

## 10주차 1차시 트리와 이진트리

### 【학습목표】

1. 트리의 개념을 설명할 수 있다.
2. 이진트리의 자료구조를 설명할 수 있다.

### 학습내용1 : 트리의 이해

#### 1. 트리

- 원소들 간에 1:多 관계를 가지는 비선형 자료구조
- 원소들 간에 계층관계를 가지는 계층형 자료구조
- 상위 원소에서 하위 원소로 내려가면서 확장되는 트리 모양의 구조



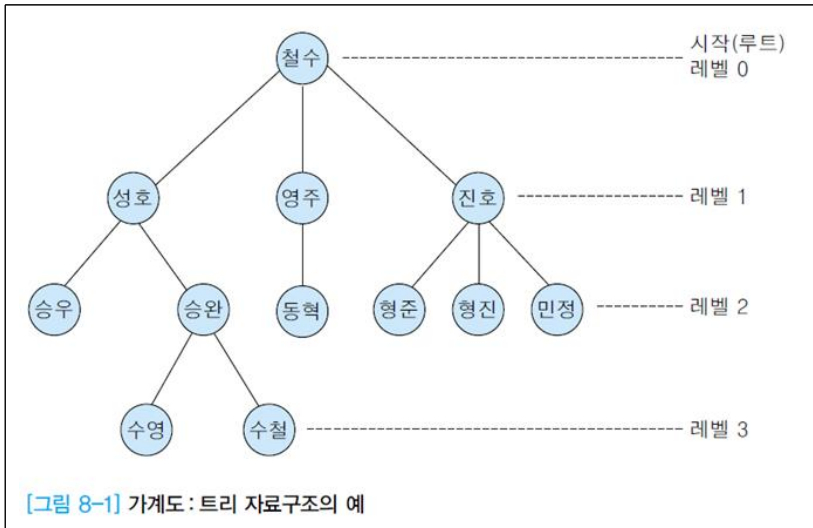
하나의 줄기에서 가지로 뻗어나가면서  
확장되는 구조



하나의 그루터기에서 뿌리로 뻗어나가면서  
확장되는 구조

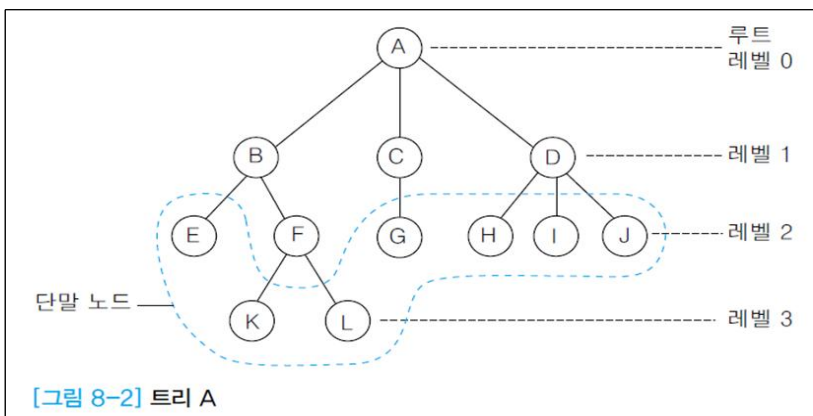
## 2. 트리 자료구조의 예 - 가계도

- 가계도의 자료 : 가족 구성원
- 자료를 연결하는 선 ; 부모-자식 관계 표현



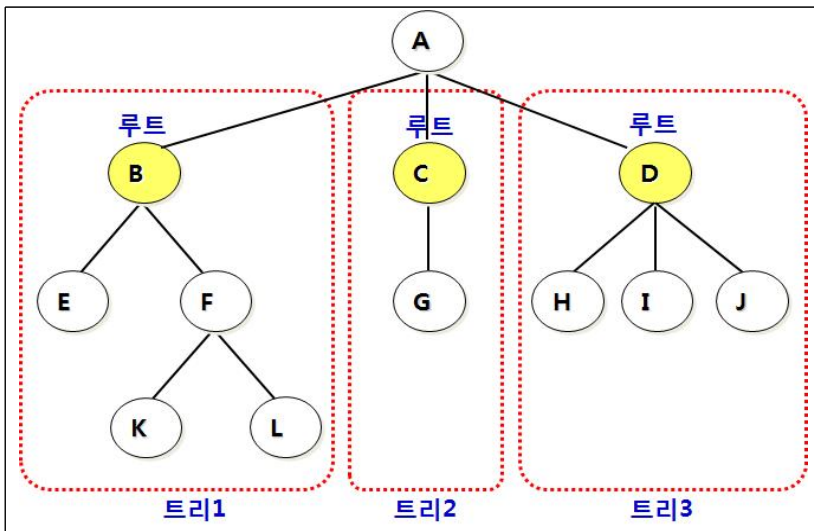
- 철수의 자식 - 성호, 영주, 진호
- 성호, 영주, 진호의 부모 - 철수
- 같은 부모의 자식들끼리는 형제 관계
  - 성호, 영주, 진호는 형제관계
- 조상 : 현재 위치에서 연결된 선을 따라 올라가면서 만나는 사람들
  - 수영의 조상 : 승완, 성호, 철수
- 자손 : 현재 위치에서 연결된 선을 따라 내려가면서 만나는 사람들
  - 성호의 자손 - 승우, 승완, 수영, 수철
- 선을 따라 내려가면서 다음 세대로 확장
- 가족 구성원 누구든지 자기의 가족을 데리고 분가하여 독립된 가계를 이룰수 있다

## 3. 주요 용어



- 노드(node) : 트리의 원소
  - 트리 A의 노드 : A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L

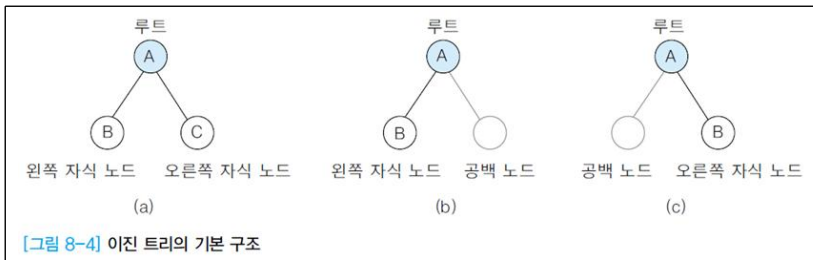
- 루트 노드(root node) : 트리의 시작 노드
  - 트리 A의 루트 노드 : A
- 간선(edge) : 노드를 연결하는 선, 부모 노드와 자식 노드를 연결
- 형제 노드 : 같은 부모 노드의 자식 노드들
  - B, C, D는 형제 노드
- 조상 노드 : 간선을 따라 루트 노드까지 이르는 경로에 있는 모든 노드들
  - K의 조상 노드 : F, B, A
- 서브 트리(subtree) : 부모 노드와 연결된 간선을 끊었을 때 생성되는 트리
  - 각 노드는 자식 노드의 개수 만큼 서브 트리를 가진다
- 자손 노드 : 서브 트리에 있는 하위 레벨의 노드들
  - B의 자손 노드 : E, F, K, L
- 차수(degree)
  - 노드의 차수 : 노드에 연결된 자식 노드의 수
    - A의 차수 = 3, B의 차수 = 2, C의 차수 = 1
  - 트리의 차수 : 트리에 있는 노드의 차수 중에서 가장 큰 값
    - 트리 A의 차수 : 3
  - 자식 노드가 없는 노드 : 리프 노드 또는 단말 노드
- 높이
  - 노드의 높이 : 루트에서 노드에 이르는 간선의 수, 노드의 레벨
    - B의 높이=1, F의 높이 = 2
  - 트리의 높이 : 트리에 있는 노드의 높이 중에서 가장 큰 값, 최대 레벨
    - 트리 A의 높이 = 3
- 포리스트(forest) : 서브트리의 집합
  - 트리 A에서 노드 A를 제거하면, A의 자식 노드 B, C, D에 대한 서브 트리가 생기므로 이들의 집합은 포리스트가 된다



## 학습내용2 : 이진트리의 이해

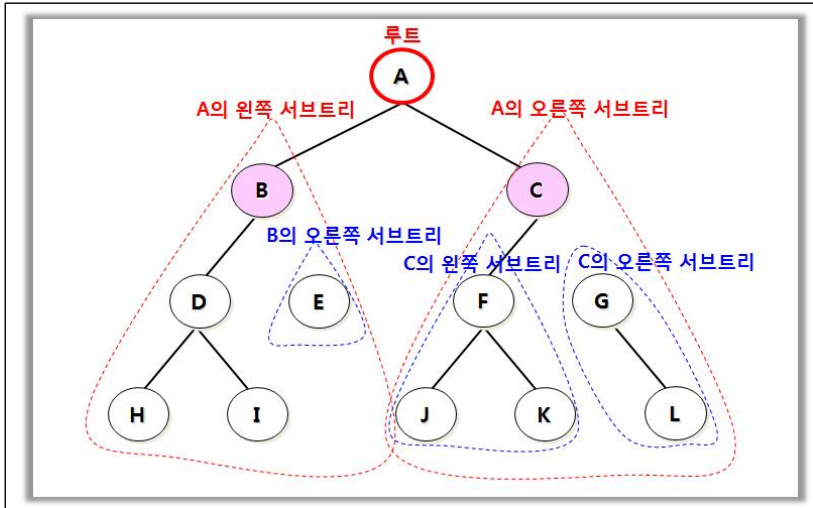
### 1. 이진트리

- 트리의 구조를 일정하게 제한하여 정의하면 트리의 구현과 연산이 단순 명확
- 모든 노드의 차수를 2 이하로 제한한 것이 이진트리(Binary tree)
- 이진 트리의 모든 노드는 왼쪽 자식과 오른쪽 자식 노드 만을 가진다
  - 부모 노드와 자식 노드 수와의 관계 1:2
  - 공백 노드도 자식 노드로 취급
  - $0 \leq \text{노드의 차수} \leq 2$



### 2. 이진트리의 서브트리

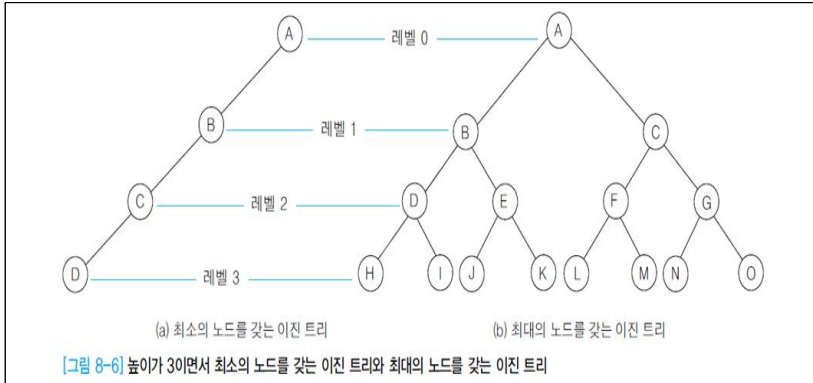
- 노드의 왼쪽 자식 노드를 루트로 하는 왼쪽 서브트리도 이진트리
- 노드의 오른쪽 자식 노드를 루트로 하는 오른쪽 서브트리도 이진트리



### 3. 이진트리의 특성

- \*  $n$  개의 노드를 가진 이진트리는 항상  $(n-1)$ 개의 간선을 갖는다
- 루트를 제외한  $(n-1)$ 개의 노드가 부모 노드와 연결되는 한 개의 간선을 가짐
- \* 높이가  $h$ 인 이진트리가 가질 수 있는 노드의 최소 개수는  $*h+1$ 개가 되며 최대 개수는  $(2^{h+1}-1)$  개가 된다
- \* 이진트리의 높이가  $h$ 가 되려면 한 레벨에 최소한 한 개의 노드가 있어야 하므로 높이가  $h$ 인 이진트리의 최소 노드의 개수는  $(h+1)$ 개

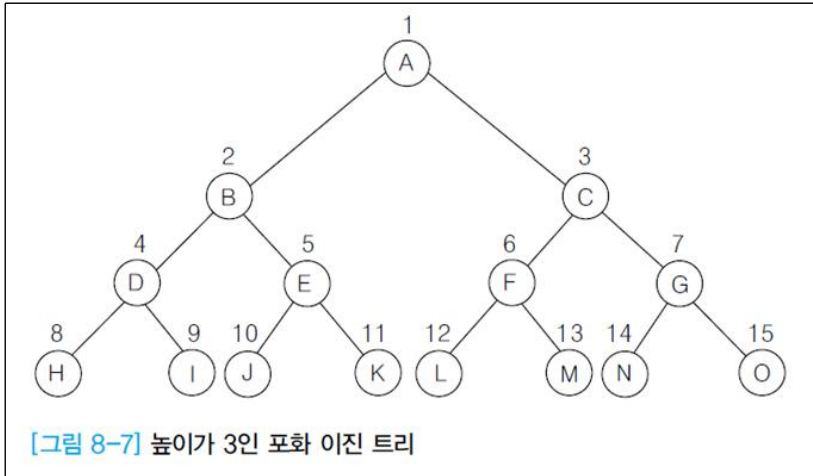
- \* 하나의 노드는 최대 2개의 자식 노드를 가질 수 있으므로 레벨  $i$ 에서의 노드의 최대 개수는  $2^i$ 개 이므로 높이가  $h$ 인 이진트리 전체의 노드 개수는  $\sum 2^i = 2^{h+1}-1$  개
- \* 높이가 3이면서 최소의 노드를 갖는 이진트리와 최대 노드를 갖는 이진트리



### 학습내용3 : 이진트리의 종류

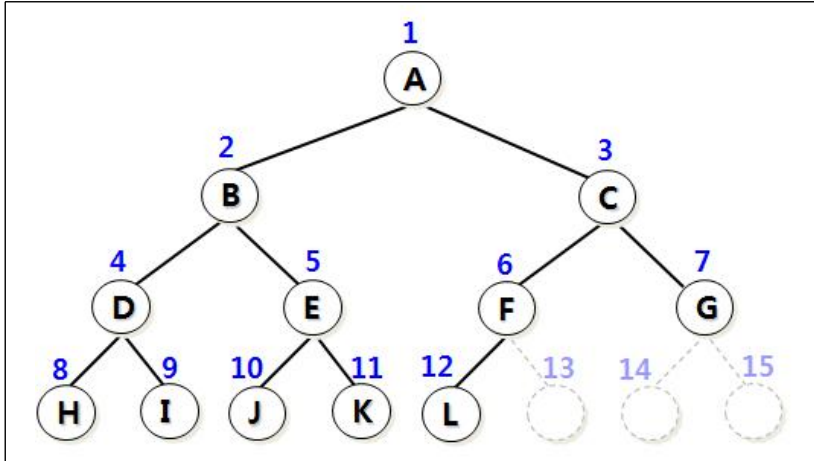
#### 1. 포화 이진 트리(Full Binary Tree)

- 모든 레벨에 노드가 포화상태로 차 있는 이진 트리
- 높이가  $h$ 일 때, 최대의 노드 개수인  $(2^{h+1}-1)$  의 노드를 가진 이진 트리 루트를 1번으로 하여  $2h+1-1$ 까지 정해진 위치에 대한 노드 번호를 가짐



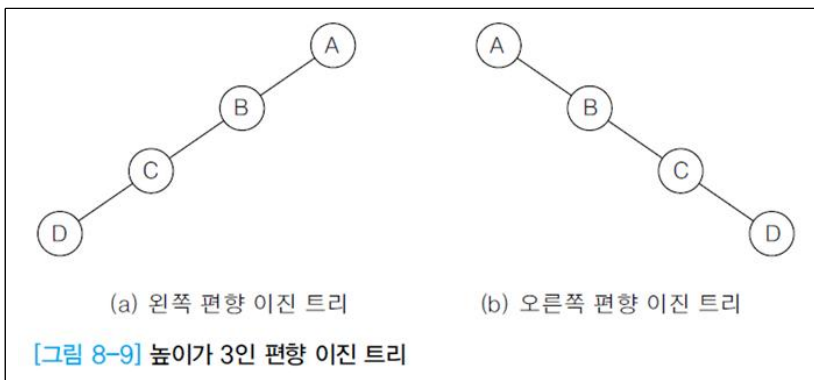
## 2. 완전 이진 트리(Complete Binary Tree)

- 높이가  $h$ 이고 노드 수가  $n$ 개 일 때 (단,  $h+1 \leq n < 2^{h+1}-1$ ), 포화 이진 트리의 노드 번호 1번부터  $n$ 번까지 빈 자리가 없는 이진 트리
- 예) 노드가 12개인 완전 이진 트리



## 3. 편향 이진 트리(Skewed Binary Tree)

- \* 높이  $h$ 에 대한 최소 개수의 노드를 가지면서 한쪽 방향의 자식 노드만을 가진 이진 트리
- \* 왼쪽 편향 이진 트리
  - 모든 노드가 왼쪽 자식노드만을 가진 편향 이진 트리
- \* 오른쪽 편향 이진 트리
  - 모든 노드가 오른쪽 자식 노드만을 가진 편향 이진 트리



## 【학습정리】

1. 트리는 비선형 자료구조 중에서 자료 간 계층 구조를 가진 계층형 자료구조이다.
2. 모든 노드의 개수를 2 이하로 정하여 트리의 전체 차수가 2 이하가 되도록 만든 이진 트리는 왼쪽 서브 트리와 오른쪽 서브 트리를 가지는데 서브트리 역시 이진 트리가 된다.