

REG10: Regeltechniek - Week 2.1

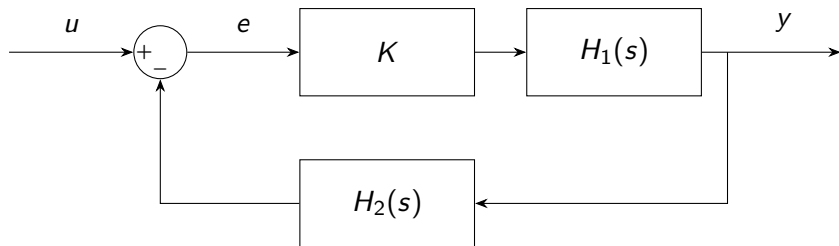
Hogeschool Rotterdam - Opleiding Elektrotechniek

Vandaag

1. De proportionele regelaar K (paragraaf 5.5)

Herhaling

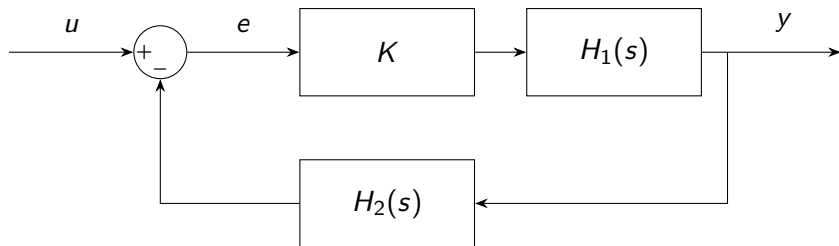
We gaan uit van onderstaand teruggekoppeld systeem:



Hoe bepalen we de polen van dit geregelde systeem?

Herhaling

We gaan uit van onderstaand teruggekoppeld systeem:



Antwoord:

$$H(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{KH_1(s)}{1 + KH_1(s)H_2(s)}$$

Herhaling

Door de noemer gelijk te stellen aan 0 krijg je de polen van je systeem.

$$1 + KH_1(s)H_2(s) = 0$$

Deze uitdrukking is een functie van K . Wat betekent dit voor ons te regelen systeem?

Herhaling

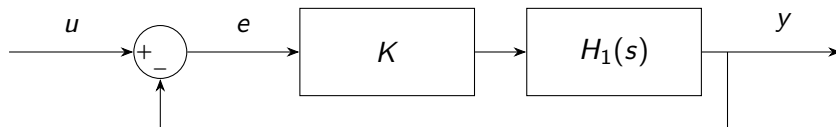
Door de noemer gelijk te stellen aan 0 krijg je de polen van je systeem.

$$1 + KH_1(s)H_2(s) = 0$$

Deze uitdrukking is een functie van K . Wat betekent dit voor ons te regelen systeem? Het veranderen van K , verandert de polen. Vorig kwartaal hebben we gezien dat de polen (grotendeels) de uitgang van ons systeem bepalen.

Voorbeeld 5.6

We bekijken een algemeen geregeld eerste orde systeem:



De overdracht van $H_1(s)$ is hierbij:

$$H_1(s) = \frac{1}{\tau s + 1}$$

Bepaal de overdracht van het geregelde systeem.

Voorbeeld 5.6

De overdracht van het geregelde systeem is:

$$H(s) = \frac{\frac{K}{\tau s + 1}}{1 + \frac{K}{\tau s + 1}} = \frac{K}{K + \tau s + 1}$$

- Wat is de tijdconstante van dit geregelde systeem?
- Bepaal de statische versterking van dit geregelde systeem.

Voorbeeld 5.6

Het makkelijkste is om de overdracht naar de standaardvorm te schrijven.

$$H(s) = \frac{K}{K + \tau s + 1} = \frac{\frac{K}{K+1}}{\frac{\tau}{K+1}s + 1}$$

Voorbeeld 5.6

De tijdconstante van het geregelde systeem (closed loop) is dus:

$$\tau_{cl} = \frac{\tau}{K + 1}$$

De statische versterking van het geregelde systeem is:

$$K_{cl} = \frac{K}{K + 1}$$

Wat betekent het vergroten van K voor de tijdconstante en statische versterking?

Voorbeeld 5.6

Voor de statische versterking van het geregelde systeem geldt:

$$K_{cl} = \frac{K}{K + 1}$$

- De versterking K_{cl} is altijd kleiner dan 1. Er is dus altijd een fout $e = y - u \neq 0$
- De eindwaarde van het systeem $y(t)$ blijft daarom altijd onder de gewenste waarde $u(t)$.
- Hoe groter K , hoe dichterbij de gewenste waarde wordt benaderd.

Om de fout naar 0 te brengen is een andere regelaar nodig welke later behandeld wordt. Stay tuned!

Voorbeeld 5.6

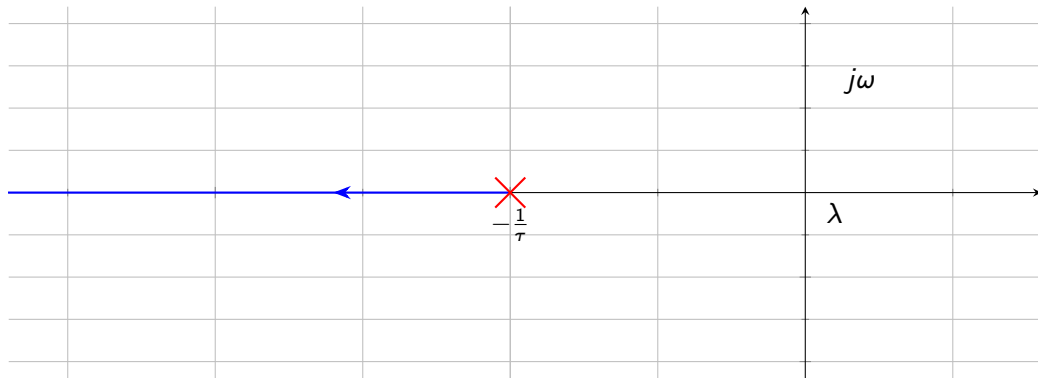
Voor de tijdconstante van het geregelde systeem geldt:

$$\tau_{cl} = \frac{\tau}{K + 1}$$

- τ_{cl} is kleiner dan de τ van het niet geregelde systeem.
- Hoe groter K, hoe kleiner τ_{cl} .

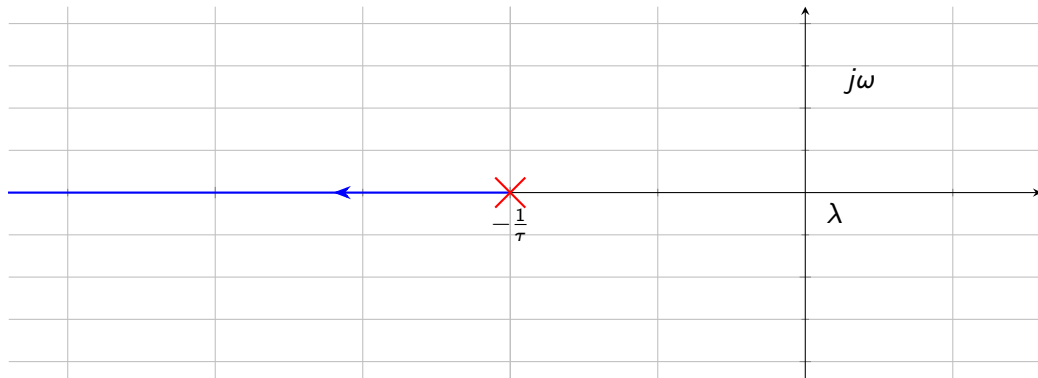
Hoe groter K, hoe sneller het systeem wordt. Hoe kunnen we dit zien aan de poolbaan van het geregelde systeem?

Voorbeeld 5.6



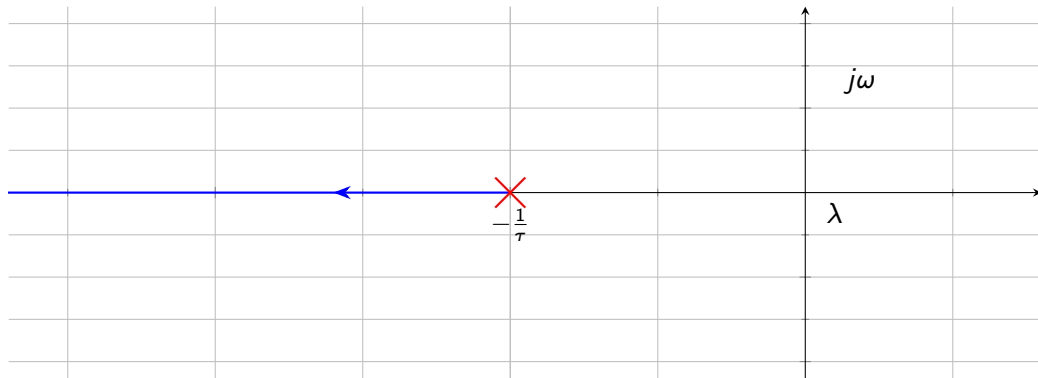
Grotere $K \Rightarrow$ pool verder naar links $\Rightarrow$ kleinere tijdsconstante (τ) $\Rightarrow$ sneller systeem.

Voorbeeld 5.6



Wat kunnen we zeggen over de stabiliteit van het geregelde systeem?

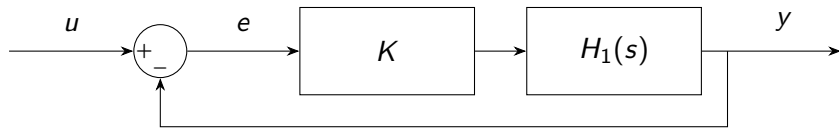
Voorbeeld 5.6



Als we K verhogen, dan blijven de closed-loop polen in het linker halfvlak. Een eerste-orde systeem is dus **altijd** stabiel.

Voorbeeld 5.7

We bekijken nu een geregeld tweede-orde systeem:



De overdracht van $H_1(s)$ is hierbij:

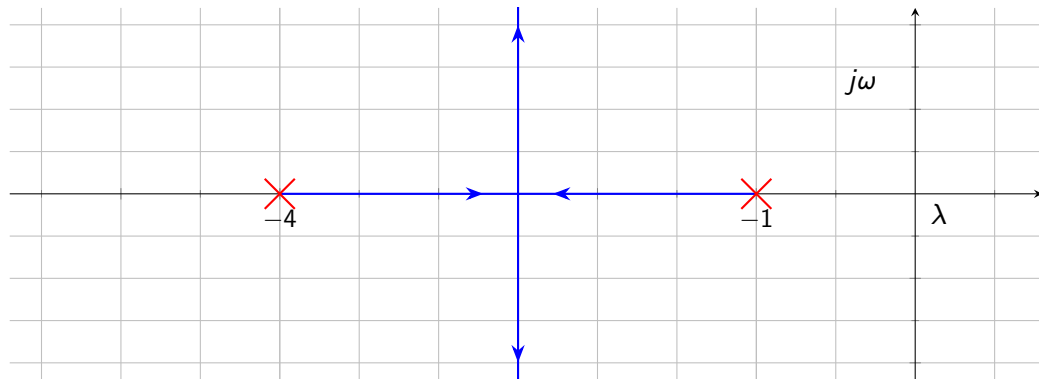
$$H_1(s) = \frac{1}{(s+1)(s+4)}$$

Schets de poolbaan van het geregelde systeem.

Als we de K verhogen, wat gebeurt er dan met

- De snelheid?
- Het doorschot?
- De stabiliteit?

Voorbeeld 5.7



Bij het vergroten van K

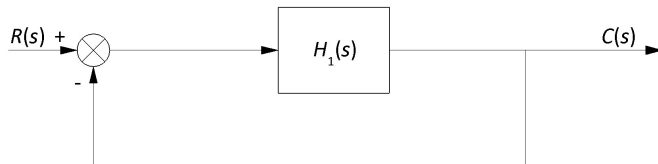
- neemt de snelheid toe tot het uitbreekpunt en blijft daarna constant.
- heeft het systeem doorschot vanaf het uitbreekpunt.
- is het systeem stabiel voor alle waarden van K .

Terugkoppeling (5.5)

- De eigenschappen snelheid, doorschot en hoe goed een systeem zijn eindwaarde benadert komen volgende week verder aan bod.
- Deze week gaan we verder in op de stabiliteit van geregelde systemen.

Voorbeeld 5.8

We bekijken het volgende geregelde systeem:



De overdracht van $H_1(s)$ is hierbij:

$$H_1(s) = \frac{K(s-1)}{(s+4)}$$

Voorbeeld 5.8

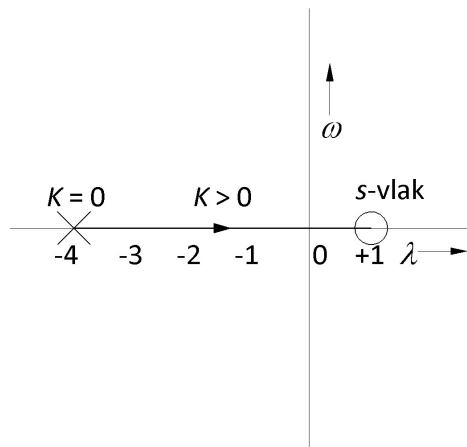
De overdracht van $H_1(s)$ is hierbij:

$$H_1(s) = \frac{K(s - 1)}{(s + 4)}$$

- Schets de poolbaan.
- Voor welke K wordt het systeem instabiel?

Voorbeeld 5.8

Voor de poolbaan geldt:



Vanaf $s = 0$ wordt het systeem instabiel. Welke K hoort hierbij?

Voorbeeld 5.8

De overdracht van het geregelde systeem is:

$$H_1(s) = \frac{K(s-1)}{(s+4) + K(s-1)}$$

De poolbaanvergelijking (noemer=0) is:

$$(s+4) + K(s-1) = 0$$

$s = 0$ invullen in deze vergelijking geeft:

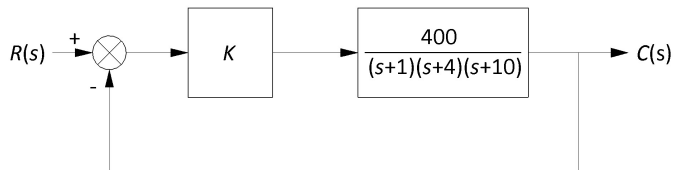
$$(0+4) + K(0-1) = 0$$

$$K = 4$$

Voor $K \geq 4$ is het geregelde systeem instabiel!

Voorbeeld 6.12

We bekijken het volgende geregelde systeem:



Schets de poolbaan van dit systeem.

Voorbeeld 6.12

De poolbaanvergelijking is:

$$(s + 1)(s + 4)(s + 10) + 400K = 0$$

$s = 0 + j\omega_1$ invullen in deze vergelijking geeft:

$$(j\omega_1 + 1)(j\omega_1 + 4)(j\omega_1 + 10) + 400K = 0$$

Uitvermenigvuldigen geeft een derdegraads complexe vergelijking!

Voorbeeld 6.12

$$(j^2\omega^2 + 4j\omega + j\omega + 4)(j\omega + 10) + 400K = 0$$

$$(-\omega^2 + 5j\omega + 4)(j\omega + 10) + 400K = 0$$

$$-j\omega^3 - 10\omega^2 + 5j^2\omega^2 + 50j\omega + 4j\omega + 40 + 400K = 0$$

$$-j\omega^3 - 10\omega^2 - 5\omega^2 + 50j\omega + 4j\omega + 40 + 400K = 0$$

$$-j\omega^3 - 15\omega^2 + 54j\omega + 40 + 400K = 0$$

Voorbeeld 6.12

Splitzen in een Re en Im deel:

$$-j\omega^3 - 15\omega^2 + 54j\omega + 40 + 400K = 0 + 0j$$

Re:

$$-15\omega^2 + 40 + 400K = 0$$

Im:

$$-j\omega^3 + 54j\omega = 0j$$

Voorbeeld 6.12

We lossen eerst het Im deel op (1 onbekende):

Im:

$$-j\omega^3 + 54j\omega = 0j$$

$$-\omega^3 + 54\omega = 0$$

$$\omega(-\omega^2 + 54) = 0$$

$$\omega = 0 \vee \omega = \pm\sqrt{54} = \pm 7.35 \text{ rad/s}$$

Uit de poolbaan volgt dat alleen $\omega = \pm 7.35 \text{ rad/s}$ voldoet.

Voorbeeld 6.12

Re:

$$-15\omega^2 + 40 + 400K = 0$$

$\omega = 7.35 \text{ rad/s} = \sqrt{54}$ invullen geeft:

$$-15(\sqrt{54})^2 + 40 + 400K = 0$$

$$K = 1,925$$

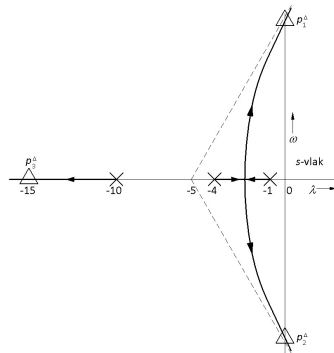
Voor $K \geq 1,925$ is het geregelde systeem instabiel!

Voorbeeld 6.12

Deze berekening kan gelukkig veel sneller ... 😊!!

Voorbeeld 6.12

We kijken weer naar de poolbaan:



Bij een $K = 1,925$ liggen er twee polen op de Im -as, maar er is bij deze K ook nog een derde, reële pool, $s = p_3 = -15$.

Somregel (6.3.7)

Hoe vinden we de waarde van deze derde pool?

Definitie (Somregel)

Als er *minstens* twee polen meer dan nulpunten zijn, dan is de som van de polen van het open systeem steeds gelijk aan de som van de polen van het geregelde systeem.

Voorbeeld 6.12

Voor de som van de polen van het open systeem geldt:

$$-1 - 4 - 10 = -15$$

Voor de polen van het geregelde systeem geldt dus ook:

$$p_1 + p_2 + p_3 = -15$$

Op de grens van instabiliteit zijn $p_1 = 0 + j\omega$ en $p_2 = 0 - j\omega$.

dus:

$$p_3 = -15$$

Voorbeeld 6.12

$s = p_3 = -15$ invullen in de poolbaanvergelijking:

$$(s + 1)(s + 4)(s + 10) + 400K = 0$$

$$(-14)(-11)(-5) + 400K = 0$$

$$400K = 770$$

$$K = 1,925$$

Deze berekening van K gaat veel sneller!

Opgave

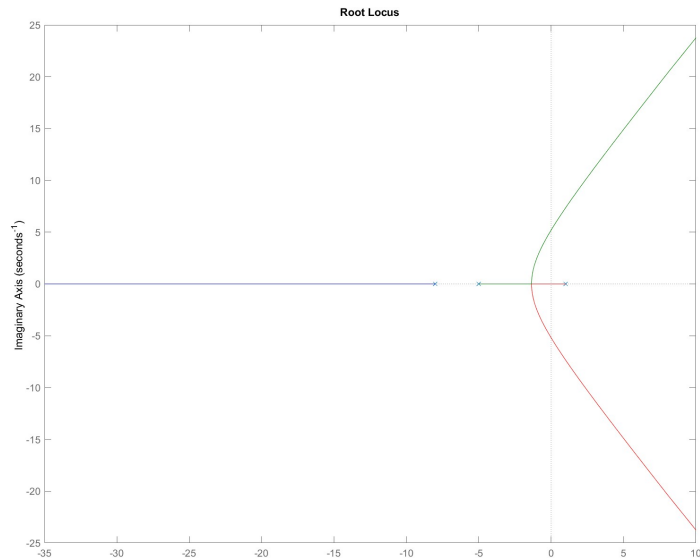
Gegeven het volgende systeem (uit proeftoets T1):

$$H(s) = \frac{1}{(s-1)(s+5)(s+8)}$$

Het systeem wordt proportioneel geregeld.

Voor welke K wordt het systeem instabiel? Schets eerst de poolbaan!

Opgave



Opgave

De poolbaanvergelijking van het geregelde systeem is:

$$(s - 1)(s + 5)(s + 8) + K = 0$$

Uit de poolbaan volgt:

- Voor kleine K is het systeem instabiel.
- Bij $K = K_1$ wordt het systeem stabiel ($s = 0$).
- Bij $K = K_2$ wordt het systeem opnieuw instabiel ($s = 0 + j\omega$).

We berekenen K_1 en K_2 .

Opgave

K_1 :

$s = 0$ invullen in de poolbaanvergelijking:

$$(s - 1)(s + 5)(s + 8) + K = 0$$

$$(-1)(5)(8) + K = 0$$

$$K_1 = 40$$

Opgave

K_2 :
 $s = 0 + j\omega$ invullen in de poolbaanvergelijking.
Of: we maken gebruik van de somregel!

Voor de som van de polen van het open systeem geldt:

$$1 - 5 - 8 = -12$$

Op de grens van instabiliteit zijn $p_1 = 0 + j\omega$ en $p_2 = 0 - j\omega$.

dus:

$$p_3 = -12$$

Opgave

$s = p_3 = -12$ invullen:

$$(s - 1)(s + 5)(s + 8) + K = 0$$

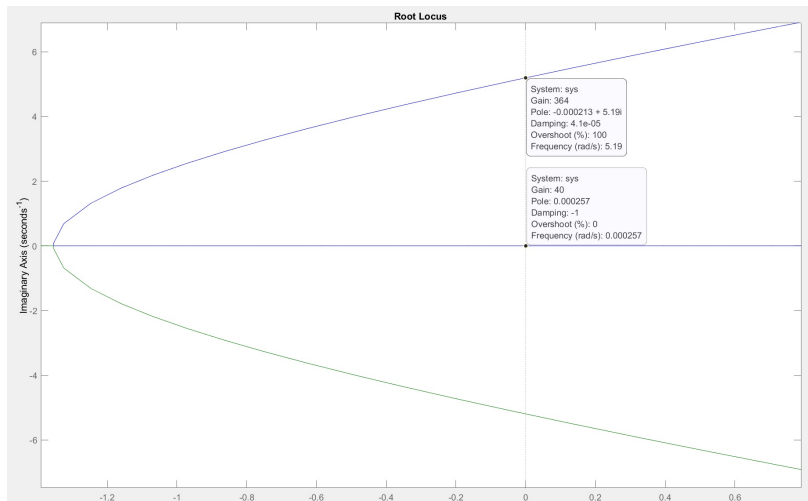
$$(-13)(-7)(-4) + K = 0$$

$$K_2 = 364$$

Voor $K > 40$ en $K < 364$ is het geregelde systeem dus stabiel!

Opgave

Controle in Matlab:



Volgende week

- Ontwerpcriteria in het tijddomein.
- Ontwerpcriteria in het s-domein.