TD 6

Exercice 1 :
Donner le dual du primal suivant :

a)

$$\text{Max}\, Z = 2x_1 + 4x_2 + 3x_3$$
$$3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 60$$
$$2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 40$$
$$x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 80$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

b)

$$\text{Min}\, Z = 20x_1 + 24x_2$$
$$x_1 + x_2 \geq 30$$
$$x_1 + 2x_2 \geq 40$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

c)

$$\text{Max}\, Z = 10x_1 + 6x_2$$
$$x_1 + 4x_2 \leq 40$$
$$3x_1 + 2x_2 = 60$$
$$2\mathrm{x}_1 + \mathrm{x}_2 \geq 25$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

Exercice 2 : Soit le programme linéaire :

$$\text{Max}\, Z = 40 \times x_1 + 50 \times x_2$$
$$\text{s.c.} \quad 5 \times 1 + 4 \times 2 \leq 80$$
$$x_1 + 2x_2 \leq 24$$
$$3x_1 + 2x_2 \leq 36$$
$$\mathrm{x}_1, \mathrm{x}_2 \geq 0$$

1- Donner le dual PL* de ce primal PL
2- Résoudre le primal PL par le simplexe ou graphiquement
3- Déduire la solution du dual PL*

Exercice 3 :

Un fabricant produit 2 variétés de biscuit, l'une à la noix de coco et l'autre au chocolat, selon le schéma suivant :

Biscuit	Ingrédient			Prix de vente
	Farine	Chocolat	Noix de coco	
A	1	0	3	6
B	1	5	0	5
Disponible	8	22	12	

a) Formuler le problème comme un PL et trouver un plan de fabrication qui maximise le profit ;
b) Pour quelle variation du prix de vente du biscuit au chocolat, ce plan de fabrication reste optimal ?
c) On annonce une pénurie de chocolat ; déterminer la quantité minimale de chocolat nécessaire en stock, pour que ce plan de fabrication ne soit pas compromis ;
d) On étudie la production d'un nouveau biscuit à la noix de coco et au chocolat à raison de 1/3 de noix de coco et 2/3 de chocolat. Ce nouveau produit sera vendu à 8F. Quel est le schéma de production optimal ?
e) Déterminer le dual PL^* de ce primal PL ;
f) En déduire la solution du dual PL^*.

Exercice 4 :

Considérons le modèle de programmation linéaire suivant (P) où l'objectif propose la maximisation d'une fonction linéaire et l'origine du plan $O = (0, 0)$ n'est pas une solution admissible

$$Max\ Z = 100x_1 + 200x_2$$

sous les contraintes

$$\begin{array}{rcll} 3x_1 + x_2 & \leq & 23 & \text{Main d'œuvre (jours)} \\ 5x_1 + 6x_2 & \geq & 52 & \text{Demande} \\ 3x_1 - 6x_2 & \leq & 12 & \text{Gestion de stocke} \\ x_2 & \leq & 7 & \text{Limite produit 2} \\ x_1,\ x_2 & \geq & 0 & \end{array}$$

1. Tracer sur un graphe cartésien la région admissible de ce modèle linéaire. Calculer les coordonnées de chaque point extrême.
2. Évaluer la fonction objectif en chaque point extrême et déterminer la solution optimale de (P).
3. Écrire le problème (PLS) et le problème (PLF_I) si nécessaire.
4. Établir le problème dual de ce problème.
5. Trouver une solution de base réalisable à l'aide de la méthode du simplexe. (le tableau final de la phase 2 est presenté dans le Tableau 1)
6. On désire changer le prix de produit 2. En utilisant le tableau optimal de ce problème, déterminer un intervalle dont lequel peut varier le prix du produit 2 sans changer la solution optimale.
7. On aimerait diminuer ou augmenter le nombre d'heure associé à la main d'œuvre. Déterminer l'intervalle pour lequel, la solution optimale peut varier et déterminer la solution optimale ainsi que la valeur optimale en fonction de cette variation.

	1	2	3	4	5	6	
2	0	1	-0	0	0	1	7
5	0	0	-1	0	1	7	38
1	1	0	0.33	0	0	-0.33	5.33
4	0	0	1.67	1	0	4.33	16.67
	0	0	-33.33	0	0	-166.67	1933.33

Figure 1 – Tableau final de la méthode du simplexe

A. METRANE & H. KHALFI