

## 10주차 3차시 이진트리의 순회

### 【학습목표】

1. 이진트리의 순회를 예를 들어 설명할 수 있다.
2. 이진트리 순회를 방법별로 설명할 수 있다.

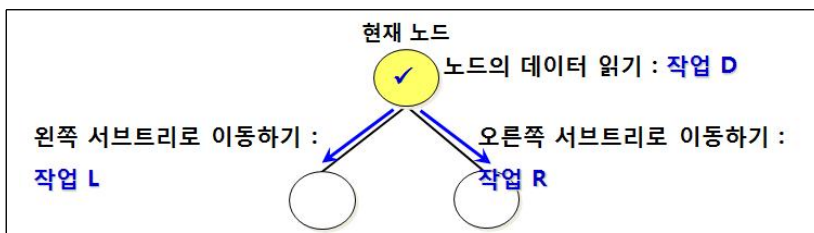
### 학습내용1 : 이진 트리의 순회

#### 1. 이진 트리의 순회란?

\* 계층적 구조로 저장되어있는 트리의 모든 노드를 방문하여 데이터를 처리하는 연산

\* 순회를 위해 수행할 수 있는 작업 정의

- (1) 현재 노드를 방문하여 데이터를 읽는 작업 D
- (2) 현재 노드의 왼쪽 서브트리로 이동하는 작업 L
- (3) 현재 노드의 오른쪽 서브트리로 이동하는 작업 R



\* 이진 트리가 순환적으로 정의되어 구성되어있으므로 순회작업도 서브트리에 대해서 순환적으로 반복하여 완성한다

\* 왼쪽 서브트리에 대한 순회를 오른쪽 서브트리 보다 먼저 수행한다

\* 순회의 종류

- 전위 순회
- 중위 순회
- 후위 순회

학습내용2 : 이진트리 순회 방법

1. 전위 순회

\* 수행방법

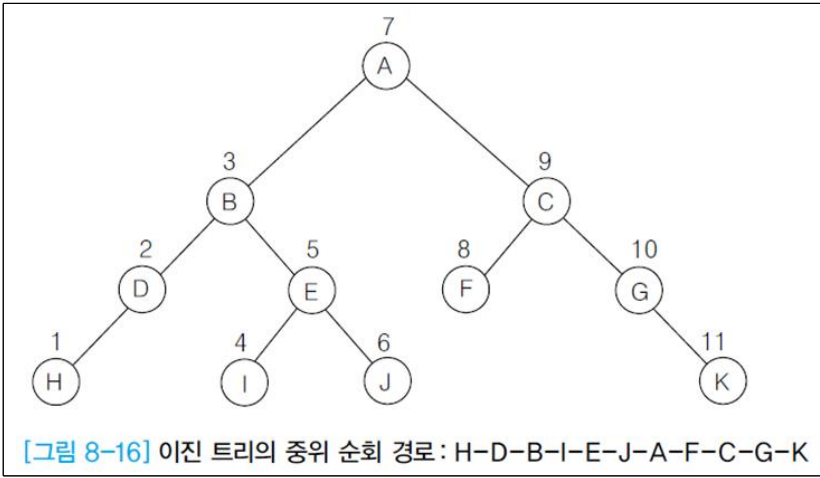
- ① 현재 노드 n을 방문하여 처리한다 : D
- ② 현재 노드 n의 왼쪽 서브트리로 이동한다 : L
- ③ 현재 노드n의 오른쪽 서브트리로 이동한다 :R

\* 전위 순회 알고리즘

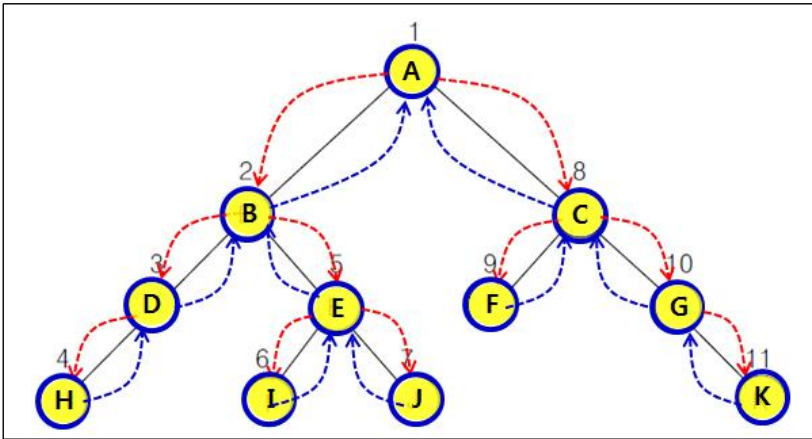
알고리즘 8-1 이진 트리의 전위 순회 알고리즘

```
preorder(T)
  if (T≠null) then {
    visit T.data;
    preorder(T.left);
    preorder(T.right);
  }
end preorder()
```

\* 전위 순회의 예



\* 전위 순회 과정 >> A-B-D-H-E-I-J-C-F-G-K



① 노드 A( $\odot LR$ ) - 루트A에서 전위 순회를 시작하여 현재 노드 A의 데이터를 읽고,  
노드 A( $\odot LR$ ) → 노드 B - 왼쪽 서브트리인 노드 B로 이동한다.

② 노드 A( $\odot LR$ ) → 노드 B( $\odot LR$ ) - 현재 노드 B의 데이터를 읽고,  
노드 A( $\odot LR$ ) → 노드 B( $\odot LR$ ) → 노드 D - 왼쪽 서브트리인 노드 D로 이동한다.

③ 노드 A( $\odot LR$ ) → 노드 B( $\odot LR$ ) → 노드 D( $\odot LR$ ) - 현재 노드 D의 데이터를 읽는다.

④ 노드 A( $\odot LR$ ) → 노드 B( $\odot LR$ ) → 노드 D( $\odot LR$ ) → 노드 H - 현재 노드 D의 왼쪽 단말노드 H의 데이터를 읽고,

노드 A( $\odot LR$ ) → 노드 B( $\odot LR$ ) → 노드 D( $\odot LR$ ) → 공백 노드 - 노드 D의 오른쪽 노드인 공백 노드를 읽는 것으로 노드 D에 대한 DLR 순회가 끝난다.

노드 A( $\odot LR$ ) → 노드 B( $\odot LR$ ) ← 노드 D( $\oplus \oplus$ ) - 노드 D의 순회가 끝났으므로 이전 경로인 노드 B로 돌아간다.

노드 A( $\odot LR$ ) → 노드 B( $\odot LR$ ) → 노드 E - 현재 노드 B의 오른쪽 서브트리인 노드 E로 이동한다.

⑤ 노드 A( $\odot LR$ ) → 노드 B( $\odot LR$ ) → 노드 E( $\odot LR$ ) - 현재 노드 E의 데이터를 읽는다.

⑥ 노드 A( $\odot LR$ ) → 노드 B( $\odot LR$ ) → 노드 E( $\odot LR$ ) → 노드 I - 노드 E의 왼쪽 단말 노드 I의 데이터를 읽는다.

⑦ 노드 A( $\odot LR$ ) → 노드 B( $\odot LR$ ) → 노드 E( $\odot LR$ ) → 노드 J - 노드 E의 오른쪽 단말 노드 J의 데이터를 읽는다.

노드 A( $\odot LR$ ) → 노드 B( $\odot LR$ ) ← 노드 E( $\oplus \oplus$ ) - 노드 E에 대한 순회가 끝났으므로 노드 E의 이전 경로인 노드 B로 돌아간다.

노드 A( $\odot LR$ ) ← 노드 B( $\oplus \oplus$ ) - 이로써 현재 노드 B에서의 DLR 순회가 끝났으므로 다시 이전 노드 A로 돌아간다.

⑧  $\text{노드A}(\text{DLR}) \rightarrow \text{노드 C}$  - 현재 노드 A의 오른쪽 서브트리인 노드 C로 이동하여  
 $\text{노드A}(\text{DLR}) \rightarrow \text{노드 C}(\text{DLR})$  - 현재 노드 C의 데이터를 읽는다.

⑨  $\text{노드A}(\text{DLR}) \rightarrow \text{노드 C}(\text{DLR}) \rightarrow \text{노드 F}$  - 현재 노드 C의 왼쪽 단말 노드 F로 이동하여 데이터를 읽고  
 $\text{노드A}(\text{DLR}) \rightarrow \text{노드 C}(\text{DLR}) \rightarrow \text{노드 G}$  - 오른쪽 서브트리인 노드 G로 이동한다.

⑩  $\text{노드A}(\text{DLR}) \rightarrow \text{노드 C}(\text{DLR}) \rightarrow \text{노드 G}(\text{DLR})$  - 현재 노드 G의 데이터를 읽는다.

⑪  $\text{노드A}(\text{DLR}) \rightarrow \text{노드 C}(\text{DLR}) \rightarrow \text{노드 G}(\text{DLR}) \rightarrow \text{공백 노드}$  - 노드 G의 왼쪽 노드인 공백 노드를 읽고,

$\text{노드A}(\text{DLR}) \rightarrow \text{노드 C}(\text{DLR}) \rightarrow \text{노드 G}(\text{DLR}) \rightarrow \text{노드 K}$  - 노드 G의 오른쪽 단말 노드 K의 데이터를 읽는다.

$\text{노드A}(\text{DLR}) \rightarrow \text{노드 C}(\text{DLR}) \leftarrow \text{노드 G}(\text{DLR})$  - 이로써 노드 G에서의 DLR 순회가 끝났으므로 이전 노드 C로 돌아간다.

$\text{노드A}(\text{DLR}) \leftarrow \text{노드 C}(\text{DLR})$  - 현재 노드 C에서의 DLR 순회 역시 끝났으므로 다시 이전 노드 A로 돌아간다.

$\text{노드A}(\text{DLR})$  - 이로써 루트 노드 A에 대한 DLR 순회가 끝났으므로 트리 전체에 대한 전위 순회가 완성되었다.

## 2. 중위 순회

\* 수행방법

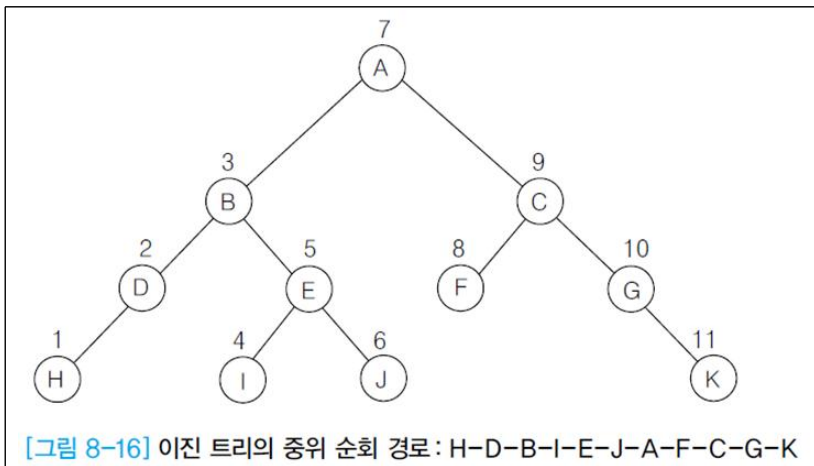
- ① 현재 노드 n의 왼쪽 서브트리로 이동한다 :L
- ② 현재 노드 n을 방문하여 처리한다 :D
- ③ 현재 노드 n의 오른쪽 서브트리로 이동한다 : R

\* 중위 순회 알고리즘

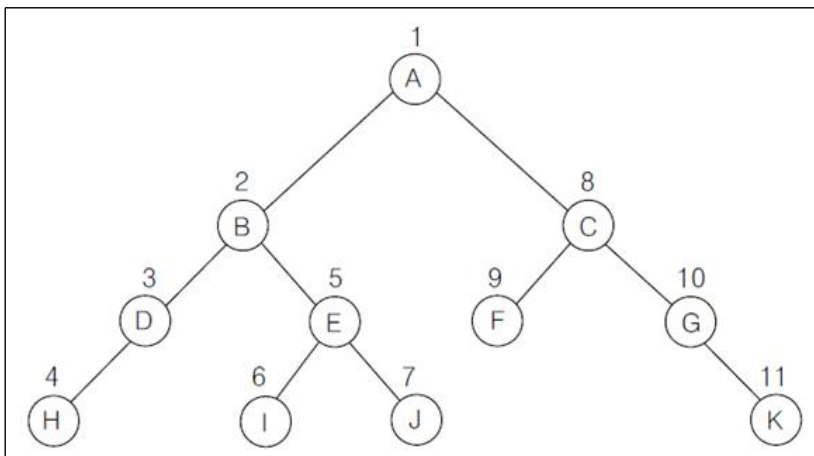
### 알고리즘 8-2 이진 트리의 중위 순회 알고리즘

```
inorder(T)
  if (T≠null) then {
    inorder(T.left);
    visit T.data;
    inorder(T.right);
  }
end inorder()
```

\* 중위 순회의 예



\* 중위 순회 과정 >> H-D-B-I-E-J-A-F-C-G-K



- ① 노드A(⓪-D-R) → 노드B : 루트 A에서 중위 순회를 시작하여 노드 A의 왼쪽 서브 트리 B로 이동한다  
 노드A(⓪-D-R) → 노드B(⓪-D-R) → 노드 D=D : 현재 노드 B의 왼쪽 서브 트리 D로 이동한다  
 노드A(⓪-D-R) → 노드B(⓪-D-R) → 노드D(⓪-D-R) → 노드 H : 현재 노드 D의 왼쪽 단말 노드 H의 데이터를 읽는다

② 노드 A(⓪DR) → 노드 B(⓪DR) → 노드 D(⓪DR) - 현재 노드 D의 데이터를 읽고,  
 노드 A(⓪DR) → 노드 B(⓪DR) → 노드 D(⓪DR) → 공백 노드 - 노드 D의 오른쪽 단말 노드  
 인 공백 노드를 읽는다.  
 노드 A(⓪DR) → 노드 B(⓪DR) ← 노드 D(⓪DR) - 노드 D에서의 LDR 순회가 끝났으므로 이  
 전 경로인 노드 B로 돌아간다.

③ 노드 A(⓪DR) → 노드 B(⓪DR) - 현재 노드 B의 데이터를 읽고,  
 노드 A(⓪DR) → 노드 B(⓪DR) → 노드 E - 오른쪽 서브트리 E로 이동한다.

④ 노드 A(⓪DR) → 노드 B(⓪DR) → 노드 E(⓪DR) → 노드 I - 현재 노드 E의 왼쪽 단말 노드 I  
 의 데이터를 읽는다.

⑤ 노드 A(⓪DR) → 노드 B(⓪DR) → 노드 E(⓪DR) - 현재 노드 E의 데이터를 읽는다.



⑥ 노드 A(LDR) → 노드 B(LDR) → 노드 E(LDR) → 노드 J - 현재 노드 E의 오른쪽 단말 노드 J의 데이터를 읽고,  
 노드 A(LDR) → 노드 B(LDR) ← 노드 E(LDR) - 노드 E에서의 LDR 순회가 끝났으므로 이전 경로인 노드 B로 돌아간다.  
 노드 A(LDR) ← 노드 B(LDR) - 이로써 현재 노드 B에서의 LDR 순회가 끝났으므로 다시 이전 경로인 노드 A로 돌아간다.

⑦ 노드 A(LDR) - 현재 노드 A의 데이터를 읽고,  
 노드 A(LDR) → 노드 C - 현재 노드 A의 오른쪽 서브트리 C로 이동한다.

⑧ 노드 A(LDR) → 노드 C(LDR) → 노드 F - 현재 노드 C의 왼쪽 단말 노드 F의 데이터를 읽는다.  
 ⑨ 노드 A(LDR) → 노드 C(LDR) - 현재 노드 C의 데이터를 읽고,  
 노드 A(LDR) → 노드 C(LDR) → 노드 G - 노드 C의 오른쪽 서브트리 G로 이동한다.

⑩ 노드 A(LDR) → 노드 C(LDR) → 노드 G(LDR) → 공백 노드 - 현재 노드 G의 왼쪽 단말 노드인 공백 노드를 읽고,  
 노드 A(LDR) → 노드 C(LDR) → 노드 G(LDR) - 노드 G의 데이터를 읽는다.

⑪ 노드 A(LDR) → 노드 C(LDR) → 노드 G(LDR) → 노드 K - 현재 노드 G의 오른쪽 단말 노드 K의 데이터를 읽는다.

노드 A(LDR) → 노드 C(LDR) ← 노드 G(LDR) - 노드 G에서의 LDR 순회가 끝났으므로 이전 노드 C로 돌아간다.  
 노드 A(LDR) ← 노드 C(LDR) - 현재 노드 C에서의 LDR 순회 역시 끝났으므로 다시 이전 노드 A로 돌아간다.  
 노드 A(LDR) - 이로써 루트 노드 A에 대한 LDR 순회가 모두 끝났으므로 트리 전체에 대한 중위 순회가 완성되었다.

### 3. 후위 순회

\* 수행방법

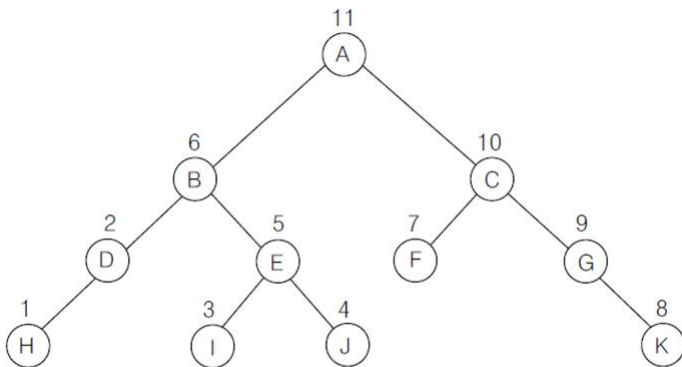
- ① 현재 노드  $n$ 의 왼쪽 서브트리로 이동한다 : L
- ② 현재 노드  $n$ 의 오른쪽 서브트리로 이동한다 : R
- ③ 현재 노드  $n$ 을 방문하여 처리한다 : D

\* 후위 순회 알고리즘

**알고리즘 8-3 이진 트리의 후위 순회 알고리즘**

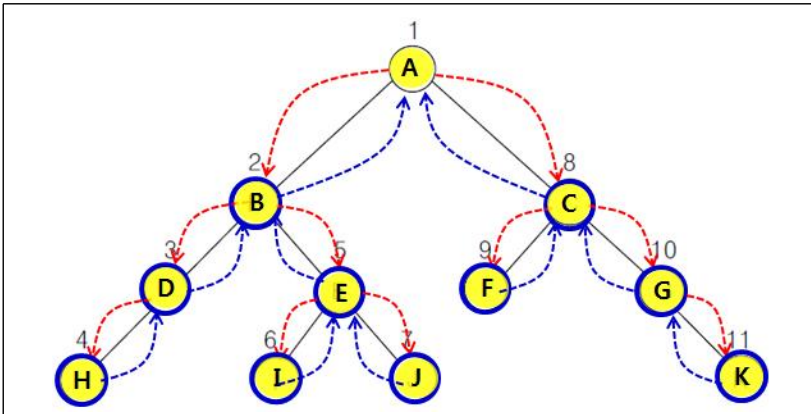
```
postorder(T)
  if (T≠null) then {
    postorder(T.left);
    postorder(T.right);
    visit T.data;
  }
end postorder()
```

\* 후위 순회의 예



[그림 8-18] 이진 트리의 후위 순회 경로: H-D-I-J-E-B-F-K-G-C-A

\* 후위 순회 과정 >> H-D-I-J-E-B-F-K-G-C-A



① 노드 A( $\odot$ RD) → 노드 B - 루트 A에서 후위 순회를 시작하여 노드 A의 왼쪽 서브트리 B로 이동한다.

노드 A( $\odot$ RD) → 노드 B( $\odot$ RD) → 노드 D - 현재 노드 B에서 왼쪽 서브트리 D로 이동하여,

노드 A( $\odot$ RD) → 노드 B( $\odot$ RD) → 노드 D( $\odot$ RD) → 노드 H - 현재 노드 D의 왼쪽 단말 노드 H의 데이터를 읽는다.

② 노드 A( $\odot$ RD) → 노드 B( $\odot$ RD) → 노드 D( $\odot$ RD) → 공백 노드 - 노드 D의 오른쪽 단말 노드인 공백 노드를 읽고

노드 A( $\odot$ RD) → 노드 B( $\odot$ RD) → 노드 D( $\odot$ RD) - 현재 노드 D의 데이터를 읽는다.

노드 A( $\odot$ RD) → 노드 B( $\odot$ RD) ← 노드 D( $\odot$ RD) - 노드 D에서의 LRD 작업이 끝났으므로 이전 경로인 노드 B로 돌아간다.

③ 노드 A( $\odot$ RD) → 노드 B( $\odot$ RD) → 노드 E - 현재 노드 B의 오른쪽 서브트리 E로 이동하여

노드 A( $\odot$ RD) → 노드 B( $\odot$ RD) → 노드 E( $\odot$ RD) → 노드 I - 현재 노드 E의 왼쪽 단말 노드 I의 데이터를 읽는다.

④ 노드 A( $\odot$ RD) → 노드 B( $\odot$ RD) → 노드 E( $\odot$ RD) → 노드 J - 노드 E의 오른쪽 단말 노드 J의 데이터를 읽는다.

⑤ 노드 A( $\odot$ RD) → 노드 B( $\odot$ RD) → 노드 E( $\odot$ RD) - 현재 노드 E의 데이터를 읽는다.

노드 A( $\odot$ RD) → 노드 B( $\odot$ RD) ← 노드 E( $\odot$ RD) - 현재 노드 E에서의 LRD 작업이 끝났으므로, 이전 경로인 노드 B로 돌아간다.



⑥ 노드 A(LRD) → 노드 B(LRⓇD) - 현재 노드 B의 데이터를 읽고,  
 노드 A(LRD) ← 노드 B(LRⓇD) - 현재 노드 B에서의 LRD 작업이 끝났으므로, 이전 경로인 노드 A로 돌아간다.  
 노드 A(LRⓇD) → 노드 C - 현재 노드 A의 오른쪽 서브트리 C로 이동한다.

⑦ 노드 A(LRD) → 노드 C(LRD) → 노드 F - 현재 노드 C의 왼쪽 단말 노드 F의 데이터를 읽는다.

⑧ 노드 A(LRD) → 노드 C(LRD) → 노드 G - 현재 노드 C의 오른쪽 서브트리 G로 이동하여,  
 노드 A(LRD) → 노드 C(LRD) → 노드 G(LRD) → 공백 노드 - 현재 노드 G의 왼쪽 단말 노드인 공백 노드를 읽고,  
 노드 A(LRD) → 노드 C(LRD) → 노드 G(LRD) → 노드 K - 노드 G의 오른쪽 단말 노드 K의 데이터를 읽는다.

⑨ 노드 A(LRD) → 노드 C(LRD) → 노드 G(LRⓇD) - 현재 노드 G의 데이터를 읽고,  
 노드 A(LRD) → 노드 C(LRD) ← 노드 G(LRⓇD) - 현재 노드 G에서의 LRD 작업이 끝났으므로 이전 경로인 노드 C로 돌아간다.

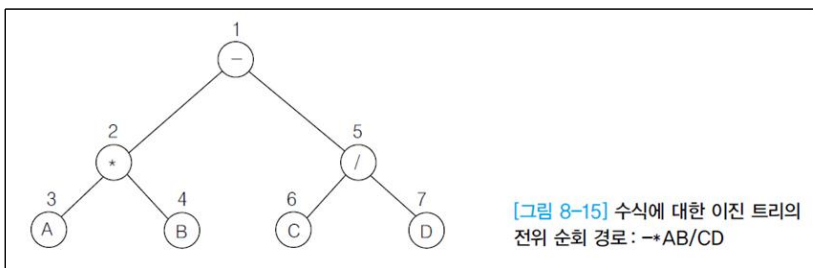
⑩ 노드 A(LRD) → 노드 C(LRⓇD) - 현재 노드 C의 데이터를 읽고,  
 노드 A(LRD) ← 노드 C(LRⓇD) - 현재 노드 C에서의 LRD 작업이 끝났으므로 이전 경로인 노드 A로 이동한다.

⑪ 노드 A(LRⓇD) - 현재 노드 A의 데이터를 읽는다. 이로써 루트 노드 A에 대한 LRD 순회가 끝났으므로 트리 전체에 대한 후위 순회가 완성되었다.

### 학습내용3 : 이진트리의 순회 예제풀이

#### 1. 이진 트리 순회 방법별 순회 예

##### ① 수식 이진 트리에 대한 전위 순회



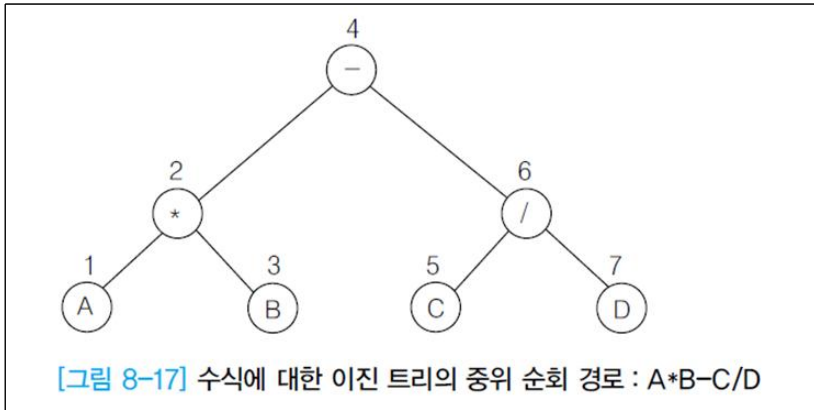
\* [방법]

- 1단계 : 현재 노드 n을 방문한다(D)
- 2단계 : 현재 노드 n의 왼쪽 서브 트리로 이동한다(L)
- 3단계 : 현재 노드 n의 오른쪽 서브 트리로 이동한다(R)

\* [풀이]

- 노드 (-)에서 전위 순회를 시작하여 현재 노드의 데이터 “-”를 읽는다
- 노드 (-)의 왼쪽 서브 트리인 노드 (\*)로 이동한다
- 현재 노드 (\*)의 데이터 “\*”를 읽는다
- 노드 (\*)의 왼쪽 서브 트리인 노드 A으로 이동한다
- 현재 노드 A의 데이터 “A”를 읽는다
- 노드 (\*)의 오른쪽 서브 트리인 노드 B로 이동한다
- 현재 노드 B의 데이터 “B”를 읽는다
- 노드 (-)의 오른쪽 서브 트리인 노드 (/)로 이동한다
- 현재 노드 (/)의 데이터 “/”를 읽는다
- 노드 (/)의 왼쪽 서브 트리인 노드 C으로 이동한다
- 현재 노드 C의 데이터 “C”를 읽는다
- 노드 (/)의 오른쪽 노드 D번으로 이동한다
- 현재 노드 D의 데이터 “D”를 읽는다

② 수식 이진 트리에 대한 중위 순회



\* [방법]

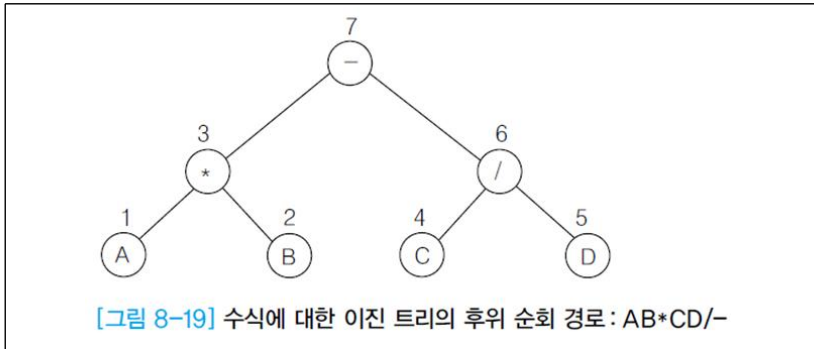
- 1단계 : 현재 노드 n의 왼쪽 서브 트리로 이동한다(L)
- 2단계 : 현재 노드 n을 방문한다(D)
- 3단계 : 현재 노드 n의 오른쪽 서브 트리로 이동한다(R)

\* [풀이]

- 루트 (-)에서 중위 순회를 시작하여 노드 (-)의 왼쪽 서브 트리(\*)로 이동한다
- 현재 노드 (\*)의 왼쪽 서브 트리 A로 이동한다
- 현재 노드 A의 데이터를 읽는다
- 노드 A에서 순회가 끝나므로 이전 경로인 노드 (\*)로 이동한다
- 현재 노드 (\*)의 데이터를 읽는다
- 노드 (\*)의 오른쪽 노드 B로 이동한다
- 현재 노드 B의 데이터를 읽는다
- 노드 (\*)에서의 L-D-R 순회가 끝났으므로 이전 경로인 노드 (-)로 이동한다
- 현재 노드 (-)의 데이터를 읽는다
- 노드 (-)의 오른쪽 노드 (/)로 이동한다

- 노드 (/)의 왼쪽 서브 트리 노드 C로 이동한다
- 현재 노드 C의 데이터를 읽는다
- 노드 C에서 순회가 끝나므로 이전 경로인 노드 (/)로 이동한다
- 현재 노드 (/)의 데이터를 읽는다
- 노드 (/)의 오른쪽 노드 D로 이동한다
- 현재 노드 D의 데이터를 읽는다

### ③ 수식 이진 트리에 대한 후위 순회



#### \* [방법]

- 1단계 : 현재 노드 n의 왼쪽 서브 트리로 이동한다(L)
- 2단계 : 현재 노드 n의 오른쪽 서브 트리로 이동한다(R)
- 3단계 : 현재 노드 n을 방문한다(D)

#### \* [풀이]

- 루트 (-)에서 후위 순위를 시작하여 노드 (-)의 왼쪽 서브 트리 (\*)로 이동한다
- 현재 노드 (\*)에서 왼쪽 서브 트리 A로 이동한다
- 단말 노드 A의 데이터를 읽는다
- 이전 노드 (\*)로 이동한다
- 현재 노드(\*)에서 오른쪽 서브 트리 B로 이동한다
- 단말 노드 B의 데이터를 읽는다
- 이전 노드 (\*)로 이동한다
- 현재 노드(\*)의 데이터를 읽는다
- 현재 노드(\*)에서의 순회 작업이 끝났으므로 이전 노드 (-)로 이동한다
- 노드 (-)의 왼쪽 서브 트리 C로 이동한다
- 단말 노드 C의 데이터를 읽는다
- 이전 노드 (/)로 이동한다
- 노드 (/)의 오른쪽 서브 트리 D로 이동한다
- 단말 노드 D의 데이터를 읽는다
- 이전 노드 (/)로 이동한다
- 현재 노드 (/)의 데이터를 읽는다
- 현재 노드(/)에서의 순회 작업이 끝났으므로 이전 노드 (-)로 이동한다
- 현재 노드 (-)의 데이터를 읽는다

## 【학습정리】

1. 이진 트리에 있는 모든 노드를 한번 씩 모두 방문하여 노드가 가지고 있는 데이터를 처리하는 순회 방법에는 전위 순회, 중위 순회, 후위 순회가 있다.