1 Felder

1.1 Elektrisches Feld

Folgende Formeln gelten für 2 Dimensionen. Dazu müssen die Ladungsträger zylinderförmig sein.

$\varepsilon\left[\frac{As}{Vm}\right]$	dielektrische permittivität
$Q, q\left[\frac{C}{m}\right]$	Linienladungsdichte
$\vec{r}_0$	Einheitsvektor
$\vec{F}_e\left[\frac{N}{m}\right]$	Elektrische Kraft
$\vec{E}\left[\frac{V}{m}\right]$	Elektrisches Feld

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r, \quad \varepsilon_0 = 8.8542 \cdot 10^{-12}$$

$$\vec{F}_e = \frac{Q \cdot q}{2\pi\varepsilon r} \cdot \vec{r}_0$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon r} \cdot \vec{r}_0$$

$$U_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = \varphi_A - \varphi_B$$

1.2 Magnetisches Feld

Für die Richtungen der Vektoren eines Kreuzproduktes kann folgende Regel angewendet werden: $\vec{a}$: Daumen, $\vec{b}$: Zeigefinger, $\vec{a} \times \vec{b}$: Mittelfinger

$\mu\left[\frac{N}{A^2}\right]$	magnetische permeabilität
$I, i[A]$	Ströme der Leiter
$\vec{F}_m\left[\frac{N}{m}\right]$	magnetische Kraft
$\vec{H}\left[\frac{A}{m}\right]$	magnetisches Feld
$\vec{B}$ [T]	magnetische Flussdichte
$\Phi[Wb]$	magnetischer Fluss
$\Psi[Wb]$	verketteter mag. Fluss
$\Theta[A]$	magnetische Durchflutung
$V_m[A]$	Magnetische Spannung
$R_m\left[\frac{A}{Wb}\right]$	Magnetischer Wiederstand
γ	geschlossener Weg um Leiter
l, r	Länge / Radius einer Spule
$W_m[J]$	Magnetische Energie

$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$$

$$\vec{F}_m = \frac{\mu}{2\pi} \cdot \frac{Ii}{r} \cdot \vec{r}_0 = \mu \cdot i \cdot \vec{l}_0 \times \vec{H}$$

$$\vec{H} = \frac{I}{2\pi} \cdot \frac{\vec{L}_0 \times \vec{r}_0}{r}$$

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$$

$$\Phi = \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A}, \quad \Psi = N \cdot \Phi$$

$$U_{ind} = -\frac{d\Psi}{dt} = -N \cdot \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\Theta = \sum_{k=1}^{n} I_k = \oint_\gamma \vec{H} \cdot d\vec{l} = N \cdot I$$

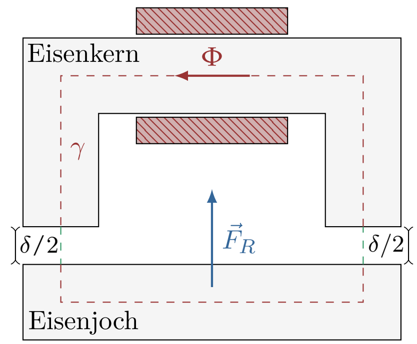
$$V_m = \int_A^B \vec{H} \cdot d\vec{l}$$

$$R_m = \frac{V_m}{\Phi} = \frac{l}{\mu \cdot A}\text{(wenn Homogen)}$$

$$H = \frac{N \cdot I}{l}, \quad \text{wenn } l \gg r$$

$$W_m = \frac{1}{2} \iiint_V B \cdot H \cdot dV = \frac{1}{2} \cdot H \cdot B \cdot V$$

1.3 einfacher Magnetkreis



Im Luftspalt: **B Konstant!**

$$\oint_\gamma \vec{H} d\vec{l} = H_{Fe} \cdot l_{Fe} + 2\delta H_\delta = NI$$

Länge aller Luftspalte δ

$$H_\delta = \frac{N \cdot I}{\delta}, \quad \text{wenn } H_\delta \gg H_{Fe}$$

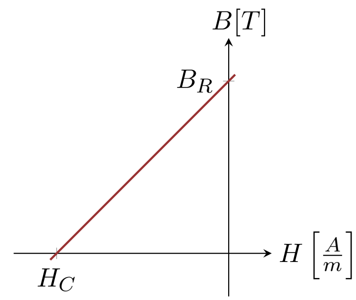
$$F_R = \frac{\partial W_m}{\partial \delta} = \mu_0 \cdot \frac{N^2 I^2 A_{Fe}}{4\delta^2}$$

$$W_m = \frac{1}{2} H_\delta B_\delta \cdot 2 A_{Fe} \delta = \frac{\mu_0 A_{Fe} I^2 N^2}{4\delta}$$

in der Sättigung:

$$H_\delta = \frac{N \cdot I}{\frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} l_{Fe} + 2\delta}$$

1.4 Dauermagnet



Koerzitivfeldstärke H_C

Remanenz B_R

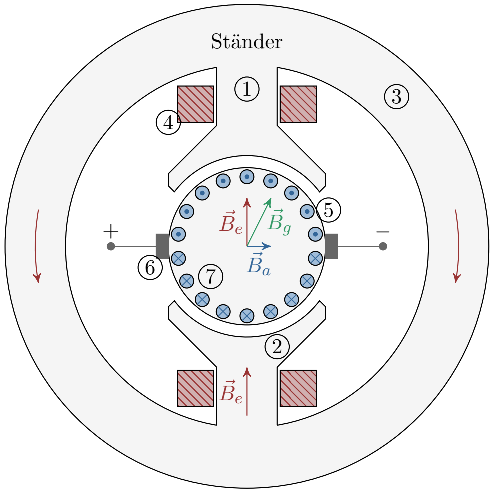
$$B_m = \mu_m \cdot H_m + B_R, \quad \mu_m = \mu_0$$

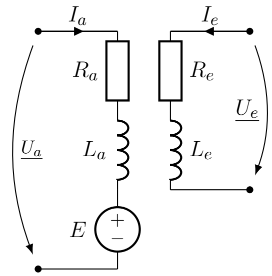
Magnetkreis mit Dauermagnet

Magnet: l_m, μ_m, im Eisenjoch

$$H_\delta = \frac{N \cdot I + \frac{B_r}{\mu_m} l_m}{\frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} l_{Fe} + \frac{\mu_0}{\mu_m} l_m + 2\delta}$$

2 Gleichstrommaschine





①: Polkern, ②: Polschuh

③: Ständerjoch

④: Erregerwicklung (EW)

⑤: Ankerwicklung (AW)

⑥: Bürste, ⑦: Anker

$M[Nm]$	Drehmoment
$P[W]$	Leistung
X_a	Anker-grösse
X_e	Erreger-Grösse
$\vec{B}_a$	Ankerrückwirkung
$n\left[\frac{1}{min}\right]$	Drehzahl

$$U_e = R_e \cdot I_e + L_e \cdot \frac{dI_e}{dt}$$
$$U_a = R_a \cdot I_a + L_a \cdot \frac{dI_a}{dt} + E$$
$$E = \omega \cdot \Psi \qquad \omega = \frac{2\pi}{60} \cdot n \qquad \Psi = L_e \cdot I_e$$
$$P_{el} = \underbrace{R_e \cdot I_e^2}_{\text{Erregerverluste}} + \underbrace{R_a \cdot I_a^2}_{\text{Ankerverluste}} + \omega \cdot \Psi \cdot I_a$$
$$P_{mech} = \omega \cdot M, \qquad M = \Psi \cdot I_a$$
$$M = \frac{U_a \cdot \Psi - \omega \cdot \Psi^2}{R_a} \qquad I_a = \frac{U_a - \omega\Psi}{R_a}$$

2.1 Kompensation der Ankerrückwirkung

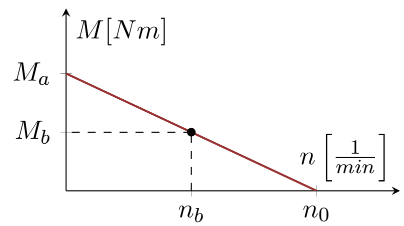
- Die **Kompensationswicklung (KW)** wird im Polschuh des Stators eingesetzt. Somit wirkt ein Feld $\vec{B}_{kw}$ gegen die Ankerrückwirkung $\vec{B}_a$. Die Nuten werden durch den Polschuh geführt.
- Die **Compoundwicklung (KP)** gleicht die durch die Nuten der KW verursachte Hauptfeldschwächung aus. Diese wird in Serie zu der EW montiert.
- Durch die KP wird das Feld $\vec{B}_e$ verstärkt. Somit stimmt das Gleichgewicht von $\vec{B}_g$ nicht mehr. Deshalb wird die **Wendepolwicklung (WW)** eingesetzt. Sie wird im Ständerjoch montiert, so dass $\vec{B}_{ww}$ gegen $\vec{B}_a$ zeigt.

2.2 Beschaltung

2.2.1 Nebenschluss

Hier werden Erreger- und Ankerwicklung parallel an die gleiche Spannungsquelle geschaltet. Somit gilt: $U_e = U_a = U$. M_A: Anlaufmoment, n_0: Leerlaufdrehzahl, I_{aA}: Anlaufstrom, R_v: Anlaufwiederstand

$$M = I_a \cdot \Psi = \frac{U \cdot \Psi - \frac{2\pi}{60} n \cdot \Psi^2}{R_a} \qquad I_a = \frac{U - \frac{2\pi}{60} n \cdot \Psi}{R_a}$$
$$n = 0 \Rightarrow M_A = \frac{U \cdot \Psi}{R_a} \qquad I_{aA} = \frac{U}{R_a + R_v} \qquad M = 0 \Rightarrow n_0 = \frac{U}{\frac{2\pi}{60}\Psi}$$



$$\frac{M}{M_A} = 1 - \frac{n}{n_0}$$

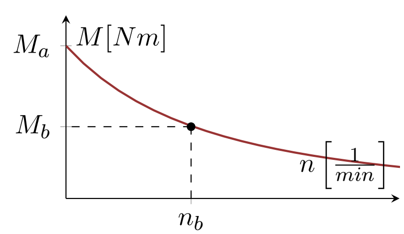
M_B: Betriebsmoment

n_b: Betriebsdrehzahl

2.2.2 Reihenschluss

Hier werden Erreger- und Ankerwicklungen in Serie an die gemeinsame Spannungsquelle geschaltet. Nun Gilt: $I_e = I_a = I$. M_A: Anlaufmoment, n_b: Bezugsdrehzahl

$$U = U_a + U_e = (R_a + R_e)I + \frac{2\pi}{60} n \cdot \Psi, \qquad \Psi = L_e \cdot I$$
$$M = I \cdot \Psi = L_e \left(\frac{U}{R_a + R_e + \frac{2\pi}{60} n L_e} \right)^2$$
$$n = 0 \Rightarrow M_A = \frac{L_e \cdot U^2}{(R_a + R_e)^2} \qquad n_b = \frac{R_a + R_e}{\frac{2\pi}{60} L_e}$$

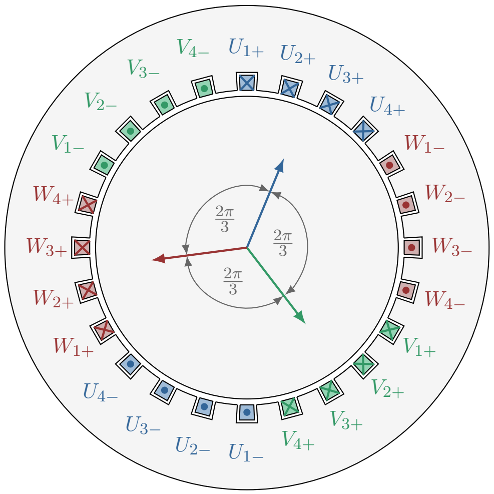


$$\frac{M}{M_A} = \frac{1}{\left(1 + \frac{n}{n_b}\right)^2}$$

M_B: Betriebsmoment

n_b: Betriebsdrehzahl

3 Drehfelderzeugung

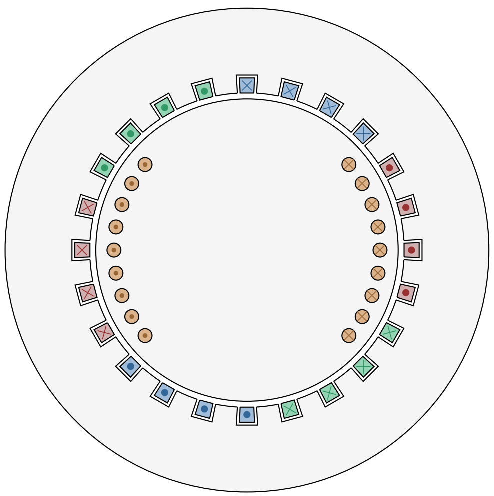


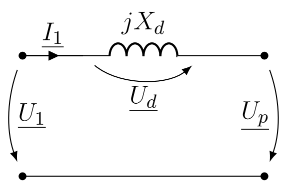
p	Polpaarzahl
$2p$	Polzahl
N_n	Nutenzahl
m	Strangzahl
q	Nuten pro Phasenband

$$N = 2p \cdot q \cdot m$$

$$n = \frac{60 \cdot f}{p}$$

4 Synchronmaschine





X_d: Synchronreaktanz

$X_{\sigma 1}$: Streureaktanz

X_h: Hauptreaktanz

U_p: Polradspannung

U_1: Netzspannung

Meist in Stern-Schaltung! Die Polradspannung U_p ist eine fiktive Hilfsgrösse. In der Ankerwicklung (Erreger) wird ein Gleichstrom I_e angelegt, welcher das Feld erzeugt. Im Leerlauf der Maschine entspricht U_p der von dem Erregerstrom induzierten Spannung der Statorwicklung.

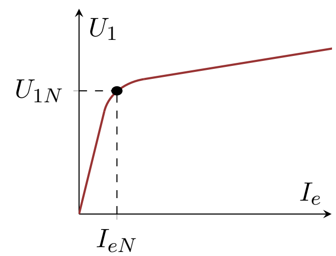
$$\underline{U_p} = \underline{U_p}(\underline{I_e}) \quad \underline{U_p} = jX_h \cdot \underline{I_e'}, \quad \text{wobei } \underline{I_e'}\text{: Erregerstrom auf Statorseite}$$

So entsteht die Grundgleichung einer Synchronmaschine:

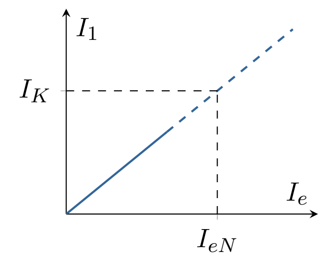
$$\underline{U_1} = \underline{U_d} + \underline{U_p} \qquad \underline{U_d} = jX_d \cdot \underline{I_1} \qquad X_d = X_{\sigma 1} + X_h = \frac{U_1}{\sqrt{3} \cdot I_k}$$

$$\underline{U_1} = \underline{U_d} + \underline{U_p} = jX_d \cdot \underline{I_1} + \underline{U_p}(I_e)$$

Leerlauf-Kennlinie



Kurzschluss-Kennlinie

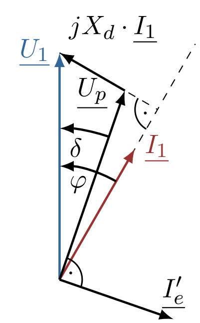


4.1 Zeigerdiagramme

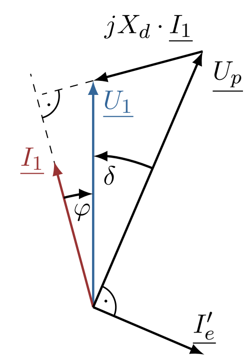
Bei den Zeigerdiagrammen einer Synchronmaschine wird als Referenz der Vektor $\underline{U_1}$ gewählt. Danach wird $\underline{I_1}$ gesetzt. $\underline{I_e'}$ entsteht, indem I_e mit der Richtung (Umdrehung) der Welle multipliziert wird.

4.1.1 Zeigerdiagramm im Motorbetrieb: $P > 0$, $\delta > 0$

Untererregt: $U_p < U_1$ (induktiv $\varphi > 0$)

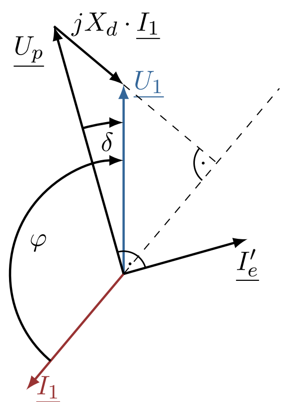


Übererregt: $U_p > U_1$ (kapazitiv: $\varphi < 0$)

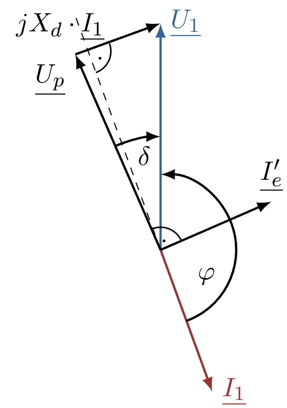


4.1.2 Zeigerdiagramm im Generatorbetrieb: $\delta < 0$

Übererregt: $U_p > U_1$ (kapatiziv: $\varphi < 0$)



Untererregt: $U_P < U_1$ (induktiv: $\varphi > 0$)



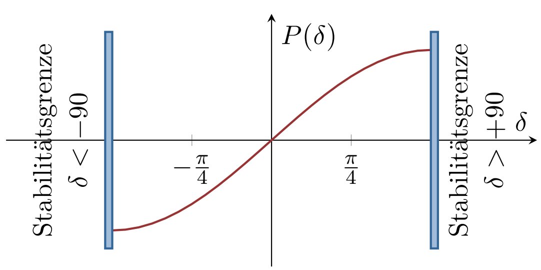
$$(X_d \cdot I_1)^2 = \left(\frac{U_1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{U_p}{\sqrt{3}}\right)^2 - 2 \cdot \frac{U_1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{U_p}{\sqrt{3}} \cdot \cos\delta$$

4.2 Leistung

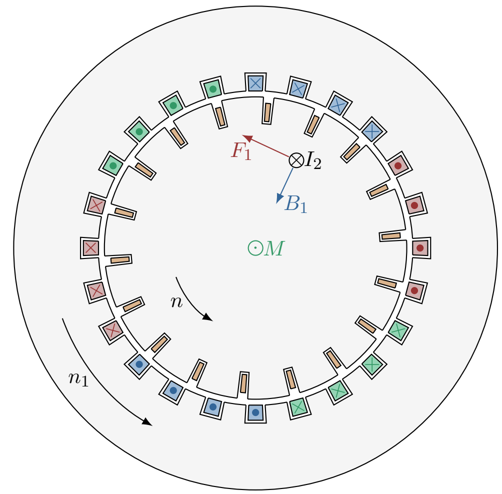
Der Faktor 3 kommt nur dazu, wenn die Leistung von allen 3 Strängen gefragt ist. (Leistung ist nicht abhängig von Stern- oder Dreieckschaltung.)

$$P = 3 \cdot U_1 \cdot I_1 \cdot \cos\varphi = 3 \cdot \frac{U_p \cdot U_1}{\omega L_d} \cdot \sin\delta \qquad \cos\varphi = \frac{P}{3 \cdot U_1 \cdot I_1}$$

$$P(\delta) = 3 \cdot \frac{U_p U_1}{X_d} \cdot \sin\delta = \begin{cases} P_{mech} - P_V = \omega \cdot M - P_V & \text{wenn Generator} \\ P_{mech} + P_V = \omega \cdot M + P_V & \text{wenn Motor} \end{cases}$$



5 Asynchronmaschine



n_1	Synchrone Drehzahl (Drehfeld)
n	Drehzahl des Läufers
n_2	Relative Drehzanl
s	Schlupf
I_2	Induzierter Strom
q_1	Anz. Phasen

$$n_2 = n_1 - n$$

$$s = \frac{n_2}{n_1} = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{f_2}{f_1}$$

$$I'_2 = \frac{U_1}{\sqrt{\left(\frac{R'_2}{s}\right)^2 + X'^2_{2\sigma}}}$$

Stillstand (Anlauf)	**Synchroner Lauf**
$s = 1 \quad f_2 = f_1$	$s = 0 \quad f_2 = 0$
$I_2 = I_{2_{max}} = \frac{U_{i20}}{\sqrt{R'^2_2 + X'^2_{2\sigma}}}$	$I_2 = I_{2_{min}} = 0$

r: Radius des Rotors, B: Flussdichte des Drehfeldes, l_2: Länge des Rotors

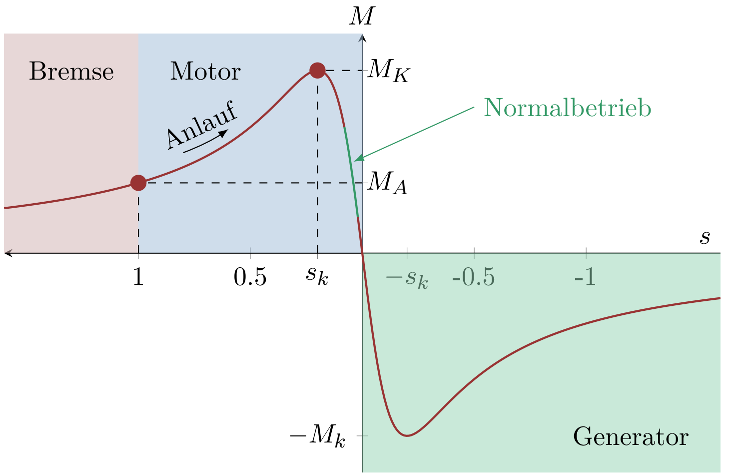
$$M = r \cdot F_1 = R \cdot I_2 B l_2 = \frac{60}{2\pi n_1} \cdot \frac{P_{Cu2}}{s} \qquad \frac{M}{M_K} = \frac{2}{\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s}} \qquad s_k = \frac{R'_2}{X'_{2\sigma}}$$

$$M = \frac{60}{2\pi \cdot n_1} \frac{P_{Cu2}}{s} = \frac{60 \cdot q_2 \cdot U^2_{i20} \cdot R'_2}{2\pi n_1 s \cdot \left(\left(\frac{R'_2}{s}\right)^2 + X'^2_{2\sigma}\right)} \qquad M_K = \frac{60 \cdot q_1}{4\pi n_1} \cdot \frac{U_1^2}{X'_{2\sigma}}$$

5.1 Leistung

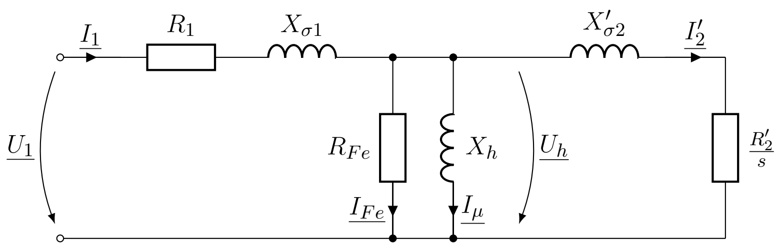
$$P'_m = P_m - P_R = P_{D1} - P_{Cu2} - P_R = P_1 - P_{Cu1} - P_{Fe} - P_{Cu2} - P_R$$

$$P_{D1} = \frac{2\pi}{60} \cdot n_1 \cdot M \qquad P_m = \frac{2\pi}{60} \cdot n \cdot M$$



M_k: Kippmoment, M_A: Anlaufmoment, s_k: Kippschlupf

5.2 Modell der Asynchronmaschine



N	Windungszahl
k_w	Wicklungsfaktor
R_{Fe}	Eisen-Verlustwiederstand
X_h	Hauptreaktanz
$\underline{U_h}$	innere Spannung
$\underline{I_\mu}$	Magnetisierungsstrom
u	Übersetzungsverhältnis
I_0	Leerlaufstrom

$$\underline{I_1} = \underline{I_{Fe}} + \underline{I_\mu} + \underline{I'_2} \approx \underline{I'_2}$$

$$\underline{U_1} = R_1 \cdot \underline{I_1} + jX_{\sigma 1}\underline{I_1} + \underline{U_h}$$

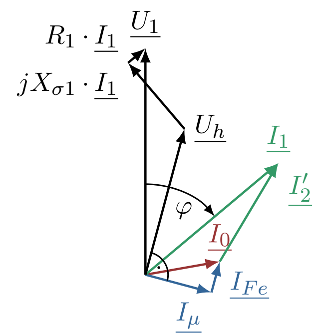
$$u = \frac{N_1 \cdot k_{w1}}{N_2 \cdot k_{w2}}, \quad \underline{I'_2} = \underline{I_2} \cdot u, \quad R'_2 = R_2 \cdot u^2$$

$$\underline{I_0} = \underline{I_{Fe}} + \underline{I_\mu} \qquad \cos\varphi = \frac{P}{U \cdot I}$$

$$s_k = \frac{R'_2}{X'_{2\sigma}} \qquad M_K = \frac{60 \cdot q_1}{4\pi n_1} \cdot \frac{U_1^2}{X'_{2\sigma}}$$

$$U_Y = \frac{U_\Delta}{\sqrt{3}} \quad I_Y = \frac{I_\Delta}{\sqrt{3}} \quad M_Y = \frac{M_\Delta}{3}$$

5.3 Zeigerdiagramm



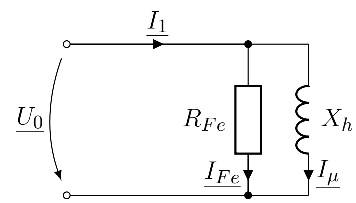
5.4 Leerlauf

Hier wird die Asynchronmaschine an der Welle nicht belastet.

$$R_1 \ll R_{Fe}, \quad X_{\sigma 1} \ll X_h$$

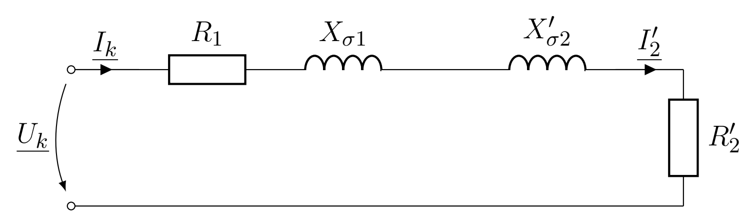
$$R_{Fe} = \frac{U_0}{I_{Fe}} = \frac{U_0}{I_0 \cdot \cos\varphi_0}$$

$$X_h = \frac{U_0}{I_\mu} = \frac{U_0}{I_0 \cdot \sin\varphi_0}$$



5.5 Kurzschluss

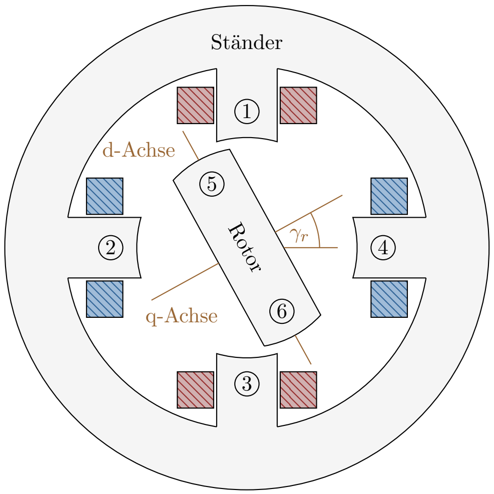
Hier wird die Welle der Asynchronmaschine blokiert ($s = 1$).



$$R_1 + R'_2 = \frac{U_R}{I_K} = \frac{U_K \cdot \cos\varphi_K}{I_K} \qquad X_{\sigma 1} + X'_{\sigma 2} = \frac{U_X}{I_K} = \frac{U_K \cdot \sin\varphi_k}{I_K}$$

$$\cos\varphi_K = \frac{P_K}{U_K \cdot I_K} \qquad X'_{2\sigma} = \frac{q_1 \cdot 60}{4\pi n_1} \cdot \frac{U_1^2}{M_K}$$

6 Schrittmotor



1: Statorzahn- und Wicklung 1
2: Statorzahn- und Wicklung 2
3: Statorzahn- und Wicklung 3
4: Statorzahn- und Wicklung 4
5: Rotorzahn 1
6: Rotorzahn 2

Diese Grafik ist nicht realistisch. Normalerweise sind viel mehr Statorzähne vorhanden. Der Rotor kann aus Eisen, sowie aus einem Permamentmagnet bestehen. Wenn er ein Permamentmagnet ist, so kann dieser auch abstossend wirken. So kann die Richtung gewechselt werden.

Z_s	Stator-Zahnzahl
Z_R	Rotor-Zahnzahl
α_S	Stator-Winkel
α_R	Rotor-Winkel
α_0	Vollschritt-Winkel
m	Strangzahl
N_p	Schrittzahl
f_s	Steuerfrequenz
L_d	Ind. in d-Achse
L_q	Ind. in q-Achse
A_Z	Fläche eines Zahns

$$\alpha_S = \frac{2\pi}{Z_S} \qquad \alpha_R = \frac{2\pi}{Z_R}$$

$$\alpha_0 = \alpha_R - \alpha_S \qquad m = \frac{Z_S}{Z_S - Z_R}$$

$$N_p = \frac{2\pi}{\alpha_0} \qquad f_s = N_p \cdot \frac{n}{60}$$

$$L_d = 2N \cdot \frac{\Phi}{I_1} = 2N^2 \cdot \mu_0 \cdot \frac{A_Z}{\delta_d}$$

$$L_q = 2N \cdot \frac{\Phi}{I_1} = 2N^2 \cdot \mu_0 \cdot \frac{A_Z}{\delta_q}$$

ω_1 ist die Geometrische Kreisfrequenz des Rotors zu dem Zeitpunkt des Impulseinschaltens ($\omega_1 = 0$ bedeutet der Rotor ist im Stillstand, ist $\omega_1 = \omega_{BP)}$, dann ist man am Betriebspunkt).

6.1 Drehmoment und Leistung

W_m	mechanische Energie
L_d	Induktivität in d-Achse
L_q	Induktivität in q-Achse
δ_d	Kleinster Luftspalt
δ_q	grösster Luftspalt
M_M	Motormoment
J_g	gesamtes Trägheitsmoment
N	Windungszahl einer Spule

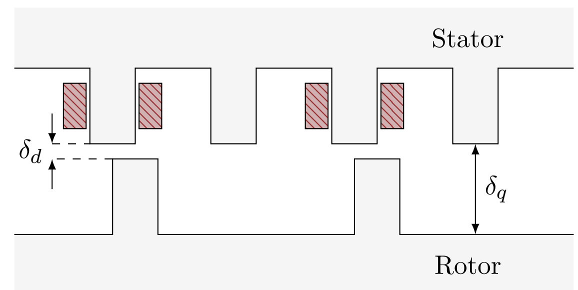
$$M = \frac{dW_m}{d\varphi} = \frac{1}{2} \cdot I^2 \cdot \frac{dL(\varphi)}{d\varphi}$$

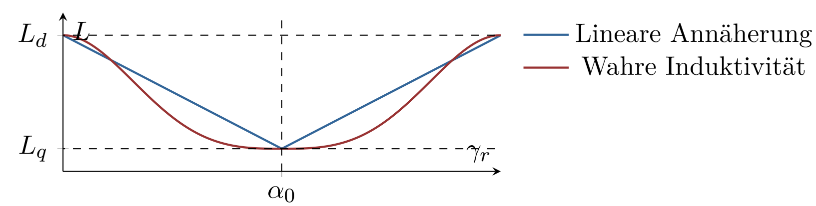
$$\Rightarrow M_M = \frac{1}{2} \cdot I^2 \cdot \frac{L_d - L_q}{\alpha_0}$$

$$L_d = N^2 \cdot \mu_0 \cdot \frac{A_z}{2\delta_d}$$

$$L_q = N^2 \cdot \mu_0 \cdot \frac{A_z}{2\delta_q}$$

$$M_M = J_g \cdot \frac{\omega_s - \omega_1}{f_s} + M_L = J_g \cdot \dot{\omega} + M_L$$





$$p_\delta(t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{dL}{d\gamma_r}(\gamma_r) \cdot \omega_r \cdot i^2(t)$$

$$M_M(t) = \frac{p_\delta}{\omega_r}(t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{dL}{d\gamma_r}(\gamma_r) \cdot i^2(t)$$

$$M_L(f_s, \omega_1) = M_M - J_g \alpha_0 f_s^2 + J_g \omega_1 f_s$$

$$P_{Stator}(t) = Ri^2(t) + \frac{\partial L}{\partial \gamma_r}(\gamma_r) \cdot \omega_r \cdot i^2(t) + Li(t) \cdot \frac{di}{dt}(t)$$

7 Vergleich der Maschinen

	GSM	RSM	SYM	ASM
Komplexität des Aufbaus	4	2	3	1
Kosten	4	3	2	1
Wirkungsgrad	4	2	1	3
Anpassungsfähigkeit	1	2	3	4

7.1 Anlaufstrom

- **GSM**: Begrenzung durch Vorwiederstand: $I_a = \frac{U}{R_a}$
- **RSM**: Begrenzung durch Speisung
- **SYM**: $I_a = K \cdot I_n, \quad 0.5 \leq K \leq 30$
- **ASM**: $I_a = K \cdot I_n, \quad 0.5 \leq K \leq 30$

7.2 Anlaufmoment

- **GSM**: $M \sim I$, Begrenzt durch R_a, I_{max}
- **RSM**: $M \sim U$
- **SYM**: $M \sim \left(\frac{U}{f}\right)^2$, Begrenzt durch X_σ
- **ASM**: $M \sim \left(\frac{U}{f}\right)^2$, Begrenzt durch X_σ

7.3 Drehzahlregelung

- **GSM**: Über Spannung und Erregerstrom
- **RSM**: Über die Frequenz der digitalen Logik
- **SYM**: Über die Poolparzahl und die Frequenz
- **ASM**: Über die Poolparzahl und die Frequenz

7.4 Anwendungsbereiche

- **GSM**: Regelbare Antriebe mit grossem Stellbereich und guter Dynamik
- **RSM**: Verstellantriebe kleiner Leistung ohne Regelung
- **SYM**: Antriebe mit konstanter Drehzahl und gutem Leistungsfaktor
- **ASM**: Einfache Antriebe und regelbare Antriebe mit beschränkter Dynamik