

# ElMag - Formelsammlung

S. Reinli

## Inhaltsverzeichnis

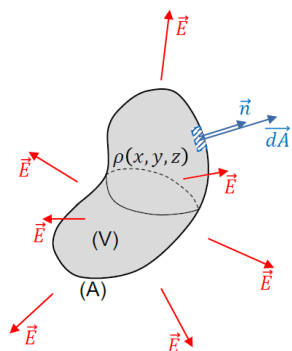
25. September 2016

<b>1</b>	<b>Elektrostatische Analyse</b>	<b>2</b>
1.1	Grundgesetze . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Idiotenseite</b>	<b>3</b>

# 1 Elektrostatische Analyse

Die **Elektrostatische Analyse** ist ein Hauptbestandteil des Designs von Hoch- und Mittelspannungsgeräten. Wird unter anderem für die Berechnung der Ersatzkapazität von elektrischen Komponenten und Leitungen verwendet.

## 1.1 Grundgesetze



### Gaussches Gesetz:

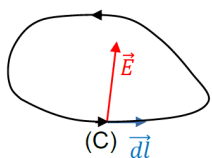
Der Fluss des Vektors  $\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E}$  durch eine geschlossene orientierte Fläche (A) ist gleich der gesamten elektrischen Ladung Q, die von der Fläche (A) umgeben ist:

$$\oiint_{(A)} \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q \quad \text{oder} \quad \oiint_{(A)} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon}$$

$\vec{D}$  - elektrische Flussdichte

$\vec{E}$  - elektrisches Feld

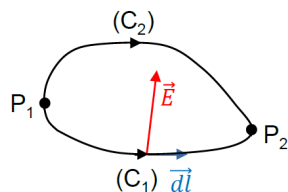
$\varepsilon$  - elektrische Permittivität



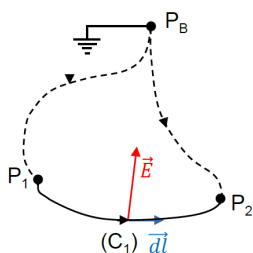
### Wirbelfreiheit des elektrostatischen Feldes:

Das Kurvenintegral des elektrostatischen Feldes  $\vec{E}$  über jede geschlossene orientierte Kurve (C) ist gleich null:

$$\oint_{(C)} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$



$$\oint_{(C)} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot d\vec{l} - \int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$



Das elektrische Skalarpotential eines Punktes gegenüber dem Bezugspunkt ( $P_B$ ):

$$\varphi_{P_1} = \int_{P_1}^{P_N} \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad \text{und} \quad \varphi_{P_2} = \int_{P_2}^{P_N} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$U_{P_1 P_2} = \varphi_{P_1} - \varphi_{P_2} = \int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

## 2 Idiotenseite

### 2.1 SI-Vorsätze

Symbol	Name	Wert	Binär	Symbol	Name	Wert
da	Deka	$10^1$		d	Dezi	$10^{-1}$
h	Hekto	$10^2$		c	Centi	$10^{-2}$
k	Kilo	$10^3$	$2^{10} = 1024$	m	Mili	$10^{-3}$
M	Mega	$10^6$	$2^{20}$	$y, \mu$	Mikro	$10^{-6}$
G	Giga	$10^9$	$2^{30}$	n	Nano	$10^{-9}$
T	Tera	$10^{12}$	$2^{40}$	p	Piko	$10^{-12}$
P	Peta	$10^{15}$	$2^{50}$	f	Femto	$10^{-15}$

### 2.2 Dreiecksformeln

#### Cosinussatz

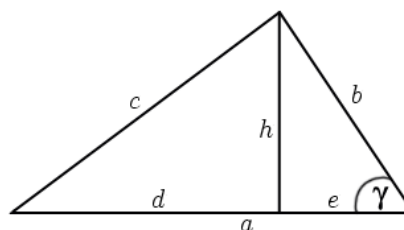
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$$

#### Sinussatz

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r = \frac{u}{\pi}$$

#### Pythagoras beim Sinus

$$\sin^2(b) + \cos^2(b) = 1 \quad \tan(b) = \frac{\sin(b)}{\cos(b)}$$



$$\sin \beta = \frac{b}{a} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\cos \beta = \frac{c}{a} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\tan \beta = \frac{c}{b} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$

$$\cot \beta = \frac{b}{c} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}$$

### 2.3 Funktionswerte für Winkelargumente

deg	rad	sin	cos	tan	deg	rad	sin	cos	deg	rad	sin	cos	deg	rad	sin	cos
0	0	0	1	0	90	$\frac{\pi}{2}$	1	0	180	$\pi$	0	-1	270	$\frac{3\pi}{2}$	-1	0
30	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	120	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	210	$\frac{7\pi}{6}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	300	$\frac{5\pi}{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$
45	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	135	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	225	$\frac{5\pi}{4}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	315	$\frac{7\pi}{4}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
60	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	150	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	240	$\frac{4\pi}{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	330	$\frac{11\pi}{6}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

### 2.4 Periodizität

$$\cos(a + k \cdot 2\pi) = \cos(a) \quad \sin(a + k \cdot 2\pi) = \sin(a) \quad (k \in \mathbb{Z})$$

### 2.5 Quadrantenbeziehungen

$$\sin(-a) = -\sin(a)$$

$$\sin(\pi - a) = \sin(a)$$

$$\sin(\pi + a) = -\sin(a)$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + a\right) = \cos(a)$$

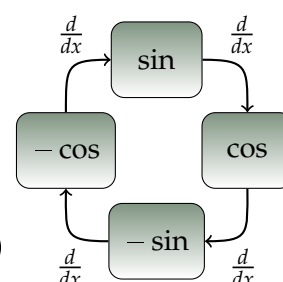
$$\cos(-a) = \cos(a)$$

$$\cos(\pi - a) = -\cos(a)$$

$$\cos(\pi + a) = -\cos(a)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{2} + a\right) = \sin(a)$$

### 2.6 Ableitungen



## 2.7 Additionstheoreme

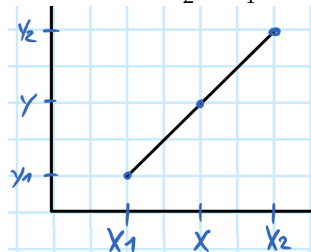
$$\sin(a \pm b) = \sin(a) \cdot \cos(b) \pm \cos(a) \cdot \sin(b)$$

$$\cos(a \pm b) = \cos(a) \cdot \cos(b) \mp \sin(a) \cdot \sin(b)$$

$$\tan(a \pm b) = \frac{\tan(a) \pm \tan(b)}{1 \mp \tan(a) \cdot \tan(b)}$$

## 2.9 Geradengleichung Interpolieren

$$y(x) = y_1 + \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$



## 2.8 Doppel- und Halbwinkel

$$\sin(2a) = 2 \sin(a) \cos(a)$$

$$\cos(2a) = \cos^2(a) - \sin^2(a) = 2 \cos^2(a) - 1 = 1 - 2 \sin^2(a)$$

$$\cos^2\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{1 + \cos(a)}{2} \quad \sin^2\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{1 - \cos(a)}{2}$$

## 2.10 Grad <-> Rad

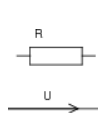
$$\alpha_{\text{rad}} = \alpha_{\text{grad}} \cdot \frac{\pi}{180}$$

$$\alpha_{\text{grad}} = \alpha_{\text{rad}} \cdot \frac{180}{\pi}$$

## 2.11 Grundelemente

### Ohmscher Widerstand R

$u$  und  $i$  können sprunghaft ändern



$$u(t) = R \cdot i(t)$$

$$i(t) = \frac{u(t)}{R}$$

$$\underline{Z}_R = R$$

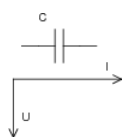
nicht linear:

$$R_{\text{eff}}(u) = \frac{u}{i(u)}, r_D = \left. \frac{du}{di} \right|_{u_0}$$

$$P = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R}$$

### Kapazität C

$u$  kann nicht sprunghaft ändern



$$u(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau + u(0)$$

$$i(t) = C \frac{du(t)}{dt}$$

$$\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C} = -\frac{j}{\omega C}$$

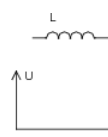
$$X_C = -\frac{1}{\omega C} \quad B_C = \omega C$$

$$Q_C = -U^2 \cdot \omega C = -\frac{P}{\omega C}$$

$$W_C = \frac{1}{2} C U_C^2$$

### Induktivität L

$i$  kann nicht sprunghaft ändern



$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

$$i(t) = \frac{1}{L} \int_0^t u(\tau) d\tau + i(0)$$

$$\underline{Z}_L = j\omega L$$

$$X_L = \omega L \quad B_L = -\frac{1}{\omega L}$$

$$Q_L = I^2 \cdot \omega L = \frac{P}{\omega L}$$

$$W_L = \frac{1}{2} L I_L^2$$

## 2.12 Begriffe der Impedanz und Admittanz

Scheinwiderstand

$$Z = \frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}}$$

$$= \sqrt{R^2 + X^2}$$

Ohm

Komplexer Widerstand Impedanz

$$\underline{Z} = R + jX = Z \cdot e^{j\varphi}$$

$$= \frac{U}{I} = \frac{U \cdot U^*}{S^*} = \frac{U^2}{S^*} = \frac{S}{I^2}$$

Ohm

Komplexer Leitwert Admittanz

$$\underline{Y} = G + jB = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{Z} e^{-j\varphi}$$

$$= \frac{1}{\underline{Z}}$$

Siemens

Wirkwiderstand Resistanz

$$R = \text{Re}(\underline{Z})$$

$$= Z \cdot \cos(\varphi)$$

Ohm

Wirkleitwert Konduktanz

$$G = \text{Re}(\underline{Y})$$

$$\neq \frac{1}{R}$$

Siemens

Blindwiderstand Reaktanz

$$X = \text{Im}(\underline{Z})$$

$$= Z \cdot \sin(\varphi)$$

Ohm

Blindleitwert Suszeptanz

$$B = \text{Im}(\underline{Y})$$

$$\neq \frac{1}{X}$$

Siemens

Phasenverschiebung

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i = \arctan\left(\frac{\text{Im}(\underline{Z})}{\text{Re}(\underline{Z})}\right)$$

Radian