1 Allgemeine Formeln

Spannung über einer Induktivität	$u_L(t) = L\frac{di}{dt}$
Strom durch Kondensator	$i_C(t) = C\frac{du}{dt}$
Zeitkonstante τ	$\tau = \frac{L}{R}$ oder $\tau = RC$
Berechnung des Mittelwertes	$X_{AV} = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)dt$
Berechnung des Effektivwertes	$X_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T x^2(t)dt}$

2 Berechnung der höheren Harmonischen

2.1 Orthogonalitätsbeziehungen

$$\int\limits_0^T \cos(n\omega t)\cdot\cos(m\omega t)dt = \begin{cases} T,\ n = m = 0 \\ \frac{T}{2},\ n = m > 0 \\ 0,\ n \neq m \end{cases}$$

$$\int\limits_0^T \sin(n\omega t)\cdot\sin(m\omega t)dt = \begin{cases} \frac{T}{2},\ n = m \\ 0,\ n \neq m \end{cases}$$

$$\int\limits_0^T \cos(n\omega t)\cdot\sin(m\omega t)dt = 0$$

2.2 Allgemeine Form

Eine periodische Funktion lässt sich durch eine Reihe von Sinus- und Kosinusfunktionen darstellen.

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cdot cos(n\omega t) + b_n \cdot sin(n\omega t))$$

Die Koeffizienten der Entwicklung von $f(t)$ sind:

$a_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cdot cos(n\omega t)dt \qquad (n = 0, 1, 2, ...)$

$b_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cdot sin(n\omega t)dt \qquad (n = 1, 2, 3, ...)$

2.3 Sätze zur Berechnung der Koeffizienten

2.3.1 Symmetrie

Falls $f(t)$ gerade ist ($f(t) = f(-t)$):	$\rightarrow b_n = 0, a_n = \frac{4}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} f(t)\cdot cos(n\omega t)dt$
Falls $f(t)$ ungerade ist ($f(-t) = -f(t)$):	$\rightarrow a_n = 0, b_n = \frac{4}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} f(t)\cdot sin(n\omega t)dt$

Beispiele von geraden Funktionen sind $x^2, cos(x)$ und Beispiele ungerader Funktionen sind $x, x^3, sin(x)$.

3 Ungesteuerter Gleichrichter M1U

Mittelwert $U_{RAV} = \frac{1}{T}\int_0^T u_R(t)dt = \frac{1}{2\pi}\int_0^\pi U_{2m}\cdot sin(\alpha)d\alpha, \alpha = \omega t$

$U_{RAV} = -\frac{U_{2m}}{2\pi}(cos(\pi) - cos(0)) = \frac{U_{2m}}{\pi}$

bei f = 50 Hz $U_{RAV} = \frac{1}{20ms}\int_0^{10ms} u_R(t)dt, T = \frac{1}{f}$

Effektivwert $U_{RRMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u_R^2\cdot dt} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^\pi U_{2m}^2\cdot sin(\alpha)^2\cdot d\alpha}$

allgemein $\int_0^\pi sin(\alpha)^2\cdot d\alpha = \frac{\pi}{2}$

bei f = 50 Hz $U_{RRMS} = \sqrt{\frac{1}{20ms}\int_0^{10ms} u_R^2\cdot dt}$

Laststrom $i_R(t) = \frac{u_R(t)}{R}$

Wirkleistung $P = \frac{1}{2\pi}\int_0^\pi \frac{u_R^2(\alpha)}{R}\cdot d\alpha = \frac{U_{RRMS}^2}{R} = \frac{U_{2m}^2}{4R}$

4 Gesteuerter Gleichrichter M1C

der Steuerwinkel des Gleichrichter: $\alpha \in [0,\pi]$

Mittelwert $U_{RAV} = \frac{1}{2\pi}\int_\alpha^\pi U_{2m}\cdot sin(\beta)\cdot d\beta, \beta = \omega t$

$U_{RAV} = \frac{U_{2m}}{2\pi}(1 + cos(\alpha))$

Effektivwert $\sqrt{\frac{U_{2m}^2}{2\pi}\int_\alpha^\pi sin(\beta)^2\cdot d\beta} = U_{2m}\cdot\sqrt{\frac{\pi-\alpha}{4\pi} + \frac{sin(2\alpha)}{8\pi}}$

allgemein $\int_\alpha^\pi sin(\beta)^2\cdot d\beta = \frac{\pi-\alpha}{2} + \frac{sin(2\alpha)}{4}$

5 Gesteuerter Gleichrichter B2C

Mittelwert $U_{RAV} = \frac{1}{\pi}\int_\alpha^\pi U_{2m}\cdot sin(\beta)\cdot d\beta, \beta = \omega t$

$U_{RAV} = \frac{U_{2m}}{\pi}(1 + cos(\alpha))$

Effektivwert $\sqrt{\frac{U_{2m}^2}{\pi}\int_\alpha^\pi sin(\beta)^2\cdot d\beta} = U_{2m}\cdot\sqrt{\frac{\pi-\alpha}{2\pi} + \frac{sin(2\alpha)}{4\pi}}$

6 Leistungsberechnung

Momentane Leistung	$p(t) = u_R(t) \cdot i_R(t)$
Wirkleistung	$P = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{u_R^2(\alpha)}{R} \cdot d\alpha = \frac{U_{RRMS}^2}{R}$
Wirkleistung (Trafoseitig)	$P = U \cdot I_1 \cdot cos(\varphi_1)$dabei ist I_1 die erste Harmonische Komponente des Stromesund φ_1 die P
Grundschwingungsblindleistung	$Q_1 = U \cdot I_1 \cdot sin(\varphi_1)$
Verzerrungsleistung	$Q_V = U \cdot \sqrt{\sum_{k=2}^{\infty} I_k^2}$
gesamte Blindleistung	$Q = \sqrt{Q_1^2 + Q_V^2}$
Grundschwingungsscheinleistung	$S_1 = U \cdot I_1$
gesamte Scheinleistung	$S = U \cdot I_{RMS} = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{P^2 + Q_1^2 + Q_V^2}$
Leistungsfaktor	$\lambda = \frac{P}{S}$
Welligkeit	$w = \frac{F_{RMS}}{F_{AV}} = \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} F_k^2}}{F_{AV}}$

7 Schaltverluste, Kühlung

B2C als Beispiel:

in einem ersten Schritt muss der Strom durch den Thyristor berechnet werden:

$$I_{Rm} = \frac{U_{2m}}{R}$$

Mittelwert des Thyristorstroms

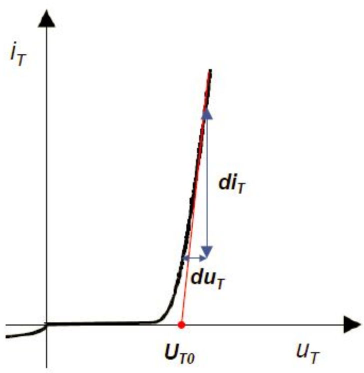
$$I_{TAV} = \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\pi} I_{Rm} \cdot sin(\beta) \cdot d\beta, \beta = \omega t$$

$$I_{TAV} = \frac{I_{Rm}}{2\pi} \cdot (1 + cos\alpha)$$

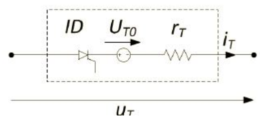
Effektivwert des Thyristorstroms

$$I_{TRMS} = \sqrt{\frac{I_{RM}^2}{2\pi} \int_{\alpha}^{\pi} sin^2(\beta) d\beta}$$

$$I_{TRMS} = \frac{I_{Rm}}{2} \sqrt{\frac{\pi - \alpha}{\pi} + \frac{sin 2\alpha}{2\pi}}$$



Durchlassrichtung: i_T, u_T
Schwellenspannung: U_{T0}
Differentieller Durchlasswiderstand: $r_T = \frac{du_T}{di_T}$



$u_T = U_{T0} + i_T(t) \cdot r_T$

momentane Verlustleistung: $p(t) = u_T(t) \cdot i_T(t)$

Mittelwert der Verlustleistung:

$$P_T = \frac{1}{T} \int_0^T u_T(t) \cdot i_T(t) \cdot dt$$

$$P_T = U_{T0} \cdot \frac{1}{T} \int_0^T i_T(t) dt + r_T \cdot \frac{1}{T} \int_0^T i_T^2(t) dt$$

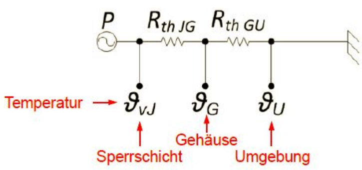
$$P_T = U_{T0} \cdot I_{TAV} + r_T \cdot I_{TRMS}^2$$

I_{TAV} ist der Mittelwert und I_{TRMS} der Effektivwert des Thyristorstroms

Die Werte für U_{T0} können aus dem Datenblatt des Thyristors herausgelesen werden.

Thermische Kenngrössen	**Elektrische Kenngrössen**
Wärmeleistung $P(W)$	Strom $I(A)$
Temperaturunterschied $\vartheta(K)$	Spannung $U(V)$
Wärmewiderstand $R_{th}(\frac{K}{W})$	Widerstand $R(\frac{V}{A})$

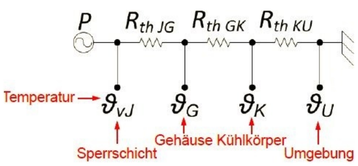
7.1 Thyristor ohne Kühlkörper



$$\vartheta_{vJ} - \vartheta_U = P \cdot (R_{thJG} + R_{thGU})$$
$$\vartheta_{vj} = P \cdot (R_{thJG} + R_{thGU}) + \vartheta_U$$

R_{th} muss wiederum aus dem Datenblatt herausgelesen werden.

7.2 Thyristor mit Kühlkörper



$$\vartheta_{vJ} - \vartheta_U = P \cdot (R_{thJG} + R_{thGK} + R_{thKU})$$
$$\vartheta_{vj} = P \cdot (R_{thJG} + R_{thGk} + R_{thKU}) + \vartheta_U$$

8 Gleichstromumrichter

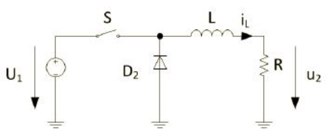
8.1 Buck-Converter (Tiefsetzsteller)

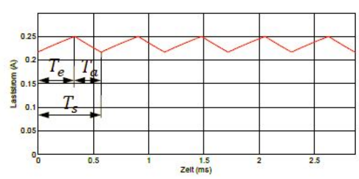
Ein einfacher Tiefsetzsteller könnte auch mit einem Spannungsteiler bebaut werden. Die Verlustleistung würde jedoch $P_V = R_1 \cdot I_1^2$ betragen.
Grundgleichungen:
$V_1 = i_L \cdot R + L\frac{di_L}{dt}, t \in [0; T_e]$
$0 = i_L \cdot R + L\frac{di_L}{dt}, t \in [T_e; T_s]$ ($L\frac{di_L}{dt}$ ist dabei die Spannung, welche die Induktivität abgibt → Quelle in diesem Fall)

Durch das Lösen der Grundgleichungen erhält man die den Verlauf des Stromes:

$$i_L = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_1}{R_1} \cdot \frac{-1+e^{\frac{-T_a}{\tau}}}{1-e^{\frac{-T_s}{\tau}}} \cdot e^{\frac{-t}{\tau}}, t \in [0; T_e]$$

$$i_L = \frac{V_1}{R_1} \cdot \frac{1-e^{\frac{-T_e}{\tau}}}{1-e^{\frac{-T_s}{\tau}}} \cdot e^{\frac{-(t+T_e)}{\tau}}, t \in [T_e; T_s] \text{ mit } \tau = \frac{L_1}{R_1}$$





und folgende Ein- und Ausschaltzeiten:

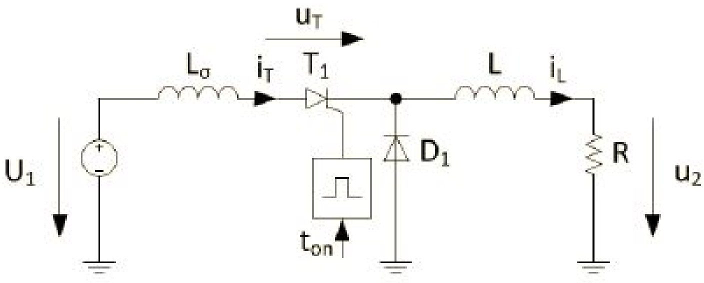
$$T_a = -\tau \cdot \ln \frac{i_{Lmin}}{i_{Lmax}} \text{ mit } \tau = \frac{L_1}{R_1}$$

$$T_e = -\tau \cdot \ln \left(\frac{\frac{1}{i_{Lmax}} \cdot \frac{V_1}{R_1} - 1}{\frac{1}{i_{Lmax}} \cdot \frac{V_1}{R_1} - e^{\frac{-T_a}{\tau}}} \right)$$

$$T_s = T_e + T_a$$

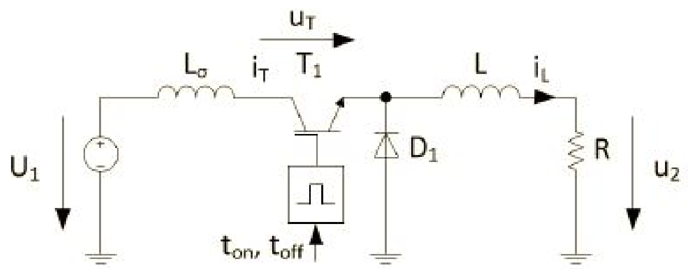
9 Gleichstrom-Schalter, Gleichstrom-Steller

9.1 nur Einschalten:



L_σ ist die Streuinduktivität
DGL nach der Zündung des Thyristors:
$(L + L_\sigma) \cdot \dfrac{di_L}{dt} + R \cdot i_L = U_1$
$\rightarrow i_L(t) = \frac{U_1}{R} \cdot (1 - e^{-\frac{t - t_{on}}{\tau}})$

9.2 Ein- und Ausschalten

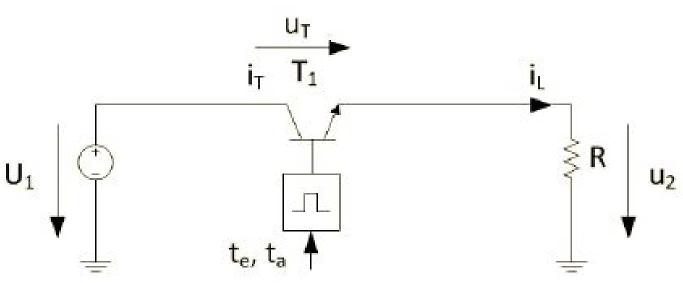


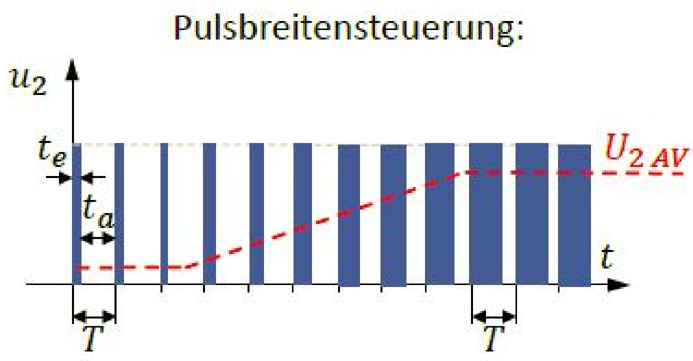
$(L + L_\sigma) \cdot \dfrac{di_L}{dt} + R \cdot i_L = U_1, t_{on} \leqslant t \leqslant t_{off}$
$\rightarrow i_L(t) = \frac{U_1}{R} \cdot (1 - e^{-\frac{t - t_{on}}{\tau}})$
$(L + L_\sigma) \cdot \dfrac{di_L}{dt} + R \cdot i_L = 0, t \geqslant t_{off}$
$\rightarrow i_L(t) = \frac{U_1}{R} \cdot e^{-\frac{t - t_{off}}{\tau}}$

9.3 Streuinduktivität

Magnetfeld hat die Energie $W_M = \iiint H \cdot B dV$
$\phi_\sigma = L_\sigma I_t^2, L_\sigma = \frac{2W_M}{i_t^2}$

9.4 Gleichstromsteller (Chopper)





der Mittelwert der Lastspannung ist:
$U_{2AV} = \frac{1}{T} \int_0^T u_2(t) \cdot dt = \frac{1}{t_e + t_a} \int_0^{t_e} U_1 \cdot dt$
$U_{2AV} = \frac{t_e}{t_e + t_a} U_1 = \frac{t_e}{T} U_1$