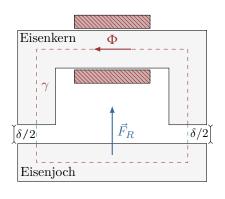
1 Felder

1.1 Elektrisches Feld

Folgende Formeln gelten für 2 Dimensionen. Dazu müssen die Ladungsträger zylinderförmig sein.

$$\begin{array}{lll} \varepsilon \left[\frac{As}{Vm} \right] & \text{dielektrische permittivität} & \varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r, & \varepsilon_0 = 8.8542 \cdot 10^{-12} \\ Q, q \left[\frac{C}{m} \right] & \text{Linienladungsdichte} & \vec{F}_e = \frac{Q \cdot q}{2\pi \varepsilon r} \cdot \vec{r}_0 \\ \vec{r}_0 & \text{Einheitsvektor} & \vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q} = \frac{Q}{2\pi \varepsilon r} \cdot \vec{r}_0 \\ \vec{F}_e \left[\frac{N}{m} \right] & \text{Elektrische Kraft} & U_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = \varphi_A - \varphi_B \end{array}$$

.3 einfacher Magnetkreis



Im Luftspalt: B Konstant!

$$\oint_{\gamma} \vec{H} d\vec{l} = H_{Fe} \cdot l_{Fe} + 2\delta H_{\delta} = NI$$

Länge aller Luftspalte δ

$$H_{\delta} = \frac{N \cdot I}{\delta}, \text{ wenn } H_{\delta} \gg H_{Fe}$$

$$F_{R} = \frac{\partial W_{m}}{\partial \delta} = \mu_{0} \cdot \frac{N^{2} I^{2} A_{Fe}}{4\delta^{2}}$$

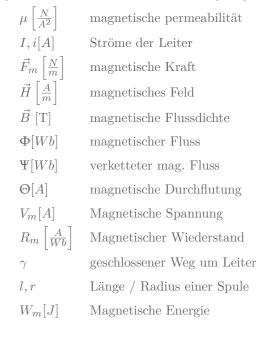
$$W_{m} = \frac{1}{2} H_{\delta} B_{\delta} \cdot 2A_{Fe} \delta = \frac{\mu_{0} A_{Fe} I^{2} N^{2}}{4\delta}$$

in der Sättigung:

$$H_{\delta} = \frac{N \cdot I}{\frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} l_{Fe} + 2\delta}$$

1.2 Magnetisches Feld

Für die Richtungen der Vektoren eines Kreuzproduktes kann folgende Regel angewendet werden: \vec{a} : Daumen, \vec{b} : Zeigefinger, $\vec{a} \times \vec{b}$: Mittelfinger



$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$$

$$\vec{F}_m = \frac{\mu}{2\pi} \cdot \frac{Ii}{r} \cdot \vec{r}_0 = \mu \cdot i \cdot \vec{l}_0 \times \vec{H}$$

$$\vec{H} = \frac{I}{2\pi} \cdot \frac{\vec{L}_0 \times \vec{r}_0}{r}$$

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$$

$$\Phi = \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A}, \quad \Psi = N \cdot \Phi$$

$$U_{ind} = -\frac{d\Psi}{dt} = -N \cdot \frac{d\Phi}{dt}$$

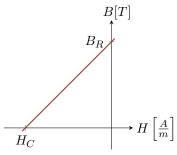
$$\Theta = \sum_{k=1}^n I_k = \oint_{\gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = N \cdot I$$

$$V_m = \int_A^B \vec{H} \cdot d\vec{l}$$

$$R_m = \frac{\vec{V}_m}{\Phi} = \frac{l}{\mu \cdot A} \text{(wenn Homogen)}$$

$$H = \frac{N \cdot I}{l}, \quad \text{wenn } l \gg r$$

$$W_m = \frac{1}{2} \iiint_V B \cdot H \cdot dV = \frac{1}{2} \cdot H \cdot B \cdot V$$



Dauermagnet

Koerzitivfeldstärke H_C

Remanenz B_R

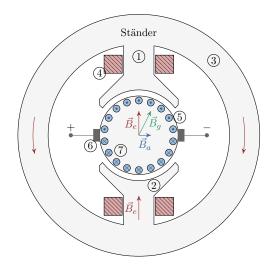
$$B_m = \mu_m \cdot H_m + B_R, \quad \mu_m = \mu_0$$

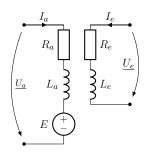
Magnetkreis mit Dauermagnet

Magnet: l_m , μ_m , im Eisenjoch

$$H_{\delta} = \frac{N \cdot I + \frac{B_r}{\mu_m} l_m}{\frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} l_{Fe} + \frac{\mu_0}{\mu_m} l_m + 2\delta}$$

2 Gleichstrommaschine





- 1: Polkern, 2: Polschuh
- (3): Ständerjoch
- (4): Erregerwicklung (EW)
- (5): Ankerwicklung (AW)
- ⑥: Bürste, ⑦: Anker

$$M[Nm] \quad \text{Drehmoment} \qquad U_e = R_e \cdot I_e + L_e \cdot \frac{dI_e}{dt}$$

$$P[W] \quad \text{Leistung} \qquad U_a = R_a \cdot I_a + L_a \cdot \frac{dI_a}{dt} + E$$

$$X_a \quad \text{Anker-grösse}$$

$$X_e \quad \text{Erreger-Grösse}$$

$$\vec{B}_a \quad \text{Ankerrückwirkung}$$

$$n\left[\frac{1}{min}\right] \quad \text{Drehzahl}$$

$$U_e = R_e \cdot I_e + L_e \cdot \frac{dI_e}{dt}$$

$$E = \omega \cdot \Psi \quad \omega = \frac{2\pi}{60} \cdot n \quad \Psi = L_e \cdot I_e$$

$$E_{\text{Fregerverluste}} \quad A_{\text{Ankerverluste}}$$

$$P_{el} = \underbrace{R_e \cdot I_e^2}_{\text{Erregerverluste}} + \underbrace{R_a \cdot I_a^2}_{\text{Ankerverluste}} + \omega \cdot \Psi \cdot I_a$$

$$P_{mech} = \omega \cdot M, \quad M = \Psi \cdot I_a$$

$$M = \underbrace{U_a \cdot \Psi - \omega \cdot \Psi^2}_{R_a} \quad I_a = \underbrace{U_a - \omega \Psi}_{R_a}$$

2.1 Kompensation der Ankerrückwirkung

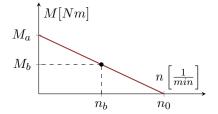
- Die Kompensationswicklung (KW) wird im Polschuh des Stators eingesetzt. Somit wirkt ein Feld \vec{B}_{kw} gegen die Ankerrückwirkung \vec{B}_a . Die Nuten werden durch den Polschuh geführt.
- Die Compoundwicklung (KP) gleicht die durch die Nuten der KW verursachte Hauptfeldschwächung aus. Diese wird in Serie zu der EW montiert.
- Durch die KP wird das Feld \vec{B}_e verstärkt. Somit stimmt das Gleichgewicht von \vec{B}_g nicht mehr. Deshalb wird die **Wendepolwicklung (WW)** eingesetzt. Sie wird im Ständerjoch montiert, so dass \vec{B}_{ww} gegen \vec{B}_a zeigt.

2.2 Beschaltung

2.2.1 Nebenschluss

Hier werden Erreger- und Ankerwicklung parallel an die gleiche Spannungsquelle geschaltet. Somit gilt: $U_e = U_a = U$. M_A : Anlaufmoment, n_0 : Leerlaufdrehzahl, I_{aA} : Anlaufstrom, R_v : Anlaufwiederstand

$$\begin{split} M &= I_a \cdot \Psi = \frac{U \cdot \Psi - \frac{2\pi}{60} n \cdot \Psi^2}{R_a} \qquad I_a = \frac{U - \frac{2\pi}{60} n \cdot \Psi}{R_a} \\ n &= 0 \Rightarrow M_A = \frac{U \cdot \Psi}{R_a} \qquad I_{aA} = \frac{U}{R_a + R_v} \qquad M = 0 \Rightarrow n_0 = \frac{U}{\frac{2\pi}{60} \Psi} \end{split}$$



$$\frac{M}{M_A} = 1 - \frac{n}{n_0}$$

 M_B : Betriebsmoment

 n_b : Betriebsdrehzahl

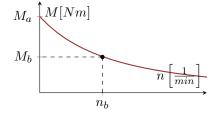
2.2.2 Reihenschluss

Hier werden Erreger- und Ankerwicklungen in Serie an die gemeinsame Spannungsquelle geschaltet. Nun Gilt: $I_e=I_a=I$. M_A : Anlaufmoment, n_b : Bezugsdrehzahl

$$U = U_a + U_e = (R_a + R_e)I + \frac{2\pi}{60}n \cdot \Psi, \qquad \Psi = L_e \cdot I$$

$$M = I \cdot \Psi = L_e \left(\frac{U}{R_a + R_e + \frac{2\pi}{60}nL_e}\right)^2$$

$$n = 0 \Rightarrow M_A = \frac{L_e \cdot U^2}{(R_a + R_e)^2} \qquad n_b = \frac{R_a + R_e}{\frac{2\pi}{60}L_e}$$

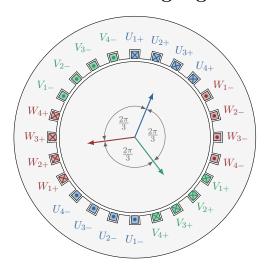


$$\frac{M}{M_A} = \frac{1}{\left(1 + \frac{n}{n_b}\right)^2}$$

 M_B : Betriebsmoment

 n_b : Betriebsdrehzahl

Drehfelderzeugung

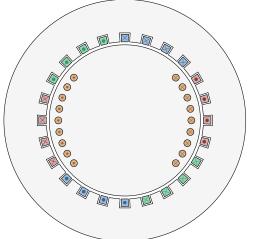


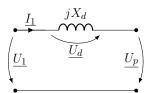
- Polpaarzahl p
- Polzahl
- Nutenzahl
- Strangzahl
- Nuten pro Phasenband

$$N = 2p \cdot q \cdot m$$

$$60 \cdot f$$

Synchronmaschine





 X_d : Synchronreaktanz

 $X_{\sigma 1}$: Streureaktanz

 X_h : Hauptreaktanz

 U_p : Polradspannung

 U_1 : Netzspannung

Meist in Stern-Schaltung! Die Polradspannung U_p ist eine fiktive Hilfsgrösse. In der Ankerwicklung (Erreger) wird ein Gleichstrom I_e angelegt, welcher das Feld erzeugt. Im Leerlauf der Maschine entspricht U_p der von dem Erregerstrom induzierten Spannung der Statorwicklung.

 $U_p = U_p(\underline{I_e}) \quad U_p = jX_h \cdot \underline{I'_e}, \quad \text{wobei $\underline{I'_e}$: Erregerstrom auf Statorseite}$

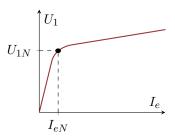
So entsteht die Grundgleichung einer Synchronmaschine:

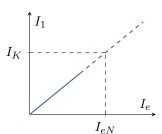
$$\underline{U_1} = \underline{U_d} + \underline{U_p} \qquad \underline{U_d} = jX_d \cdot \underline{I_1} \qquad X_d = X_{\sigma 1} + X_h = \frac{U_1}{\sqrt{3} \cdot I_k}$$

$$\underline{U_1} = \underline{U_d} + U_p = jX_d \cdot \underline{I_1} + U_p(I_e)$$

Leerlauf-Kennlinie

Kurzschluss-Kennlinie





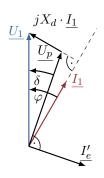
Zeigerdiagramme

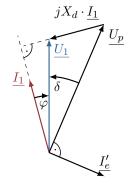
Bei den Zeigerdiagrammen einer Synchronmaschine wird als Referenz der Vektor $\underline{U_1}$ gewählt. Danach wird $\underline{I_1}$ gesetzt. $\underline{I'_e}$ entsteht, indem I_e mit der Richtung (Umdrehung) der Welle multipliziert wird.

Zeigerdiagramm im Motorbetrieb: P > 0, $\delta > 0$

Untererregt: $U_p < U_1$ (induktiv $\varphi > 0$)

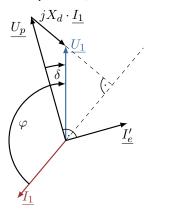
Übererregt: $U_p > U_1$ (kapazitiv: $\varphi < 0$)

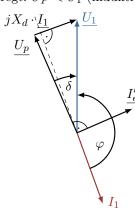




Zeigerdiagramm im Generatorbetrieb: $\delta < 0$

Untererregt: $U_P < U_1$ (induktiv: $\varphi > 0$) Übererregt: $U_p > U_1$ (kapatiziv: $\varphi < 0$)





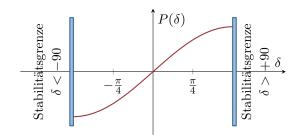
$$(X_d \cdot I_1)^2 = \left(\frac{U_1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{U_p}{\sqrt{3}}\right)^2 - 2 \cdot \frac{U_1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{U_p}{\sqrt{3}} \cdot \cos \delta$$

Leistung 4.2

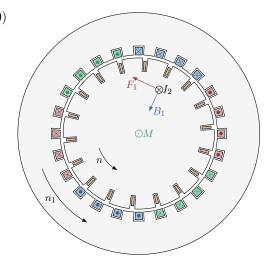
Der Faktor 3 kommt nur dazu, wenn die Leistung von allen 3 Strängen gefragt ist. (Leistung ist nicht abhängig von Stern- oder Dreieckschaltung.)

$$P = 3 \cdot U_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi = 3 \cdot \frac{U_p \cdot U_1}{\omega L_d} \cdot \sin \delta \qquad \cos \varphi = \frac{P}{3 \cdot U_1 \cdot I_1}$$

$$P(\delta) = 3 \cdot \frac{U_p U_1}{X_d} \cdot \sin \delta = \begin{cases} P_{mech} - P_V = \omega \cdot M - P_V & \text{wenn Generator} \\ P_{mech} + P_V = \omega \cdot M + P_V & \text{wenn Motor} \end{cases}$$



Asynchronmaschine 5



- Synchrone Drehzahl (Drehfeld)
- Drehzahl des Läufers
- Relative Drehzanl
- Schlupf
- Induzierter Strom
- Anz. Phasen

$$n_2 = n_1 - n$$

$$s = \frac{n_2}{n_1} = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{f_2}{f_1}$$

$$s = \frac{n_2}{n_1} = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{f_2}{f_1}$$
$$I'_2 = \frac{U_1}{\sqrt{\left(\frac{R'_2}{s}\right)^2 + X'_{2\sigma}^2}}$$

Stillstand (Anlauf)

Synchroner Lauf

$$s = 1$$
 $f_2 = f_1$ $s = 0$ $f_2 = 0$
$$I_2 = I_{2_{max}} = \frac{U_{i20}}{\sqrt{R_2'^2 + X_{2\sigma}'^2}}$$
 $I_2 = I_{2_{min}} = 0$

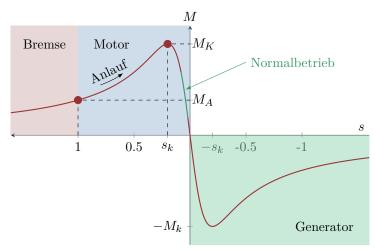
r: Radius des Rotors, B: Flussdichte des Drehfeldes, l₂: Länge des Rotors

$$M = r \cdot F_1 = R \cdot I_2 B l_2 = \frac{60}{2\pi n_1} \cdot \frac{P_{Cu2}}{s}$$
 $\frac{M}{M_K} = \frac{2}{\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s}}$ $s_k = \frac{R_2'}{X_{2\sigma}'}$

$$M = \frac{60}{2\pi \cdot n_1} \frac{P_{Cu2}}{s} = \frac{60 \cdot q_1 \cdot U_{i20}^2 \cdot R_2'}{2\pi n_1 s \cdot \left(\left(\frac{R_2'}{s}\right)^2 + X_{2\sigma}'^2\right)} \qquad M_K = \frac{60 \cdot q_1}{4\pi n_1} \cdot \frac{U_1^2}{X_{2\sigma}'}$$

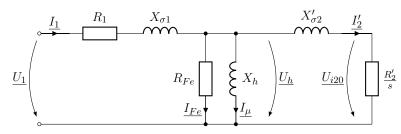
Leistung

$$P'_{m} = P_{m} - P_{R} = P_{D1} - P_{Cu2} - P_{R} = P_{1} - P_{Cu1} - P_{Fe} - P_{Cu2} - P_{R}$$
$$P_{D1} = \frac{2\pi}{60} \cdot n_{1} \cdot M \qquad P_{m} = \frac{2\pi}{60} \cdot n \cdot M$$



 M_k : Kippmoment, M_A : Anlaufmoment, s_k : Kippschlupf

Modell der Asynchronmaschine



NWindungszahl

Wicklungsfaktor k_w

Eisen-Verlustwiederstand R_{Fe}

Hauptreaktanz X_h

 U_h innere Spannung

 I_{μ} Magnetisierungsstrom

Übersetzungsverhältnis u

 I_0 Leerlaufstrom

$$I_1 = I_{Fe} + I_{\mu} + I_2' \approx I_2' \quad U_{i20} \approx U_1$$

$$\underline{U_1} = R_1 \cdot \underline{I_1} + jX_{\sigma 1}\underline{I_1} + \underline{U_h}$$

$$u = \frac{N_1 \cdot k_{w1}}{N_2 \cdot k_{w2}}, \quad \underline{I'_2} = \underline{I_2} \cdot u, \quad R'_2 = R_2 \cdot u^2$$

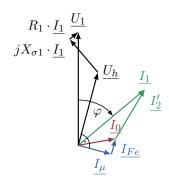
$$u = \frac{N_1 \cdot k_{w1}}{N_2 \cdot k_{w2}}, \quad \underline{I'_2} = \underline{I_2} \cdot u, \quad R'_2 = R_2 \cdot u'$$

$$\underline{I_0} = \underline{I_{Fe}} + \underline{I_{\mu}} \qquad \cos \varphi = \frac{P}{U \cdot I}$$

$$s_k = \frac{R_2'}{X_{2\sigma}'}$$
 $M_K = \frac{60 \cdot q_1}{4\pi n_1} \cdot \frac{U_1^2}{X_{2\sigma}'}$

$$U_Y = \frac{\overline{U_\Delta}}{\sqrt{3}} \qquad M_{Str} = \frac{M_{tot}}{3}$$

Zeigerdiagramm



Leerlauf

Hier wird die Asynchronmaschine an der Welle nicht belastet.

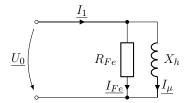
$$R_{1} \ll R_{Fe}, \quad X_{\sigma 1} \ll X_{h}$$

$$R_{Fe} = \frac{U_{0}}{I_{Fe}} = \frac{U_{0}}{I_{0} \cdot \cos \varphi_{0}}$$

$$X_{h} = \frac{U_{0}}{I_{0}} = \frac{U_{0}}{I_{0} \cdot \sin \varphi_{0}}$$

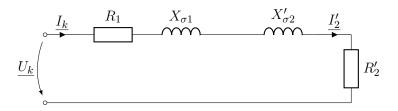
$$U_{0}$$

$$I_{Fe}$$



Kurzschluss 5.5

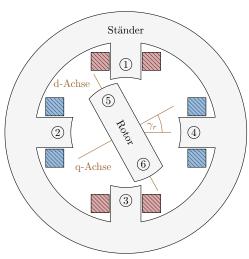
Hier wird die Welle der Asynchronmaschine blokiert (s = 1).



$$s_{k} = \frac{R'_{2}}{X'_{2\sigma}} \qquad M_{K} = \frac{60 \cdot q_{1}}{4\pi n_{1}} \cdot \frac{U_{1}^{2}}{X'_{2\sigma}} \qquad R_{1} + R'_{2} = \frac{U_{R}}{I_{K}} = \frac{U_{K} \cdot \cos \varphi_{K}}{I_{K}} \qquad X_{\sigma 1} + X'_{\sigma 2} = \frac{U_{X}}{I_{K}} = \frac{U_{K} \cdot \sin \varphi_{k}}{I_{K}}$$

$$U_{Y} = \frac{U_{\Delta}}{\sqrt{3}} \qquad M_{Str} = \frac{M_{tot}}{3} \qquad \cos \varphi_{K} = \frac{P_{K}}{U_{K} \cdot I_{K}} \qquad X'_{2\sigma} = \frac{q_{1} \cdot 60}{4\pi n_{1}} \cdot \frac{U_{1}^{2}}{M_{K}}$$

6 Schrittmotor



- ①: Statorzahn- und Wicklung 1
- $\textcircled{2}\!:$ Statorzahn- und Wicklung 2
- $\ensuremath{\mathfrak{J}}$: Statorzahn- und Wicklung 3
- 4: Statorzahn- und Wicklung 4
- (5): Rotorzahn 1
- (6): Rotorzahn 2

Diese Grafik ist nicht realistisch. Normalerweise sind viel mehr Statorzähne vorhanden. Der Rotor kann aus Eisen, sowie aus einem Permamentmagnet bestehen. Wenn er ein Permamentmagnet ist, so kann dieser auch abstossend wirken. So kann die Richtung gewechselt werden.

 $\alpha_S = \frac{2\pi}{Z_S} \qquad \alpha_R = \frac{2\pi}{Z_R}$

 $N_p = \frac{2\pi}{\alpha_0}$ $f_s = N_p \cdot \frac{n}{60}$

 $L_d = 2N \cdot \frac{\Phi}{I_1} = 2N^2 \cdot \mu_0 \cdot \frac{A_Z}{\delta_d}$

 $L_q = 2N \cdot \frac{\Phi}{I_1} = 2N^2 \cdot \mu_0 \cdot \frac{A_Z}{\delta_z}$

 $\alpha_0 = \alpha_R - \alpha_S$ $m = \frac{Z_S}{Z_S - Z_R}$

- Z_s Stator-Zahnzahl
- Z_R Rotor-Zahnzahl

$$\alpha_R$$
 Rotor-Winkel

$$\alpha_0$$
 Vollschritt-Winkel

$$N_n$$
 Schrittzahl

$$f_s$$
 Steuerfrequenz

$$L_d$$
 Ind. in d-Achse

$$L_q$$
 Ind. in q-Achse

$$A_Z$$
 Fläche eines Zahns

 ω_1 ist die Geometrische Kreisfrequenz des Rotors zu dem Zeitpunkt des Impulseinschaltens ($\omega_1 = 0$ bedeutet der Rotor ist im Stillstand, ist $\omega_1 = \omega_{BP}$), dann ist man am Betriebspunkt).

6.1 Drehmoment und Leistung

 W_m mechanische Energie

 L_d Induktivität in d-Achse

 L_q Induktivität in q-Achse

 δ_d Kleinster Luftspalt

 δ_q grösster Luftspalt

 M_M Motormoment

 J_g gesamtes Trägheitsmoment

N Windungszahl einer Spule

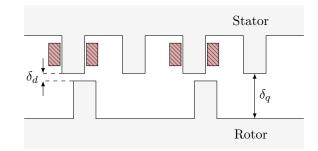
$$M = \frac{dW_m}{d\varphi} = \frac{1}{2} \cdot I^2 \cdot \frac{dL(\varphi)}{d\varphi}$$

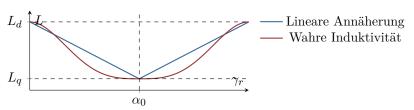
$$\Rightarrow M_M = \frac{1}{2} \cdot I^2 \cdot \frac{L_d - L_q}{\alpha_0}$$

$$L_d = N^2 \cdot \mu_0 \cdot \frac{A_z}{2\delta_d}$$

$$L_q = N^2 \cdot \mu_0 \cdot \frac{A_z}{2\delta_q}$$

$$M_M = J_g \cdot \frac{\omega_s - \omega_1}{f_s} + M_L = J_g \cdot \dot{\omega} + M_L$$





$$p_{\delta}(t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{dL}{d\gamma_r} (\gamma_r) \cdot \omega_r \cdot i^2(t)$$

$$M_M(t) = \frac{p_{\delta}}{\omega_r} (t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{dL}{d\gamma_r} (\gamma_r) \cdot i^2(t)$$

$$M_L(f_s, \omega_1) = M_M - J_g \alpha_0 f_s^2 + J_g \omega_1 f_s$$

$$P_{Stator}(t) = Ri^{2}(t) + \frac{\partial L}{\partial \gamma_{r}}(\gamma_{r}) \cdot \omega_{r} \cdot i^{2}(t) + Li(t) \cdot \frac{di}{dt}(t)$$

7 Vergleich der Maschinen

	GSM	RSM	SYM	ASM
Komplexität des Aufbaus	4	2	3	1
Kosten	4	3	2	1
Wirkungsgrad	4	2	1	3
Anpassungsfähigkeit	1	2	3	4

7.1 Anlaufstrom

• GSM: Begrenzung durch Vorwiederstand: $I_a = \frac{U}{R_a}$

• RSM: Begrenzung durch Speisung

• **SYM**: $I_a = K \cdot I_n$, $0.5 \le K \le 30$

• **ASM**: $I_a = K \cdot I_n$, $0.5 \le K \le 30$

7.2 Anlaufmoment

• **GSM**: $M \sim I$, Begrenzt durch R_a , I_{max}

• RSM: $M \sim U$

• SYM: $M \sim \left(\frac{U}{f}\right)^2$, Begrenzt durch X_{σ}

• **ASM**: $M \sim \left(\frac{U}{f}\right)^2$, Begrenzt durch X_{σ}

7.3 Drehzahlregelung

• **GSM**: Über Spannung und Erregerstrom

• RSM: Über die Frequenz der digitalen Logik

• SYM: Über die Poolparzahl und die Frequenz

• ASM: Über die Poolparzahl und die Frequenz

7.4 Anwendungsbereiche

- GSM: Regelbare Antriebe mit grossem Stellbereich und guter Dynamik
- RSM: Verstellantriebe kleiner Leistung ohne Regelung
- SYM: Antriebe mit konstanter Drehzahl und gutem Leistungsfaktor
- **ASM**: Einfache Antriebe und regelbare Antriebe mit beschränkter Dynamik