

Kap. 2 Die drei Grundsaltungen des Bipolar-Transistors

Prof. W. Hinn

Inhaltsverzeichnis

1	Die drei Grundsaltungen des Bipolar-Transistors	2
1.1	<i>Emitter-, Basis- und Kollektor-Grundsaltung</i>	2
1.2	<i>Eigenschaften und Anwendungsbereiche der Grundsaltungen</i>	3
2	Die Kleinsignal-Innenwiderstände des Bipolartransistors	4
2.1	<i>Definition der Innenwiderstände des Transistors</i>	4
2.2	<i>Wie unterscheidet man Klein- und Grosssignal-Innenwiderstand?</i>	5
2.3	<i>Berechnung der Kleinsignal-Innenwiderstände des Transistors.....</i>	6
3	Die Kleinsignalverstärkung der drei Grundsaltungen.....	8
3.1	<i>Kleinsignal- und Grosssignalverstärkung</i>	8
3.2	<i>Berechnungsmethode für die Kleinsignalverstärkung.....</i>	8
4	Tabellen der Kleinsignalformeln	8
4.1	<i>Tabelle der Kleinsignal-Innenwiderstände</i>	8
4.2	<i>Tabelle der Kleinsignal-Verstärkungsformeln</i>	8
5	Herleitung der Innenwiderstände und Verstärkungsfaktoren	11
5.1	<i>Herleitung der Innenwiderstände an den Anschlüssen des Transistors.....</i>	11
5.2	<i>Herleitung der Verstärkungsfaktoren der 3 Grundsaltungen.....</i>	14

1 Die drei Grundsaltungen des Bipolar-Transistors

1.1 Emitter-, Basis- und Kollektor-Grundsaltung

Man unterscheidet drei verschiedene Grundsaltungsarten des Bipolar-Transistors: Emitter-, Basis- und Kollektorschaltung. Die Kollektorschaltung wird auch als Emitterfolger bezeichnet.

Bild 1-1 zeigt zwei Vertreter dieser Grundsaltungen.

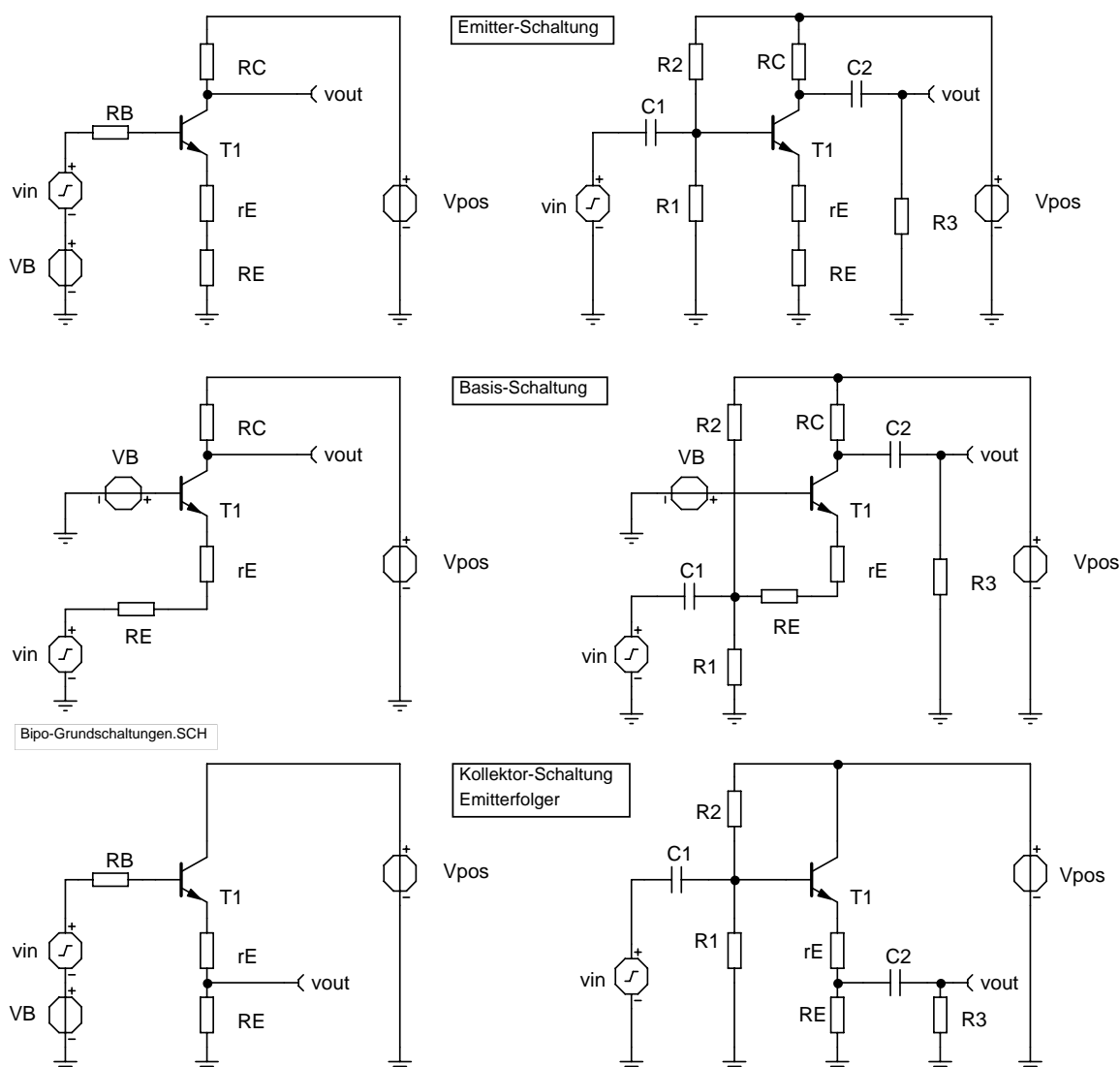


Bild 1-1 Vertreter der drei Grundsaltungen

Die Grundsaltungen besitzen je einen Ein- und Ausgang. Der Eingang der Grundsaltung führt auf den *Eingangsanschluss des Transistors*, der Ausgang auf den *Ausgangsanschluss*. Der dritte Transistoranschluss, der weder Eingangs- noch Ausgangsanschluss ist, gibt der Grundsaltung den Namen; wir bezeichnen ihn als den *namengebenden Transistoranschluss*. Die Namensgebung geht aus der folgenden Tabelle hervor.

Tabelle: Namengebung der drei Grundsaltungen des Bipolartransistors

Grundsaltung	Eingangsanschluss des Transistors	Namengebender Anschluss des Transistors	Ausgangsanschluss des Transistors
Emitter-Schaltung	Basis	Emitter	Kollektor
Basis-Schaltung	Emitter	Basis	Kollektor
Kollektor-Schaltung (Emitter-Folger)	Basis	Kollektor	Emitter

1.2 Eigenschaften und Anwendungsbereiche der Grundsaltungen

Jede der drei Grundsaltungsarten eignet sich für bestimmte Anwendungen besonders gut, wie die folgende Tabelle zeigt. Die Tabelle enthält ausserdem tendenzielle Angaben zu den Ein- und Ausgangswiderständen und zum Verstärkungsfaktor. Der Bipolartransistor ist als Spannungs- und Stromverstärker geeignet, daher werden Aussagen zu beiden Verstärkungsfaktoren gemacht (Spannungsverstärkung A_v und Stromverstärkung A_i).

Tabelle: Typische Anwendungen, Ein- und Ausgangswiderstände des Transistors und Verstärkungsfaktoren

Grundsaltung	typische Anwendung der Grundsaltung	Ein- und Ausgangswiderstände des Transistors		Verstärkung (Spannungs- bzw. Stromverstärkung)	
		r_{in}	r_{out}	A_v	A_i
Emitterschaltung	Verstärker für tiefe bis mittlere Frequenzen	gross	gross	gross	gross
Basisschaltung	Verstärker für hohe Frequenzen (HF-Verstärker)	klein	gross	gross	≈ 1
Kollektor-schaltung (Emitterfolger)	Impedanzwandler, Leistungstreiber	gross	klein	≈ 1	gross

2 Die Kleinsignal-Innenwiderstände des Bipolartransistors

2.1 Definition der Innenwiderstände des Transistors

In Bild 2-1 ist die Bedeutung der Innenwiderstände des Transistors (r_{iE} , r_{iB} und r_{iC}) grafisch mit Widerstandsfeilen dargestellt. Es handelt sich um den Widerstand, der durch den Transistor hindurch nach Masse wirkt. So ist z.B. der Widerstand R_E nicht in r_{iE} enthalten, wohl aber die Widerstände R_C und R_B , die in der Widerstandsformel für r_{iE} auftreten.

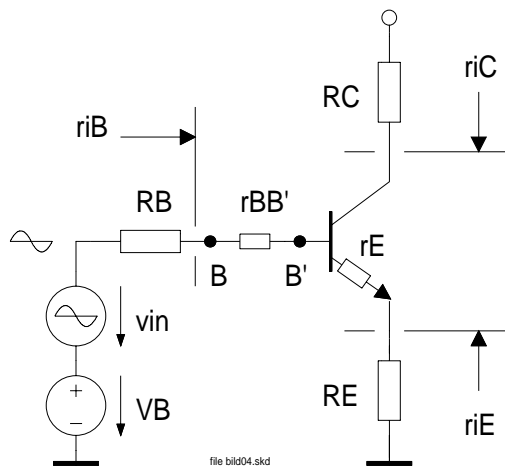


Bild 2-1 Definition der Innenwiderstände r_{iE} , r_{iB} und r_{iC}

Um r_{iE} zu bestimmen, legen wir eine Signalspannung kleiner Amplitude (v_{xin}) am Emitter an und messen den Strom i_{xin} , der in der Emitterleitung fließt. Dann bilden wir $r_{iE} = \frac{v_{xin}}{i_{xin}}$.

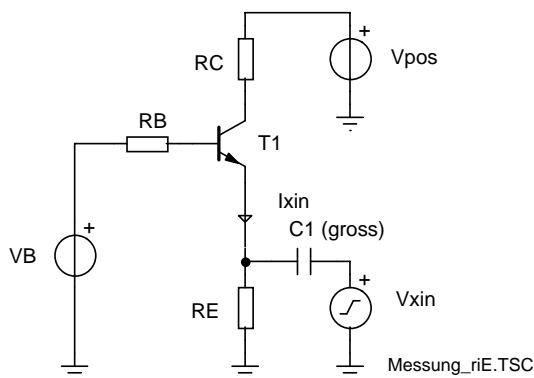


Bild 2-2 Schaltung zur Messung von r_{iE}

Die Messung darf den Arbeitspunkt der Schaltung, d.h. die Gleichströme in allen Zweigen und die Gleichspannungen an allen Knoten der Schaltung, nicht verändern. Deshalb wird das Messsignal entweder kapazitiv eingekoppelt wie in Bild 2-2, oder mit einem passenden DC-Offset versehen (nicht nötig bei kapazitiver Einkopplung).

2.2 Wie unterscheidet man Klein- und Grosssignal-Innenwiderstand?

Beispiel für einen Kleinsignal-Widerstand

Bei linearen Bauteilen (z.B. bei ohmschen Widerständen) kann nicht zwischen Klein- und Grosssignalwiderstand unterschieden werden, weil beide Widerstandswerte gleich gross sind.

Bei nichtlinearen Widerständen, z.B. bei Dioden und Transistoren, sind Klein- und Grosssignalwiderstände jedoch unterschiedlich, was wir am Beispiel einer Schaltung mit Diode (Bild 2-3) zeigen wollen.

Wie werden Gross- und Kleinsignalwiderstände überhaupt gemessen?

Der **Grosssignalwiderstand** ist nichts anderes als der **Gleichstromwiderstand**. Wir messen die Gleichspannung V , die zwischen zwei Knoten liegt und messen den Gleichstrom I , der im Zweig zwischen den beiden Knoten fliesst. Der DC- oder Grosssignalwiderstand ist dann $R = V/I$.

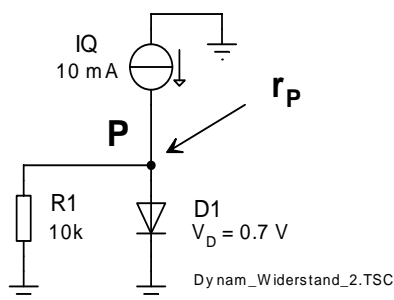
Der **Kleinsignalwiderstand** wird mit einer Wechselspannungsquelle v_x kleiner Amplitude gemessen, die man zwischen den beiden Knoten anlegt. Dann wird der Wechselstrom i_x gemessen, der im Zweig zwischen den beiden Knoten fliesst. Der Kleinsignalwiderstand ist dann $r = v_x/i_x$. Wenn die Schaltung eines oder mehrere nichtlineare Bauteile enthält, hängt der Wert des gemessenen Widerstandes von der Spannungsamplitude v_x ab, die man anlegt. Man reduziert die Amplitude in Schritten, bis sich der Widerstandswert nicht mehr verändert. Erst dann hat man den Kleinsignalwiderstand gefunden.

Alternativ kann man auch einen Wechselstrom i_x genügend kleiner Amplitude in einen Knoten einspeisen und die resultierende Wechselspannung v_x zwischen den beiden interessierenden Knoten messen. Wiederum liefert $r = v_x/i_x$ den gesuchten Kleinsignalwiderstand.

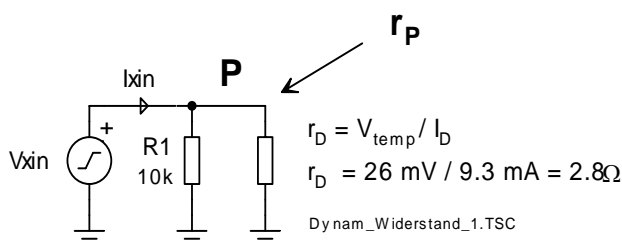
Wie aber wird der **Kleinsignalwiderstand r_P zwischen einem Punkt P und Masse berechnet?**

Wir zeigen das für die Schaltung von Bild 2-3, in der ein Teil des Quellen-Gleichstroms I_Q durch R_1 , der andere durch die Diode D_1 fliesst.

Gesucht ist der Kleinsignalwiderstand r_P am Knoten P der Schaltung (genauer ausgedrückt: der Kleinsignalwiderstand zwischen dem Knoten P und Masse).



Originalschaltung



Kleinsignal-Ersatzschaltung

Bild 2-3 Beispiel für die Messung eines dynamischen Widerstandes r_P

1. Schritt: Berechnung des **Arbeitspunktes** der Diode, d.h. des nichtlinearen Bauteils.

Der Ruhestrom im Widerstand R beträgt

$$I_R = \frac{V_D}{R} = \frac{0.7 \text{ V}}{1 \text{ k}\Omega} = 0.7 \text{ mA}$$

Der Ruhestrom in der Diode beträgt $I_D = I_Q - I_R = 10 \text{ mA} - 0.7 \text{ mA} = 9.3 \text{ mA}$.

2. Schritt: Ersatz des realen nichtlinearen Bauteils durch dessen **Kleinsignal-Ersatzschaltung**.

Die Kleinsignal-Ersatzschaltung der Diode besteht aus dem dynamischen Diodenwiderstand r_D .

3. Schritt: Berechnung der **Kleinsignal-Ersatzelemente (hier r_D) des nichtlinearen Bauteils** (hier der Diode).

$$r_D = \frac{V_{temp}}{I_D} = \frac{26 \text{ mV}}{9.3 \text{ mA}} = 2.8 \Omega$$

4. Schritt: Berechnung des gesuchten **Kleinsignalwiderstandes r_p** .

Die Kleinsignal-Ersatzschaltung besteht aus der Parallelschaltung von r_D und R . Somit erhalten wir

$$r_p = R // r_D = 1 \text{ k}\Omega // 2.8 \Omega \approx 2.8 \Omega$$

Wie wird der **Grosssignal- oder DC-Widerstand zwischen dem Knoten P und Masse berechnet?**

Es mag Sie erstaunen, aber Grosssignal- oder DC-Widerstände sind in Schaltungen mit nichtlinearen Bauteilen nutzlos und unnötig.

Ich zeige Ihnen trotzdem, wie man diese unsinnige Rechnung anstellt, um zu zeigen, dass die Gross- und der Kleinsignalwiderstände zwischen zwei Knoten derselben Schaltung völlig verschiedene Werte haben, sofern ein nichtlineares Bauteil vorhanden ist. Wir berechnen den Gleichstromwiderstand R_p , der in der Schaltung von Bild 2-3 zwischen dem Punkt P und Masse liegt:

$$R_D = V_{BE} / I_D = 0.7 \text{ V} / 9.3 \text{ mA} = 75.27 \Omega.$$

Der Gesamt-DC-Widerstand zwischen P und Masse beträgt demnach

$$R_p = R_1 // R_D = 10 \text{ k} // 75.27 \Omega = 74.7 \Omega$$

Dieser Wert ist 209 mal grösser als der Wert des Kleinsignalwiderstandes r_p . Und nicht vergessen, er ist auch nutzlos!

Fazit: Bei nichtlinearen Bauteilen verzichten wir auf die Bestimmung von DC- bzw. Grosssignalwiderständen, weil sie nutzlos sind.

Bei linearen Bauteilen besteht jedoch kein Unterschied zwischen Gross- und Kleinsignalwiderständen. Wir benötigen keine Kleinsignal-Ersatzschaltung und können direkt die DC- oder Grosssignalwiderstände berechnen.

2.3 Berechnung der Kleinsignal-Innenwiderstände des Transistors

Bei der Kleinsignalanalyse elektronischer Schaltungen benötigen immer wieder die Kleinsignal-Innenwiderstände an den drei Transistoranschlüssen, die wie folgt bezeichnet werden:

r_{iB}	dynamischer Innenwiderstand an der Basis des Transistors
r_{iE}	dynamischer Innenwiderstand am Emitter des Transistors
r_{iC}	dynamischer Innenwiderstand am Kollektor des Transistors

Wir messen sie mit Hilfe des weiter oben beschriebenen Verfahrens: Am zu messenden Anschluss P des Transistors schliessen wir eine Stromquelle i_{xin} an. Dann messen wir die Spannung v_{xin} , die am Messknoten P entsteht. Der Quotient

$$r_{in P} = \frac{v_{xin}}{i_{xin}}$$

stellt den Innenwiderstand des Transistoranschlusses P dar.

Wichtig: Diese Messung darf nur mit einem Messstrom kleiner Amplitude ausgeführt werden.

Nun wollen wir **die Innenwiderstände an den Transistoranschlüssen** aber nicht messen, sondern **berechnen**. Dazu gehen wir wie folgt vor:

1. Wir zeichnen die Ersatzschaltung des Transistors einschliesslich der üblichen externen Widerstände.
2. Wir legen eine bekannte Wechselspannung kleiner Amplitude v_{xin} an den zu messenden Transistoranschluss an (Wechselspannungsgenerator benutzen).
 ODER: Wir lassen einen bekannten Wechselstrom i_{xin} in den zu untersuchenden Transistoranschluss hineinfließen (Wechselstromgenerator benutzen).
3. Wir messen den Wechselstrom i_{xin} , der in den zu untersuchenden Transistoranschluss hineinfließt.
 ODER: Wir Messen die Wechselspannung v_{xin} , die am zu untersuchenden Transistoranschluss entsteht.
4. Wir bilden den Quotienten

$$r_{in} = \frac{v_{xin}}{i_{xin}},$$

r_{in} entspricht in guter Näherung dem dynamischen oder differentiellen Innenwiderstandes des Transistoranschlusses. Bei genügend kleiner Amplitude von v_{xin} und i_{xin} gilt die Näherung

$$r_{in} = \frac{dV_{xin}}{dI_{xin}} \approx \frac{v_{xin}}{i_{xin}} \text{ gilt.}$$

Mit dem beschriebenen Verfahren werden wir im Abschnitt 5 die Innenwiderstände an allen drei Transistoranschlüssen berechnen. Die Resultate dieser Berechnungen sind schliesslich in einer Tabelle im Abschnitt 4 zusammengefasst.

Man beachte insbesondere die Gesetze der **Impedanztransformation zwischen Basis und Emitter**, die in der Tabelle hervorgehoben sind.

3 Die Kleinsignalverstärkung der drei Grundsaltungen

3.1 Kleinsignal- und Grosssignalverstärkung

Bei Verwendung genügend kleiner Eingangssignale liefert die Verstärkungsmessung eindeutige Werte. Bei grösseren Eingangssignalen liefert die Messung andere, meistens kleinere, Verstärkungswerte. Der Verstärkungswert, der mit kleinen Signalen gemessen wird, heisst Kleinsignalverstärkung.

In den meisten Fällen interessiert nur die Kleinsignalverstärkung. Man erkennt sie daran, dass ihr Wert bei Verkleinerung der Eingangsspannung nicht ändert. Grosssignalverstärkungen sind immer von der verwendeten Eingangsamplitude abhängig.

Der Unterschied zwischen Grosssignal- und Kleinsignalverstärkung ist eine Folge der Nichtlinearität der Schaltung. Bei linearen Verstärkern sind die beiden Werte gleich. Bei Übersteuerung (zu grosser Amplitude) wird jeder Verstärker nichtlinear.

3.2 Berechnungsmethode für die Kleinsignalverstärkung

Wie ersetzen den Transistor durch seine Kleinsignal-Ersatzschaltung, legen eine Spannungsquelle v_{in} an den Eingang an und berechnen die resultierende Ausgangsspannung v_{out} . Der Quotient

$$A = \frac{v_{out}}{v_{in}}$$

stellt die gesuchte Kleinsignalverstärkung dar. Diese Definition der Spannungsverstärkung entspricht mit guter Näherung der differentiellen Definition. Bei kleinen Amplituden gilt mit guter Näherung

$$A_v = \frac{dV_{out}}{dV_{in}} \approx \frac{v_{out}}{v_{in}} \quad \text{mit} \quad \begin{array}{l} v_{out} \text{ Ausgangsspannung} \\ v_{in} \text{ Eingangsspannung} \end{array}$$

Im Kapitel 5 wird die Kleinsignalverstärkungen für alle drei Grundsaltungen des Transistors berechnet. Die Resultate sind im Kap. 4 tabellarisch zusammengefasst.

4 Tabellen der Kleinsignalformeln

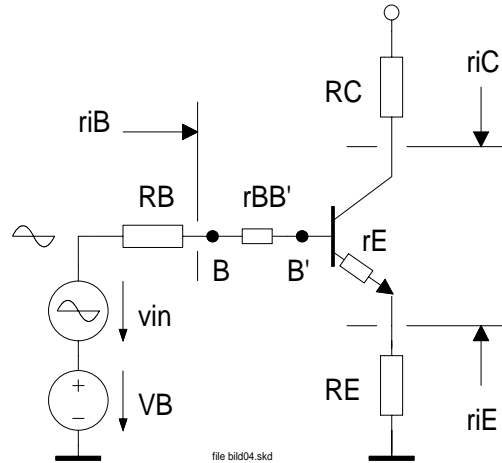
4.1 Tabelle der Kleinsignal-Innenwiderstände

Siehe Tabelle auf der nächsten Seite.

4.2 Tabelle der Kleinsignal-Verstärkungsformeln

Siehe Tabelle auf der übernächsten Seite.

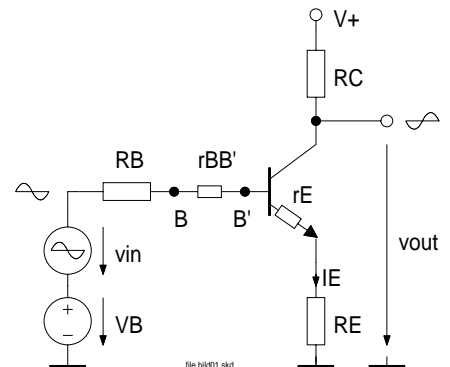
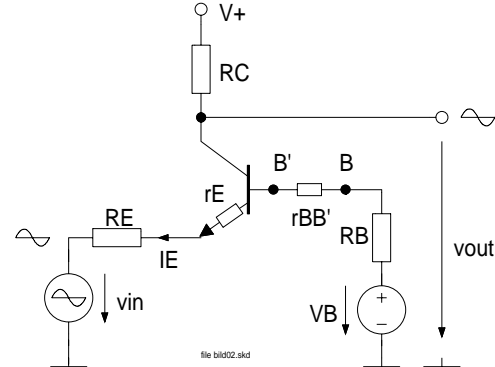
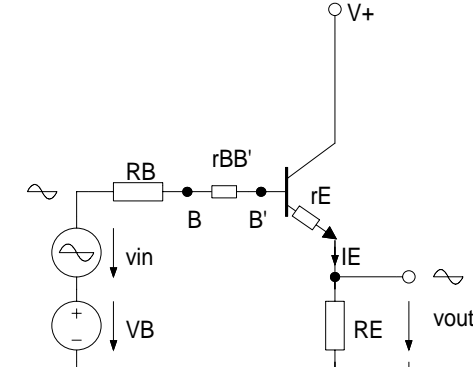
Kleinsignal-Innenwiderstände des Bipolar-Transistors



Bipolar-Transistor mit typischer Beschaltung

Innenwiderstand	Gesetze der Impedanztransformation
$r_{iB} = r_{BB'} + (\beta + 1)(R_E + r_E)$	Die Emittterwiderstände erscheinen an der Basis mit $(\beta+1)$ multipliziert
$r_{iE} = r_E' = r_E + \frac{r_{BB'} + R_B}{\beta + 1}$	Die Basiswiderstände erscheinen am Emitter durch $(\beta+1)$ dividiert
$r_{iC} = r_{CE} \left(1 + \beta \frac{R_E}{R_E + R_B + r_{BB'} + r_{B'E}} \right)$	Der Kollektor-Emitterwiderstand r_{CE} erscheint am Kollektor mit einem Klammerausdruck multipliziert. Bei grossem R_E wird der Klammerausdruck $(\beta+1)$
$r_{BB'} = 10 \dots 500 \Omega$ (typ. 100Ω)	Basisbahnwiderstand (oft wird $r_{BB'} = 0 \Omega$ verwendet)
$r_E = \frac{V_{temp}}{I_E} = \frac{r_{B'E}}{\beta + 1}$ (wobei $r_{B'E} = \frac{V_{temp}}{I_B}$)	Innerer Emittterwiderstand
$r_{CE} = \frac{V_A + V_{CE}}{I_C} \approx \frac{V_A}{I_C}$	Kollektor-Emitter-Widerstand
$V_A = 20 \dots 400 V$ (typ. $100 V$)	Early-Spannung
$V_{temp} = \frac{kT}{e} \approx 26 mV$ bei $T = 27^\circ C$ ($T = 300 K$)	Temperaturspannung

Kleinsignalverstärkung der Bipolar-Grundsaltungen

Emitter-Schaltung	Basis-Schaltung	Kollektor-Schaltung (Emitterfolger)
		
Invertierender Verstärker	Nichtinvertierender Verstärker	Nichtinvertierender Verstärker
<p>Exakt: $A = \frac{v_{out}}{v_{in}} = - \frac{R_C}{R_E + r_E' + \frac{R_C}{\mu}}$</p> <p>Bei $R_E > 0\Omega$: $A \approx - \frac{R_C}{R_E + r_E'}$</p> <p>Bei $R_E = 0\Omega$: $A = - \frac{R_C // r_{CE}}{r_E'}$</p>	<p>Exakt: $A = \frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{R_C}{R_E + r_E' + \frac{R_C}{\mu}}$</p> <p>Bei $R_E > 0\Omega$: $A \approx \frac{R_C}{R_E + r_E'}$</p> <p>Bei $R_E = 0\Omega$: $A = \frac{R_C // r_{CE}}{r_E'}$</p>	<p>Exakt: $A = \frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{R_E}{R_E + r_E'}$</p> <p>Bei $R_E \gg r_E'$: $A \approx 1$</p>

$$r_E = \frac{V_{temp}}{I_E} = \frac{r_{B'E}}{\beta + 1}$$

$$r_E' = r_E + \frac{r_{BB'} + R_B}{\beta + 1}$$

$$\mu = \frac{r_{CE}}{r_E'} \approx \frac{V_A}{V_{temp}} \quad (\mu = \text{max. mögliche Verstärkung})$$

$$r_{BB'} = 10 \dots 500 \Omega \quad (\text{wird oft vernachlässigt: } r_{BB'} = 0 \Omega)$$

$$V_{temp} = \frac{kT}{e} \approx 26 mV \quad (\text{bei Zimmer-Temperatur von } 27^\circ C)$$

$$r_{CE} = \frac{(V_A + V_{CE})}{I_C} \approx \frac{V_A}{I_C} \quad (V_A = \text{Early-Spannung})$$

5 Herleitung der Innenwiderstände und Verstärkungsfaktoren

5.1 Herleitung der Innenwiderstände an den Anschlüssen des Transistors

Für die Berechnung der Innenwiderstände an den Anschlüssen des Transistors verwenden wir die Kleinsignal-Ersatzschaltung, Bild 5-1.

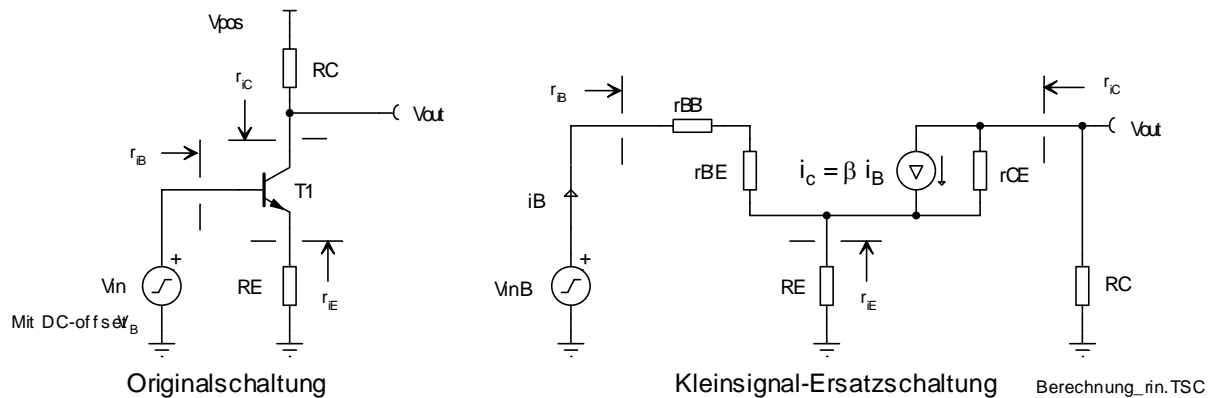


Bild 5-1 Berechnung der Innenwiderstände r_{iB} , r_{iE} und r_{iC} mit Hilfe der Ersatzschaltung

Herleitung des Innenwiderstandes r_{iB} an der Basis des Transistors

Zur Berechnung von $r_{iB} = \frac{v_{inB}}{i_B}$ schliessen wir an der Basis die Messspannungsquelle v_{inB} an.

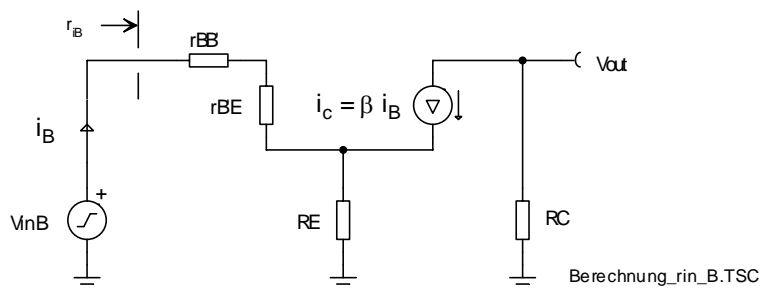


Bild 5-2 Für die Berechnung von r_{iB} vereinfachen wir die Ersatzschaltung mit $r_{CE} = \infty$

Die Gleichung für die Eingangsmasche liefert $v_{inB} = i_B(r_{BB'} + r_{B'E}) + (\beta + 1)i_B R_E$. Daraus folgt sofort

$$r_{iB} = \frac{v_{inB}}{i_B} = r_{BB'} + r_{B'E} + (\beta + 1)R_E$$

Herleitung des Innenwiderstandes r_{iE} am Emitter des Transistors

Um die Rechnung zu vereinfachen, setzen wir in Ersatzschaltung $r_{CE} = \infty$ (was zulässig ist, wenn $r_{CE} \gg R_C$). Zur Berechnung von r_{iE} legen wir an den Emitter eine Messspannung v_{inE} .

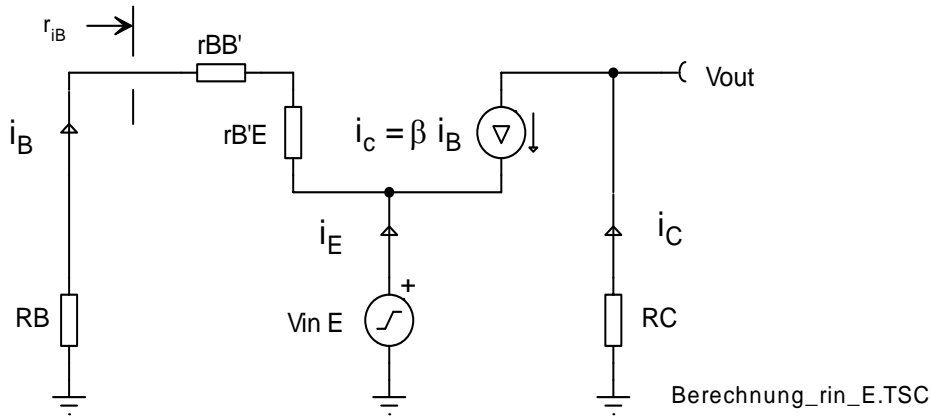


Bild 5-3 Berechnung von r_{iE}

Wir finden

$$i_B(R_B + r_{BB'} + r_{B'E}) + v_{inE} = 0$$

$$v_{inE} = -i_B(R_B + r_{BB'} + r_{B'E})$$

$$i_B + \beta i_B + i_E = 0$$

$$i_B = -\frac{i_E}{\beta + 1}$$

und erhalten schliesslich

$$r_{iE} = \frac{v_{inE}}{i_E} = \frac{R_B + r_{BB'} + r_{B'E}}{\beta + 1}$$

Mit $\frac{r_{B'E}}{\beta + 1} = r_E$ schreiben wir

$$r_{iE} = \frac{R_B + r_{BB'}}{\beta + 1} + r_E$$

r_{iE} wird häufig als „**innerer Emitterwiderstand bei Berücksichtigung der basisseitigen Widerstände**“ bezeichnet, wobei man das Symbol $r_{E'}$ verwendet:

$$r_{E'} = r_{iE} = r_E + \frac{R_B + r_{BB'}}{\beta + 1}$$

Vom Emitter aus betrachtet erscheinen die Widerstände an der Basis dividiert durch $(\beta + 1)$. Dieser Zusammenhang wird als **Gesetz der Widerstandstransformation** bezeichnet (siehe auch Tabelle in Kap. 4).

Herleitung des Innenwiderstandes r_{iC} am Kollektor des Transistors

Zur Berechnung von r_{iC} legen wir an den Kollektor eine Messspannung v_{inC} .

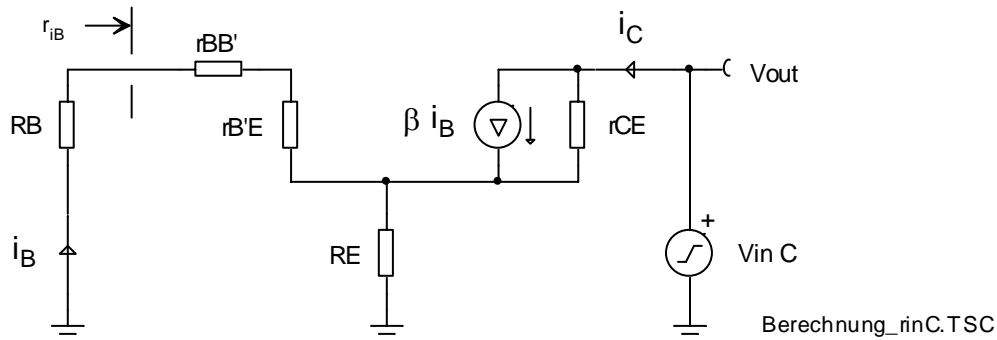


Bild 5-4 Berechnung von r_{iC}

Bei $R_E = 0$ gilt offensichtlich $r_{iC} = r_{CE}$. Bei $R_E > 0$ gilt

$$v_C = r_{CE}(i_C - \beta i_B) + R_E(i_B + i_C)$$

$$v_C = i_C(r_{CE} + R_E) + i_B(R_E - \beta r_{CE})$$

$$i_B(R_B + r_{BB'} + r_{B'E}) + (i_B + i_C)R_E = 0$$

$$i_B(R_B + r_{BB'} + r_{B'E} + R_E) = -R_E i_C$$

$$i_B = -i_C \frac{R_E}{R_E + R_B + r_{BB'} + r_{B'E}}$$

$$v_C = i_C(r_{CE} + R_E) - i_C \frac{R_E(R_E - \beta r_{CE})}{R_E + R_B + r_{BB'} + r_{B'E}}$$

$$r_{iC} = \frac{v_C}{i_C} = r_{CE} + R_E + \beta r_{CE} \frac{R_E}{R_E + R_B + r_{BB'} + r_{B'E}} - \frac{R_E^2}{R_E + R_B + r_{BB'} + r_{B'E}}$$

Durch eine weitere Umstellung erhalten wir

$$r_{iC} = \frac{v_C}{i_C} = r_{CE} \left(1 + \beta \frac{R_E}{R_E + R_B + r_{BB'} + r_{B'E}} \right) + R_E - \frac{R_E^2}{R_E + R_B + r_{BB'} + r_{B'E}}$$

Der letzte Term strebt gegen R_E , wenn $R_E \gg r_{BB'} + r_{B'E}$ ist, so dass

$$r_{iC} = \frac{v_C}{i_C} \approx r_{CE} \left(1 + \beta \frac{R_E}{R_E + R_B + r_{BB'} + r_{B'E}} \right) + R_E - R_E \quad \text{bzw.}$$

$$r_{iC} = \frac{v_C}{i_C} \approx r_{CE} \left(1 + \beta \frac{R_E}{R_E + R_B + r_{BB'} + r_{B'E}} \right)$$

Bei $R_E \gg r_{BB'} + r_{B'E}$ gilt näherungsweise

$$r_{iC} = \frac{v_C}{i_C} \approx r_{CE} (1 + \beta)$$

5.2 Herleitung der Verstärkungsfaktoren der 3 Grundsaltungen

Kleinsignalverstärkung der Emitterschaltung

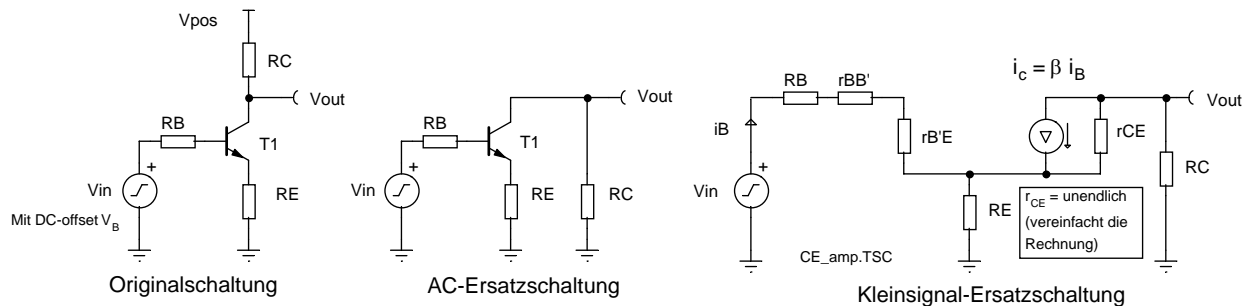


Bild 5-5 Emitterschaltung

Wenn wir $r_{CE} = \infty$ setzen, gelangen wir in nur drei Schritten zum Verstärkungsfaktor A der Emitterschaltung:

$$v_{in} = i_B (R_B + r_{BB'} + r_{B'E} + (\beta + 1)R_E)$$

$$v_{out} = -\beta i_B R_C$$

$$A = \frac{v_{out}}{v_{in}} = - \frac{\beta R_C}{r_{B'E} + R_B + r_{BB'} + (\beta + 1)R_E} = - \frac{R_C}{\frac{\beta + 1}{\beta} R_E + \frac{r_{B'E}}{\beta} + \frac{R_B + r_{BB'}}{\beta}}$$

Die Formel lässt sich vereinfachen mit $\frac{\beta + 1}{\beta} \approx 1$, $\frac{r_{B'E}}{\beta} = r_E$ sowie $r_E + \frac{R_B + r_{BB'}}{\beta} = r_{E'}$

$$A \approx - \frac{R_C}{R_E + r_E + \frac{R_B + r_{BB'}}{\beta}} = - \frac{R_C}{R_E + r_{E'}}$$

Wenn wir den endlichen Wert von r_{CE} berücksichtigen, resultiert nach aufwändigen Umformungen, die wir hier nicht vorführen,

$$A \approx - \frac{R_C}{R_E + r_{E'} + \frac{R_C}{\mu}} \approx - \frac{R_C}{R_E + r_{E'}} \quad \text{mit} \quad \mu = \frac{r_{CE}}{r_E}$$

Weil μ relativ gross ist, reicht in der Regel die angegebene Näherung.

Hingegen ist es leicht, den endlichen Wert von r_{CE} zu berücksichtigen, wenn gleichzeitig $R_E = 0$ ist. In nur wenigen Schritten finden wir

$$A = - \frac{R_C // r_{CE}}{r_E + \frac{r_{BB'} + R_Q}{\beta}} \quad \text{Mit } r_{E'} = r_E + \frac{r_{BB'} + R_Q}{\beta} \text{ schreiben wir wir}$$

$$A = - \frac{R_C // r_{CE}}{r_{E'}} \quad (\text{gültig für } R_E = 0)$$

Kleinsignalverstärkung der Basisschaltung

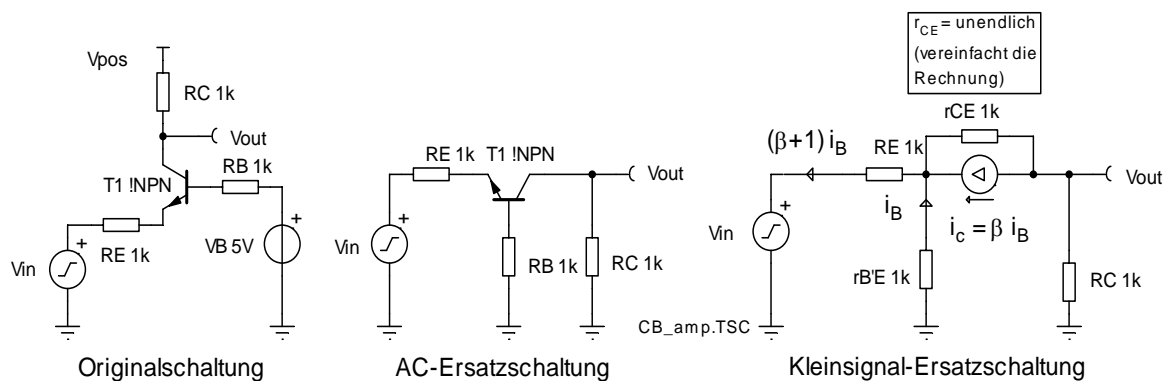


Bild 5-6 Basisschaltung

Auch hier setzen wir $r_{CE} = \infty$, um die Herleitung zu vereinfachen.

$$v_{out} = -\beta i_B R_C$$

$$v_{in} = -(\beta + 1)i_B R_E - i_B (r_{B'E} + r_{BB'} + R_B)$$

$$A = \frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{\beta i_B R_C}{(\beta + 1)i_B R_E + i_B (r_{B'E} + r_{BB'} + R_B)}$$

Umformungen liefern schliesslich

$$A = \frac{R_C}{\frac{\beta + 1}{\beta} R_E + \frac{r_{B'E}}{\beta} + \frac{r_{BB'} + R_B}{\beta}} \approx \frac{R_C}{R_E + r_E + \frac{r_{BB'} + R_B}{\beta}}$$

$$A = \frac{R_C}{R_E + r_{E'}} \quad \text{mit} \quad r_{E'} = r_E + \frac{r_{BB'} + R_B}{\beta}$$

Die aufwändige Herleitung mit endlichem Wert für r_{CE} führt zur Gleichung

$$A = \frac{R_C}{R_E + r_{E'} + \frac{R_C}{\mu}} \approx \frac{R_C}{R_E + r_{E'}} \quad \text{mit} \quad \mu = \frac{r_{CE}}{r_E}$$

Weil μ sehr gross ist, ist die Näherung praxisgerecht. Leicht lässt sich zeigen, dass bei $R_E = 0$

$$A = -\frac{R_C // r_{CE}}{r_{E'}} \quad (\text{gültig für } R_E = 0)$$

Kleinsignalverstärkung Kollektorschaltung (Emitterfolger)

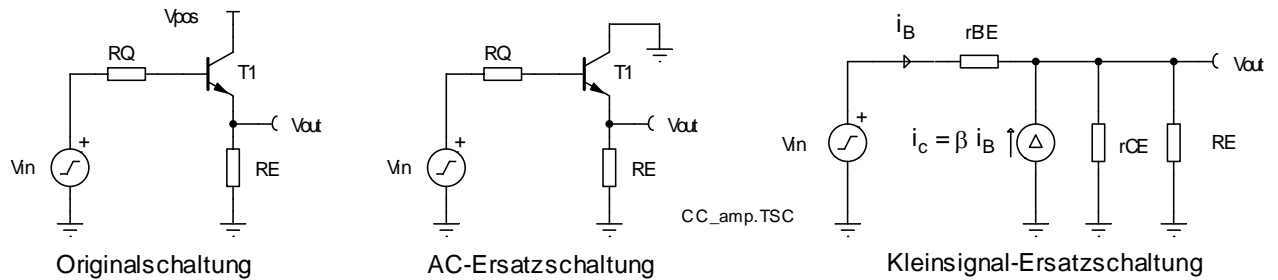


Bild 5-7 Kollektorschaltung (auch Emitterfolger genannt)

$$v_{out} = (\beta i_B + i_B) R_E = i_B (\beta + 1) R_E$$

$$v_{in} = i_B (r_{B'E} + r_{BB'} + R_B) + v_{out} = i_B (r_{B'E} + r_{BB'} + R_B) + i_B (1 + \beta) R_E$$

$$v_{in} = i_B (r_{B'E} + r_{BB'} + R_B + (1 + \beta) R_E)$$

$$A = \frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{i_B (\beta + 1) R_E}{i_B (r_{B'E} + r_{BB'} + R_B + (1 + \beta) R_E)}$$

$$A = \frac{R_E}{R_E + \frac{r_{B'E}}{\beta + 1} + \frac{r_{BB'} + R_B}{\beta}}$$

$$\boxed{A = \frac{R_E}{R_E + r_{E'}}} \quad \text{mit} \quad r_{E'} = r_E + \frac{r_{BB'} + R_B}{R_E}$$