

1 Analoge Wandler

1.1 Schrittweite, Auflösung

D	Digitaler Wert
B_{n-1}	Bitwert (0: LSB)
q	Quantisierungsschritt
K, G	Konstanten
A	Analoges Signal

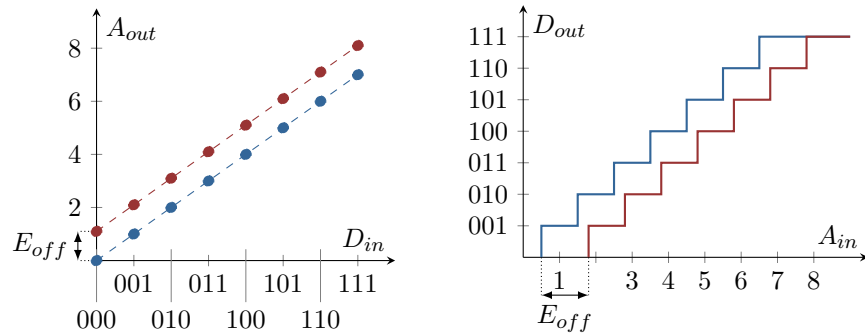
$$D = \sum_{k=0}^{n-1} B_k \cdot 2^k = \frac{V_{in} - V_{refn}}{V_{refp} - V_{refn}} \cdot 2^n$$

$$V_{out} = \frac{D}{2^n} (V_{refp} - V_{refn} + V_{refn})$$

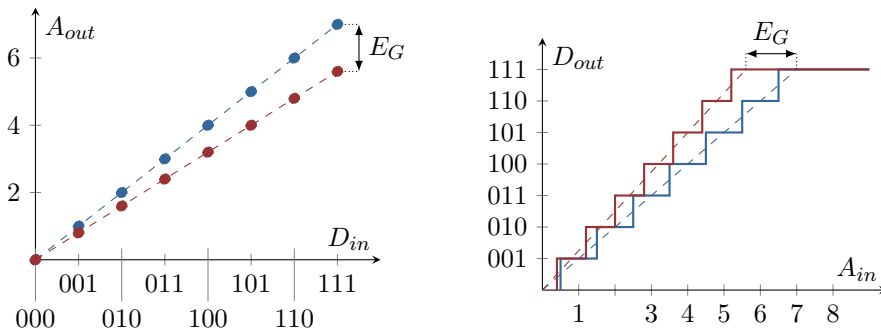
$$q = \frac{V_{refp} - V_{refn}}{2^n}$$

1.2 Fehler

1.2.1 Offset-Fehler

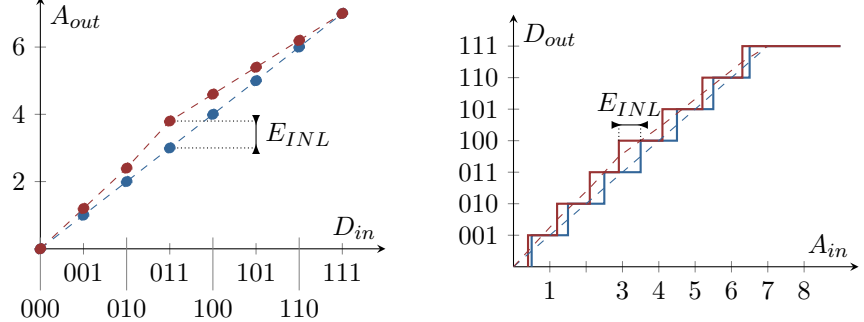


1.2.2 Verstärkungs- oder Gain-Fehler



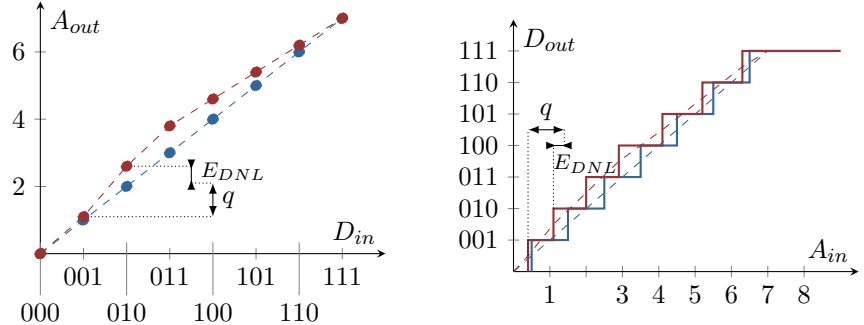
1.3 Integrale Nichtlinearität INL

Die Integrale Nichtlinearität bezeichnet die maximale Abweichung der Ausgangskurve von der idealen Gerade nach der Korrektur von Offset- und Gain-Fehler:



1.4 Differentielle Nichtlinearität DNL

Die Differentielle Nichtlinearität bezeichnet den maximalen Fehler, der beim Inkrement des Datenwortes um ein LSB auftritt. Die DNL ist die Differenz des Spannungsinkrements um ein LSB und dem idealen Spannungsinkrement q .



Für monotone Wandler muss $E_{DNL} > -1LSB$ betragen, sonst wird es ein nicht-monotoner Wandler.

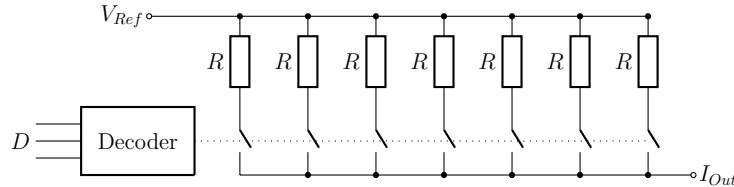
1.5 Quantisierung und Signal to Noise Ratio

das Quantisierungsrauschen kann als lineare Rauschquelle modelliert werden. Pro bit erhöht sich das SNR um 6dB

$$P_Q = \frac{q^2}{12} \quad SNR \approx 1.76 + n \cdot 6dB$$

2 Digital-Analog Wandler DAC

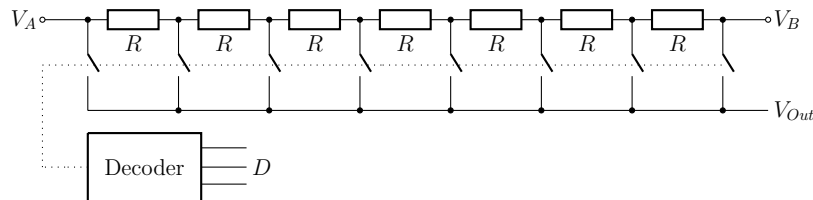
2.1 Strom-DAC nach Parallelverfahren



Dieser Wandler hat eine garantierte Stetigkeit. Er benötigt jedoch 2^n Widerstände und 2^n Schalter, sowie einen n -to- 2^n Decoder. Als Schalter eignen sich Mosfets sehr gut.

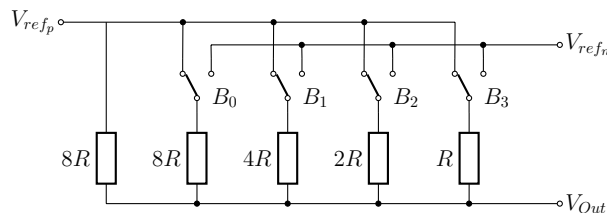
$$I_{Out} = D \cdot I = D \cdot \frac{V_{Ref}}{R}$$

2.2 Voltage Scaling DAC



Bei diesem Wandler ist ein automatisierter Elektronik-Test möglich, der Wert D muss im PROM gespeichert werden. V_A und V_B können variabel sein.

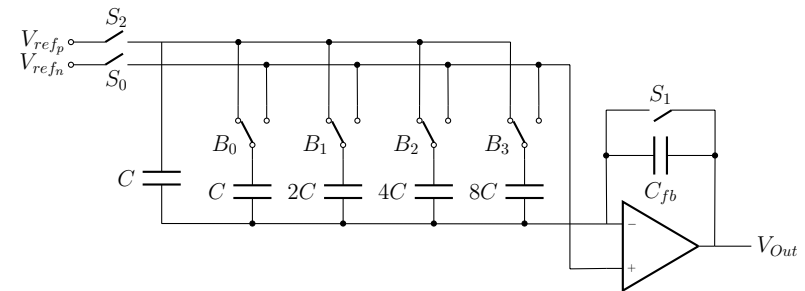
2.3 DAC nach Wägeverfahren



Dieser Wandler benötigt nur n Schalter und $n + 1$ Widerstände. Jedoch ist die Stetigkeit nicht garantiert. Ausserdem sind grosse Wertebereiche für die Widerstände notwendig. Um den Ausgang V_{Out} belasten zu können, muss ein Buffer dazugeschaltet werden.

$$V_{Out} = \frac{B_0 \cdot \frac{1}{8R} + B_1 \cdot \frac{1}{4R} + B_2 \cdot \frac{1}{2R} + B_3 \cdot \frac{1}{R}}{\frac{2}{R}} \cdot (V_{Ref_p} - V_{Ref_n}) + V_{Ref_n}$$

2.4 Kapazitiver DAC (Charge Scaling)



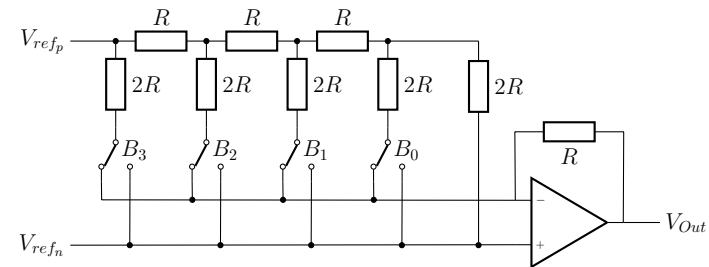
Mit den zusätzlichen Schalter S_0 und S_1 werden die Anfangsbedingungen gesetzt. Mit dem Schalter S_2 wird der Ausgang gültig.

$$C_1 = B_3 \cdot 8C + B_2 \cdot 4C + B_1 \cdot 2C + B_0 \cdot C$$

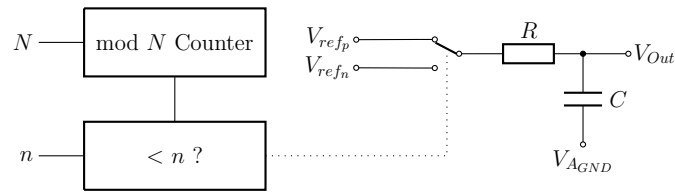
$$C_2 = \overline{B_3} \cdot 8C + \overline{B_2} \cdot 4C + \overline{B_1} \cdot 2C + \overline{B_0} \cdot C + C$$

$$V_{Out} = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot (V_{Ref_p} - V_{Ref_n}) + V_{Ref_n} = \frac{C_1}{2^n \cdot C} \cdot (V_{Ref_p} - V_{Ref_n}) + V_{Ref_n}$$

2.5 DAC mit R-2R-Netzwerk



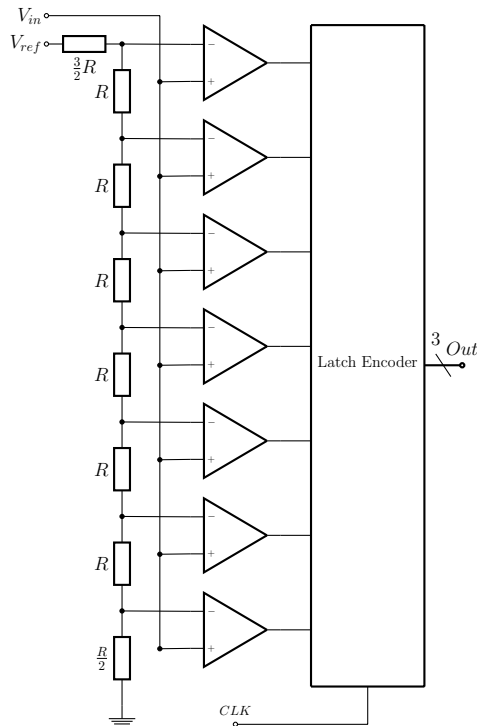
2.6 Zahlverfahren (PWM)



Der Schalter schaltet immer zwischen V_{refp} und V_{refn} um. der nachfolgende Tiefpass RC glättet das ganze Signal. Diese Schaltung ist sehr einfach und ermöglicht eine hohe Auflösung. Jedoch ist sie sehr langsam und benötigt eine grosse Zeitkonstante. Es gilt folgende Beziehung: $V_{out} = V_{ref} \cdot \frac{n}{N}$

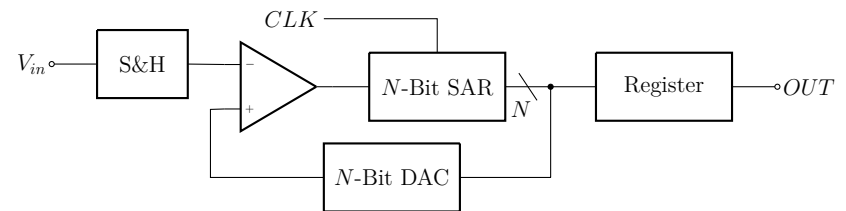
3 Analog-Digital Wandler ADC

3.1 ADC nach Parallel-Verfahren



Dieses Verfahren ist sehr schnell. es braucht jedoch 2^n Widerstände und $2^n - 1$ Komparatoren.

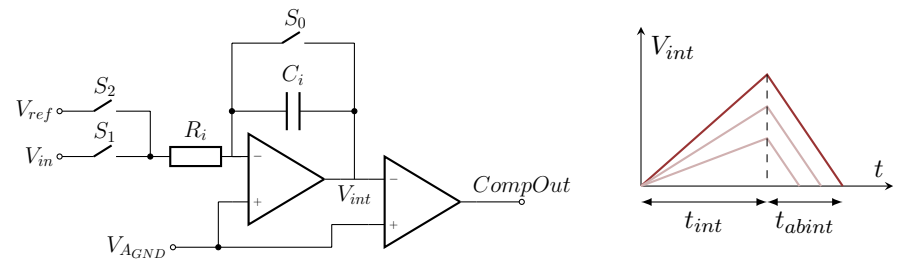
3.2 SAR: Successive Approximation Register



Der Sample and Hold-Teil speichert das Eingangssignal während der Wandlung. der DAC-Ausgang nähert sich schrittweise approximativ dem Eingangssignal an. Der Wandler startet in der Mitte des möglichen Bereichs und arbeitet sich dann immer weiter vor. Mit jedem Schritt wird die Genauigkeit vergrößert. Als DAC sollte vorzugsweise ein kapazitiver DAC verwendet werden.

- im **Sample Mode** werden alle Kondensatoren (vom DAC und SAR) mit V_{in} geladen.
- im **Hold Mode** wird der Eingang abgekoppelt. Danach bleibt die gesamte Ladung bestehen.
- im **Redistribution Mode** wird im DAC ein Schalter umgeschaltet. (im ersten Zyklus die MSB-Kap, $8C$). Falls der Komparator-Ausgang < 0 ist, so bleibt dieser Schalter und der nächste wird umgeschaltet. Falls > 0 ist, wird der Schalter zurück-, und der nächste umgeschaltet.

3.3 Dual Slope Wandler

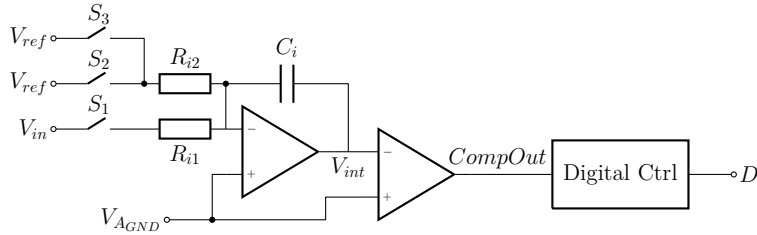


$$V_{int_{max}} = \int_0^{t_{int}} -\frac{V_{in}}{R_i \cdot C_i} \cdot dt = -\frac{V_{in}}{R_i \cdot C_i} \cdot t_{int}$$

$$t_{abint} = -\frac{V_{in} \cdot t_{int}}{V_{ref}} \Rightarrow V_{in} = -V_{ref} \cdot \frac{t_{abint}}{t_{int}}$$

Der Dual-Slope Wandler hat ein Tiefpass-verhalten. Ausserdem werden Frequenzen von $\frac{k}{t_{int} + t_{abint}}$, $k \in \mathbb{N}$ perfekt unterdrückt. Um den Netzbrumm (50Hz) zu Unterdrücken, sollte die Integrationszeit 20ms betragen.

3.4 Sigma-Delta Wandler



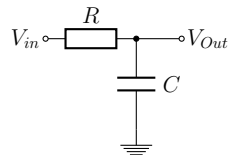
Sigma-Delta Wandler integrieren wie Dual-Slope Wandler. Jedoch wird gleichzeitig auf- und abintegriert. Statt Zähler kann ein digitales Filter (als Mittelwertbildung) verwendet werden.

4 Filter

f_{3dB} 3dB-Grenze

Q Güte

4.1 Tiefpass-Filter 1. Ordnung

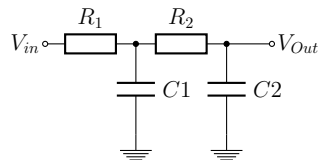


$$G(s) = \frac{1}{1 + s \cdot RC}$$

$$T = R \cdot C$$

$$f_{3dB} = \frac{1}{2\pi \cdot RC}$$

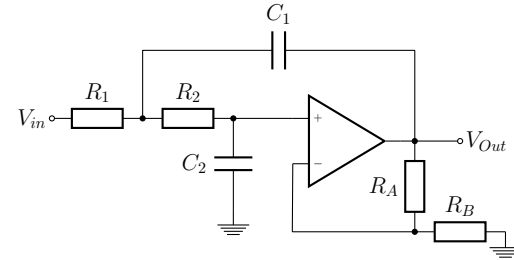
4.2 Filter 2. Ordnung



$$G(s) = \frac{1}{1 + s \cdot (C_1 R_1 + C_2 R_1 + C_2 R_2) + s^2 \cdot C_1 C_2 R_1 R_2}$$

$$Q = \frac{\sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2}}{C_1 R_1 + C_2 R_1 + C_2 R_2}$$

4.3 Sallen Key (Einfachmitkopplung)

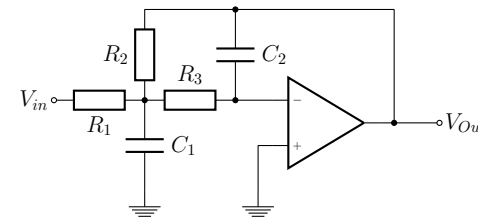


$$G(s) = \frac{\frac{R_A + R_B}{R_B}}{s^2 \cdot C_1 C_2 R_1 R_2 + s \cdot \left(C_2 \cdot (R_1 + R_2) + C_1 R_1 \cdot \left(1 - \frac{R_A + R_B}{R_B} \right) \right) + 1}$$

$$Q = \frac{\sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2}}{C_2 \cdot (R_1 + R_2) + C_1 R_1 \cdot \left(1 - \frac{R_A + R_B}{R_B} \right)}$$

Diese Filter sind nicht geeignet für Systeme mit hohen Frequenzanteilen, da diese ebenfalls (leicht) durchgelassen werden. Es sind aber sehr grosse Polgüten möglich.

4.4 Multiple-Feedback Struktur



$$G(s) = \frac{-\frac{R_2}{R_1}}{1 + s \cdot C_2 \cdot \left(R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1} \right) + s^2 \cdot C_1 C_2 R_2 R_3}$$

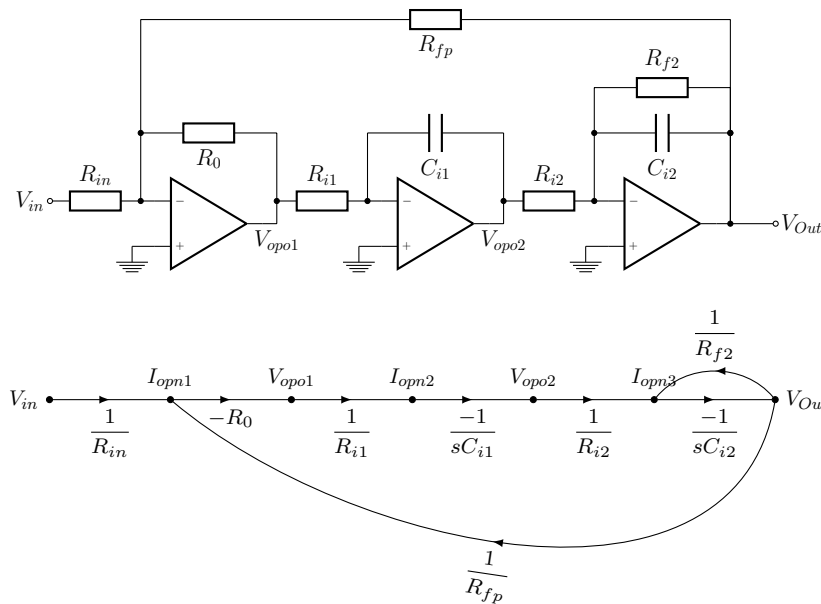
$$Q = \frac{\sqrt{C_1 C_2 R_2 R_3}}{C_2 \cdot \left(R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1} \right)}$$

4.5 Mason-Regel

$$G(s) = \frac{\sum_k P_k \cdot \Delta_k}{\Delta}$$

$$\begin{aligned} \Delta = & 1 - \sum \text{Schleife} \\ & + \sum \text{Produkt zweier nicht berührenden Schleifen} \\ & - \sum \text{Produkt dreier nicht berührenden Schleifen} \\ & \pm \dots \\ \Delta_k = & 1 - \sum \text{Schleife, die } P_k \text{ nicht berührt} \\ & + \sum \text{Prod. zweier sich und } P_k \text{ nicht berührenden Schleifen} \\ & - \sum \text{Prod. dreier sich und } P_k \text{ nicht berührenden Schleifen} \\ & \pm \dots \end{aligned}$$

4.6 Aktive Filter höherer Ordnung



5 Rauschen

- **Thermisches (weisses) Rauschen** ist über alle Frequenzen gleichverteilt.
- **Flicker Noise** (rosa Rauschen). Es nimmt mit $\frac{1}{f}$ ab. $E_n = K_v \cdot \sqrt{\ln \frac{f_{max}}{f_{min}}}$
- **Shot Noise** ist zufällig entstehender Peak. $E_{sh} = kT \sqrt{\frac{2B}{qI_{dc}}}$
- **Burst (popcorn) noise** sind diskrete hochfrequente Pulse (klingt wie Popcorn).
- **Avalanche Noise**: Entsteht in Dioden wenn Elektronen mit hoher Energie auf ein Kristallgitter prallen (Lawineneffekt).

Bemerkungen zum Rauschen: Es ist wichtig, die Rauschleistungen (und nicht die Spannungen) zu addieren. Kapazitäten und Induktivitäten rauschen nicht. Da sie jedoch die Bandbreite verändern, beeinflussen sie direkt die Rauschspannung.

$v_n(t)$ Rauschsignal

$\overline{v_n}$ Mittelwert

$\overline{v_n^2}$ Varianz

$v_{n,rms}$ Effektivwert

$k = 1.38 \cdot 10^{-23}$ Boltzmann-Konstante

T Temperatur

T_t Messdauer

B Bandbreite

$$\overline{v_n} = \frac{1}{T_t} \int_{T_t} v_n(t) \cdot dt = 0$$

$$\overline{v_n^2} = \frac{1}{T_t} \int_{T_t} v_n^2(t) \cdot dt \neq 0$$

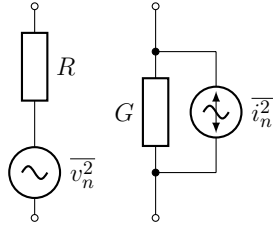
$$v_{n,rms} = \sqrt{\overline{v_n^2}}$$

5.1 Rauschleistungen

Weisses Rauschen $\overline{v^2} = \int_{f_L}^{f_H} K \cdot df = K \cdot (f_H - f_L)$

$1/f$ Rauschen $\overline{v^2} = \int_{f_L}^{f_H} \frac{K}{f} df = K \cdot \ln \frac{f_H}{f_L}$

5.2 Mittelwert von Rauschen

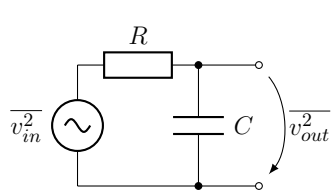


$$\overline{v_n^2} = 4kTB \cdot R$$

$$\overline{i_n^2} = 4kTB \cdot G$$

$$\text{Serieschaltung: } \overline{v_{tot}^2} = \overline{v_1^2} + \overline{v_2^2}$$

5.3 Rausch-Bandbreite

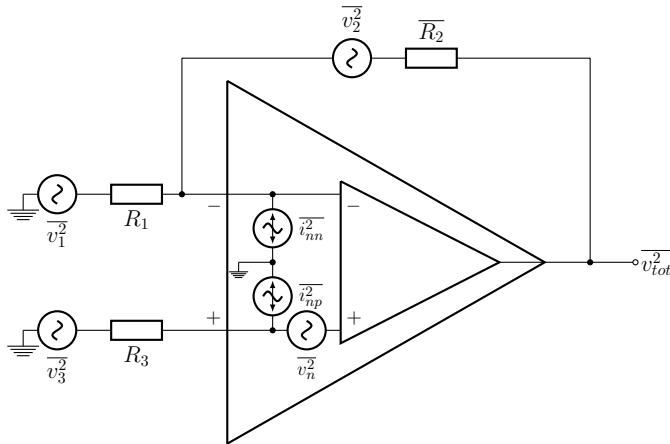


$$v_{out} = v_{in} \cdot \sqrt{\int_0^\infty \frac{1}{1 + (2\pi f \cdot RC)^2} \cdot df}$$

$$v_{out} = v_{in} \cdot \sqrt{\frac{1}{4RC}}$$

$$\overline{v_{out}^2} = \overline{v_{in}^2} \cdot \frac{1}{4RC} = \frac{kT}{C}$$

5.4 Opamp-Modell mit Rauschen



Das Ausgangsrauschen $\overline{v_{out}^2}$ berechnet sich durch Superposition. Es werden immer alle ausser eine Rauschquelle ausgeschaltet und ihren Einfluss berechnet. Danach werden alle Einflüsse zusammenaddiert.

$$\overline{v_{tot}^2} = \int \left(4kTR_2A + 4kTR_3A^2 + \overline{i_{nn}^2}R_2^2 + \overline{i_{np}^2}R_3^2A^2 + \overline{v_n^2}A^2 \right) df$$

$$\text{mit } A = \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1} \right)$$

Bei CMOS-Opamps ist das stromrauschen meist zu vernachlässigen. Ausserdem kann der Widerstand $R_3 = 0$ vernachlässigt werden. Ausserdem gilt: $e_w[Hz]$: Noise / Root (aus dem Datenblatt), $f_{enc}[Hz]$: Noise Corner Frequency (aus dem Datenblatt), B_{en} : Effective Noise Bandwidth

$$\overline{v_{tot}^2} = B_{en} \cdot 4kTR_2A + e_w^2 A^2 \left[f_{enc} \ln \left(\frac{f_H}{f_L} \right) + B_{en} \right]$$

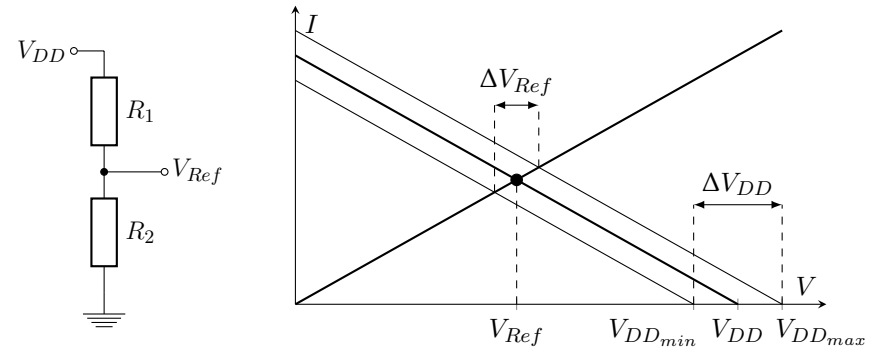
Wenn ausserdem die Bandbreite $B \gg f_{enc}$ (mindestens 10 mal grösser) ist, können weitere Vernachlässigungen gemacht werden.

$$\overline{v_{tot}^2} = 4kT \cdot R_2 \cdot A \cdot B_{en} + e_w^2 \cdot A^2 \cdot B_{en}$$

6 Spannungsreferenzen

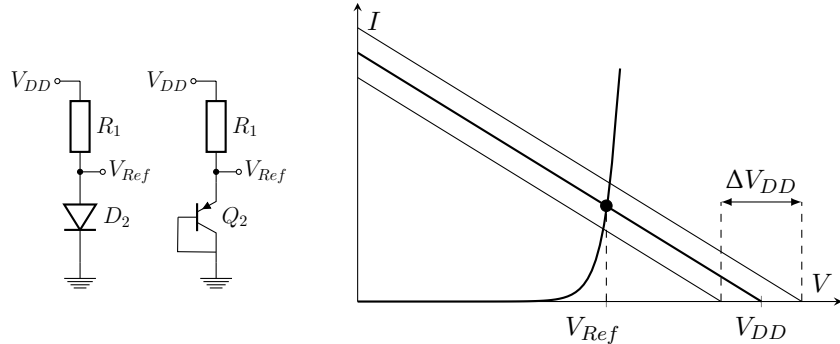
Die Sensitivität S ist die relative Änderung der des Ausgangs zur Eingangsveränderung. $S = \frac{\Delta V_{Ref}/V_{ref}}{\Delta V_{DD}/V_{DD}}$

6.1 Einfachste Referenzquelle



$$S = \frac{\Delta V_{Ref}/V_{ref}}{\Delta V_{DD}/V_{DD}} = 1$$

6.2 Dioden Referenz

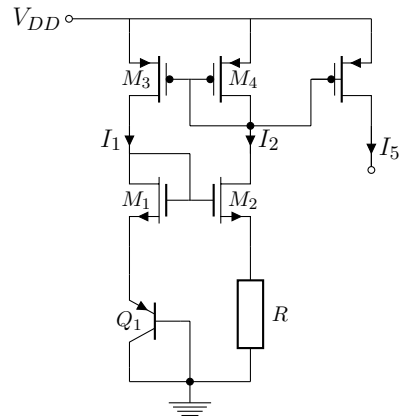


$$I_D = I_S \cdot e^{\frac{V_{BE}}{m \cdot V_T}} \approx I_S \cdot e^{\frac{q \cdot V_{BE}}{kT}} \Rightarrow V_{Ref} = \frac{kT}{q} \ln \frac{I_D}{I_S} \quad S = \frac{1}{\ln \frac{I}{I_S}} \ll 1$$

Diese Referenz-spannung kann nur im Bereich von 0.6 bis 0.7 V verwendet werden. Um dies zu umgehen, wird häufig eine Zenerdiode (in Gegenrichtung) verwendet. die häufigste Zener-Durchbruchspannung beträgt 5.6 V.

6.3 Bootstrap Referenz (PTAT-Stromquelle)

Diese Strom-Referenz Methode ist zwar unabhängig von V_{DD} , aber temperaturabhängig. der Temperaturkoeffizient T_C gibt die diese an.



$$I_1 = I_2$$

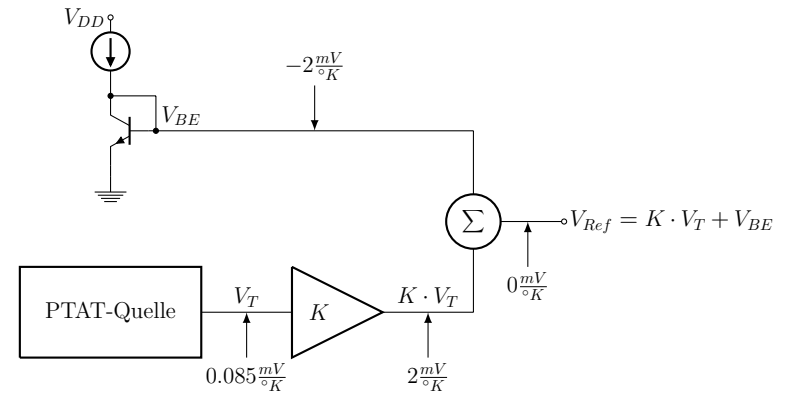
$$V_{Ref} = V_{EB1} = mV_T \cdot \ln \left(\frac{I_1}{I_S} \right)$$

$$V_{Ref} = V_{EB1} = I_2 \cdot R$$

$$V_T = \frac{kT}{q} \left[\frac{V}{^\circ K} \right]$$

$$T_C = \frac{1}{V_t} \frac{dV_T}{dT} = \frac{1}{T}$$

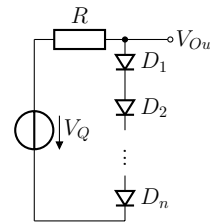
6.4 Bandgap-Referenzen



Bei dieser Schaltung wird die Spannung V_{BE} über einem pn-Übergang abgegriffen. Dieser hat immer dieselbe negative Thermo-Spannung V_T . Nun wird eine PTAT-Quelle mit positivem Temperaturkoeffizienten verwendet, welche mit einer Verstärkung auf den (vom Betrag) gleichen Wert bringt. Addiert man diese beiden Spannungen, so entsteht eine von der Temperatur unabhängige Referenz-spannung.

7 Spannungsquellen und -regler

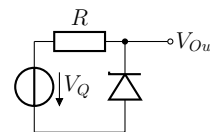
7.1 Spannungsquelle mit Dioden



$$V_{Out} = n \cdot V_D \approx n \cdot 0.7V$$

$$i_{Out max} = \frac{V_Q - V_{Out}}{R}$$

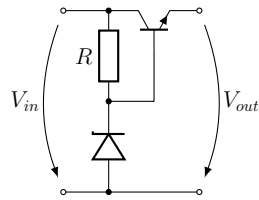
7.2 Spannungsquelle mit Z-Diode



$$V_{Out} = V_Z \approx 2.7V$$

$$i_{Out max} = \frac{V_Q - V_{Out}}{R}$$

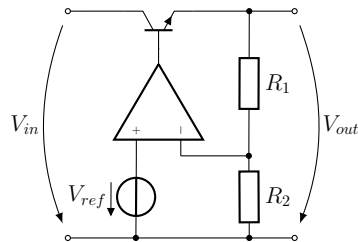
7.3 Spannungsquelle mit Längstransistor



$$V_{Out} = V_Z - V_{BE} \approx 2.7V - 0.7V$$

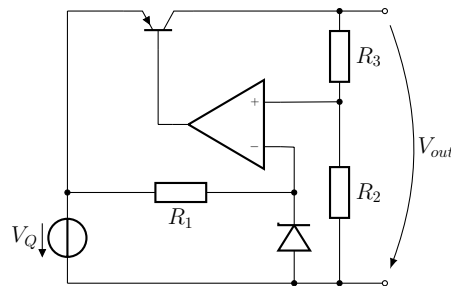
$$V_{Out\ max} = V_{in} - V_{BE}$$

7.4 Spannungsquelle mit Opamp



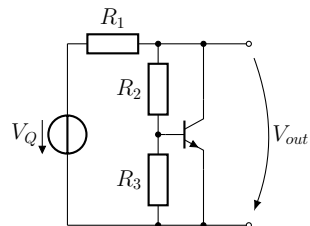
$$V_{Out} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot V_{ref}$$

7.5 Low-Drop-Out-Regler



Bei LDO-Regler darf der Spannungsabfall zwischen Ein- und Ausgang klein sein. Da dies ein Regler ist, muss er eine ungerade Anzahl pfadinversionen haben (für Negative-Feedback).

7.6 Parallel- oder Shunt-Spannungsregler

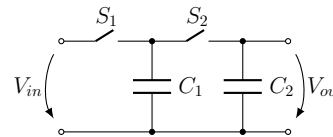


$$V_{Out} = V_{BE} \cdot \frac{R_2 + R_3}{R_2}$$

$$\frac{dV_{out}}{dT} = -2 \cdot \frac{R_2 + R_3}{R_2} \left[\frac{mV}{K} \right]$$

8 Ladungspumpen

8.1 Switched Capacitor Schaltung



Schalter S_1 , S_2 sind nicht-überlappend.

Phase 1: S_1 geschlossen, C_1 wird aufgeladen: $Q_1 = C_1 \cdot V_{in}$

Phase 2: S_2 geschlossen, Ladung Q_1 teilt sich auf C_1 und C_2 auf.

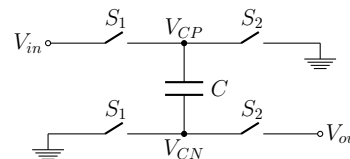
Nach dem ersten Zyklus mit V_{out0} : Ausgangsspannung vor dem ersten Zyklus:

$$Q_{tot1} = C_1 \cdot V_{in} + C_1 \cdot V_{out0} \quad V_{out1} = \frac{C_1 \cdot V_{in}}{C_1 + C_2}$$

Die Ausgangsspannung nähert sich der Eingangsspannung, wenn $C_1 = C_2$. Da sich die Spannung wie bei einer RC-Schaltung dem Endwert exponentiell annähert, kann ein Widerstand R_{eq} definiert werden (mit T : Periodendauer):

$$R_{eq} = \frac{T}{C}$$

8.2 Spannungsinversion

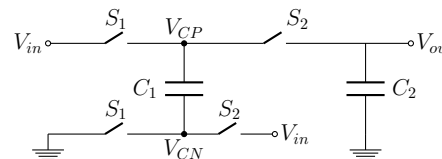


Phase 1: Schalter S_1 geschlossen. C wird aufgeladen.

Phase 2: Schalter S_2 geschlossen. V_{CP} springt auf V_{GND} . Also muss V_{CN} auch denselben Sprung nach unten machen.

$$V_{out} = -V_{in}$$

8.3 Spannungsverdopplung



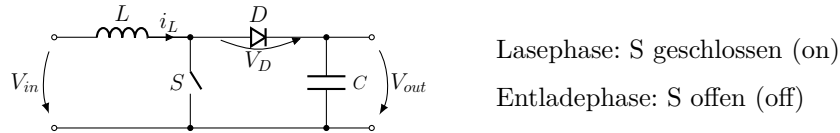
Phase 1: Schalter S_1 geschlossen. C wird aufgeladen.

Phase 2: Schalter S_2 geschlossen. V_{CN} springt auf $V_{in} \rightarrow V_{CP}$ springt auf $2V_{in}$

9 Schaltregler

9.1 Aufwärtswandler

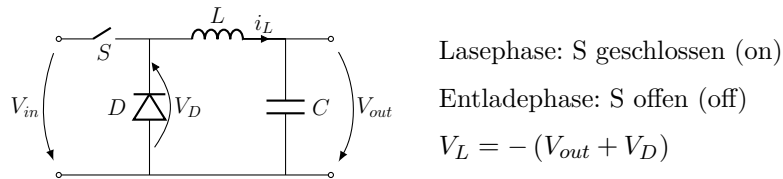
T_{on} Dauer der Ladephase $\Delta I_{L_{on}}$ Stromdifferenz der Ladephase
 T_{off} Dauer der Entladephase $\Delta I_{L_{off}}$ Stromdifferenz der Entladephase



$$\Delta I_{L_{on}} = \frac{V_{in}}{L} \cdot T_{on} \quad \Delta I_{L_{off}} = \frac{V_{in} - V_{out}}{L} \cdot T_{off}$$

im Gleichgewicht: $\Delta I_{L_{on}} = -\Delta I_{L_{off}} \quad V_{out} = V_{in} \cdot \left(1 + \frac{T_{on}}{T_{off}}\right)$

9.2 Abwärtswandler

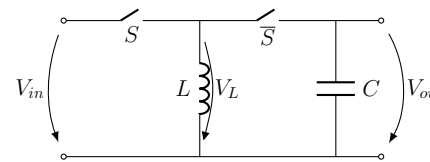


$$\Delta I_{L_{on}} = \frac{V_{in} - V_{out}}{L} \cdot T_{on} \quad \Delta I_{L_{off}} = \frac{V_{out} + V_D}{L} \cdot T_{off}$$

im Gleichgewicht $V_{out} = \frac{T_{on}}{T_{on} + T_{off}} \cdot V_{in} - \frac{T_{off}}{T_{on} + T_{off}} \cdot V_D \approx \frac{T_{on}}{T_{on} + T_{off}} \cdot V_{in}$

Die Effizienz dieser Wandler kann verbessert werden, indem statt einer Silizium-Diode ($V_D \approx 0.7V$) eine Schottky-Diode ($V_D \approx 0.3V$) verwendet wird. Noch besser ist ein MOSFET, welcher nur einen On-Widerstand $R_{DS_{on}}$ im $m\Omega$ Bereich besitzt.

9.3 Invertierender Wandler



$S = \text{on}$: erzeugung neg. Spannung

$$V_L = V_{in} = L \cdot \frac{\Delta I_L}{\Delta t}$$

$S = \text{off}$: negative Spannung über L

$$V_{out} = V_L = -L \cdot \frac{\Delta I_L}{\Delta t}$$

wenn Eingeschwungen: $V_{out} = V_L \cdot \frac{T_{on}}{T_{off}}$

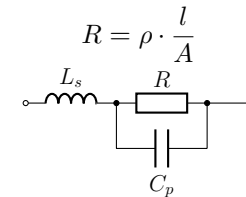
10 Passive Elemente

10.1 Widerstände

ρ Spez. Widerstand

l Länge des Leiters

A Fläche des Leiters



$$L_s \approx 5 [nH] \quad C_p \approx 0.5 [pF]$$

10.2 Temperaturabhängige Widerstände

10.2.1 PTC-Widerstände

Kaltleiter, positiver Temperaturkoeffizient: Widerstand steigt mit steigender Temperatur $\theta [^\circ C]$.

$$T > 0^\circ C : R = R_0 \cdot (1 + a\theta + b\theta^2)$$

$$T < 0^\circ C : R = R_0 \cdot (1 + a\theta + b\theta^2 + c\theta^3 \cdot (\theta - 100^\circ C))$$

$$a = 3.9083 \left[\frac{10^{-3}}{^\circ C} \right], b = -5.775 \left[\frac{10^{-7}}{^\circ C^2} \right], -4.183 \left[\frac{10^{-12}}{^\circ C^4} \right]$$

10.2.2 NTC-Widerstände

Heissleiter, negativer Temperaturkoeffizient: Widerstand sinkt mit steigender Temperatur:

$T[^\circ K]$	Temperatur	$T_R[^\circ K]$	Referenztemperatur
B	Materialkonstante	R_R	Referenzwiderstand

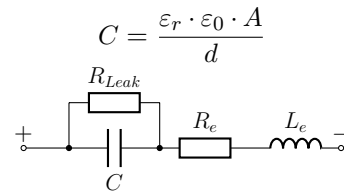
$$R = R_R \cdot e^{B \cdot \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_R} \right)}$$

10.3 Fotowiderstände LDR

Wenn Licht auf die fotoempfindliche Fläche des LDR's trifft, verringert sich der Widerstand. Dunkelwiderstand typischerweise zwischen $1 \dots 100 M\Omega$, der Hellwiderstand (bei 1000 lx) typischerweise zwischen $0.1 \dots 2 k\Omega$. Die Widerstandsänderung ist relativ langsam (mehrere *ms* verzögert.)

10.4 Kapazitäten

A	Fläche des Kondensators
d	Abstand der Leiter
ε_0	$= 8.854 \cdot 10^{-12} \left[\frac{F}{m} \right]$
ε_r	Relative Permittivität
R_{Leak}	Leckwiderstand



10.5 Induktivitäten

	$L = \frac{N \cdot \Phi}{I}$
N	Windungszahl
Φ	Magnetischer Fluss
I	Strom durch die Spule
μ_0	$= 4\pi \cdot 10^{-7} \left[\frac{N}{A^2} \right]$
	$L_{Ring} = N^2 \frac{\mu_0 \mu_r A}{2\pi r}$ $L_{Zylinder} = N^2 \frac{\mu_0 \mu_r A}{l}$

