

Nhập môn phân tích độ phức tạp thuật toán – CNTN 2024.

BÀI TẬP TÍNH ĐIỂM CỘNG (2)

Cho danh sách ℓ gồm điểm thi hai môn X, Y của n sinh viên (SV), trong đó SV thứ i với $1 \leq i \leq n$ sẽ có một cặp điểm (x_i, y_i) là các số thực thuộc $[0;10]$; để đơn giản, ta xét tất cả giá trị đều phân biệt. Yêu cầu đặt ra là cần đếm số cặp (SV_i, SV_j) mà SV_j có điểm trội hơn so với SV_i , tức là $x_j > x_i$ và $y_j > y_i$. Ta muốn xây dựng thuật toán *divide-and-conquer* để giải quyết bài toán này với ý tưởng sơ lược như sau:

- Bước *divide*: sắp xếp ℓ theo điểm của môn X rồi chia thành hai nửa bằng nhau là $\ell_{left}, \ell_{right}$.
- Bước *conquer*: tiếp theo, ta đếm số cặp trội hơn giữa $\ell_{left}, \ell_{right}$ bằng cách sắp xếp mỗi danh sách con theo môn Y . Xét hai SV có điểm môn Y thấp nhất ở cả hai danh sách rồi thực hiện so sánh và đếm, mỗi bước sẽ loại đi được một trong hai SV , cứ tiếp tục như thế cho đến hết.

a) Hãy mô tả cụ thể hơn các ý tưởng ở trên để xây dựng chi tiết thuật toán *divide-and-conquer* giải quyết bài này. Từ đó, thiết lập công thức đệ quy để ước lượng số phép so sánh.

Chú ý: nếu có cách làm khác với gợi ý ở trên mà tốt hơn vét cạn thì vẫn được chấp nhận.

b) Bằng cách thích hợp, ước lượng độ phức tạp của thuật toán theo hệ thức tìm được ở a).

HẾT