stabiel als $|H(j\omega)| \leq 1$ wanneer $\angle H(j\omega) = 180^\circ$

De sinusöïde kan worden omgeschreven naar de exponentiële vorm:

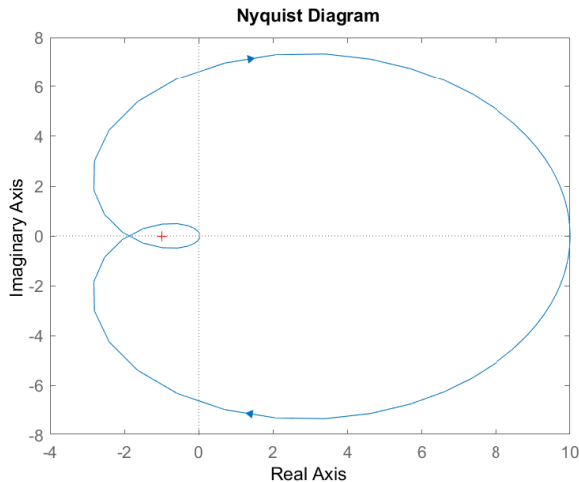
$$y(t) = |H(j\omega)| e^{(\omega t + \angle H(j\omega))}$$

$$\begin{aligned} y(t) &= |H(j\omega)| e^{(\omega t + \angle H(j\omega))} \\ &= 1 e^{(\omega t 180^\circ)} \\ &= -1 e^{(\omega t)} \end{aligned}$$

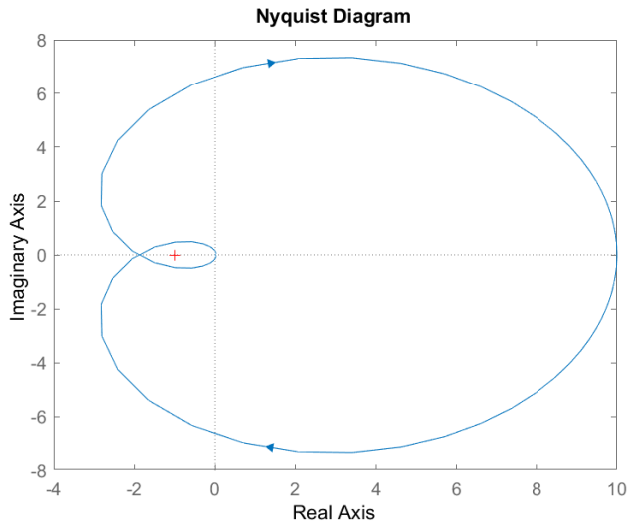
Het punt -1 is dus bepalend voor de stabiliteit van het systeem.

Opgave

Dus opnieuw de vraag:
Is dit geregelde systeem stabiel?

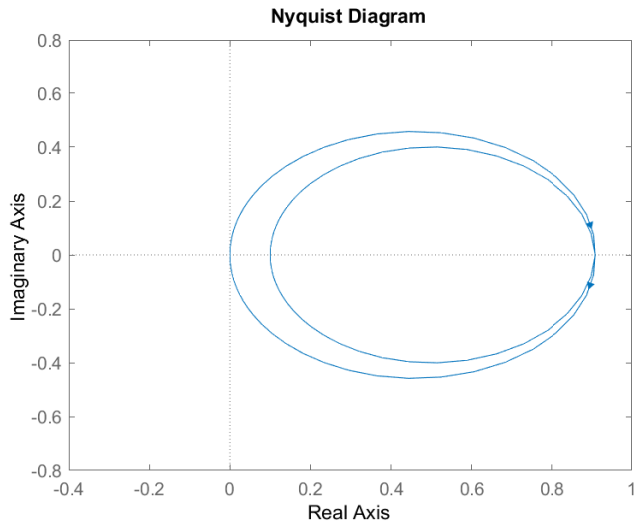


Antwoord



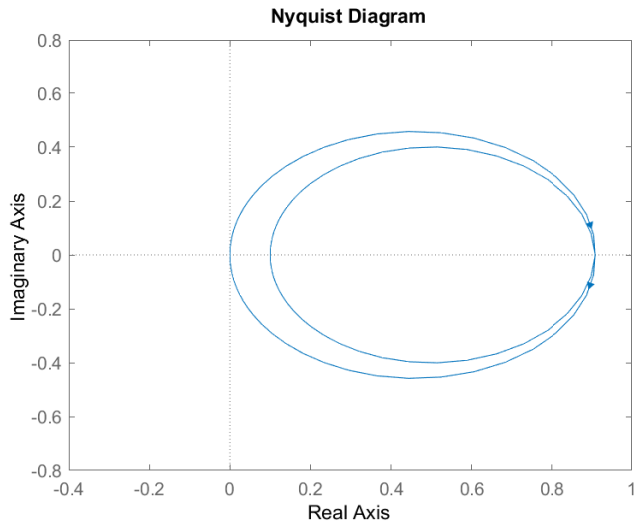
Nee, het systeem omcirkelt het punt -1

Antwoord



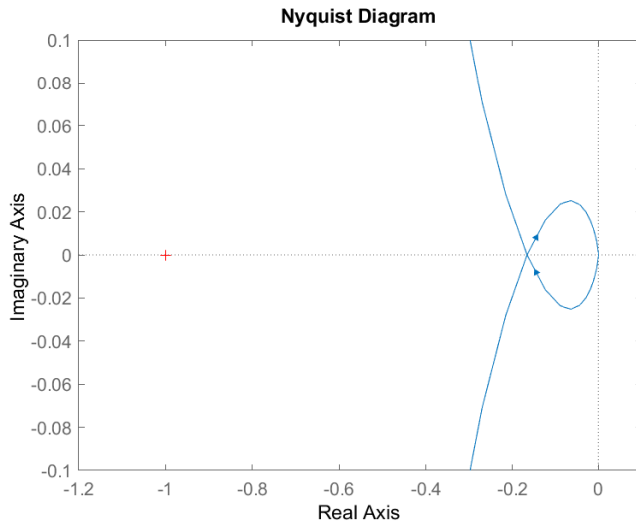
Is dit geregelde systeem stabiel?

Antwoord



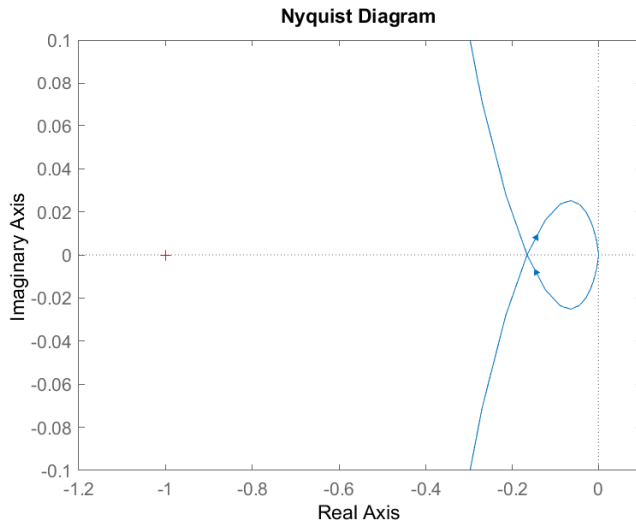
Ja, het systeem omcirkelt niet het punt -1.

Antwoord



Is dit geregelde systeem stabiel?

Antwoord



Ja, het systeem omcirkelt niet het punt -1 .

Volgende week...

- Poolbanen