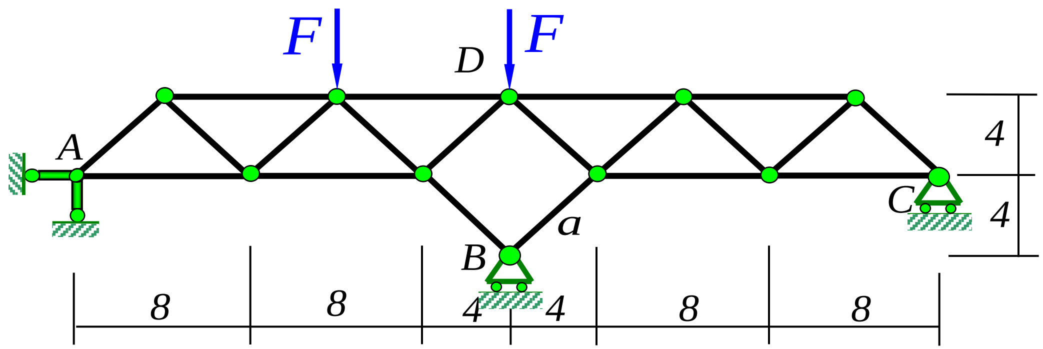
桁架补充例题：结点法与截面法联合应用

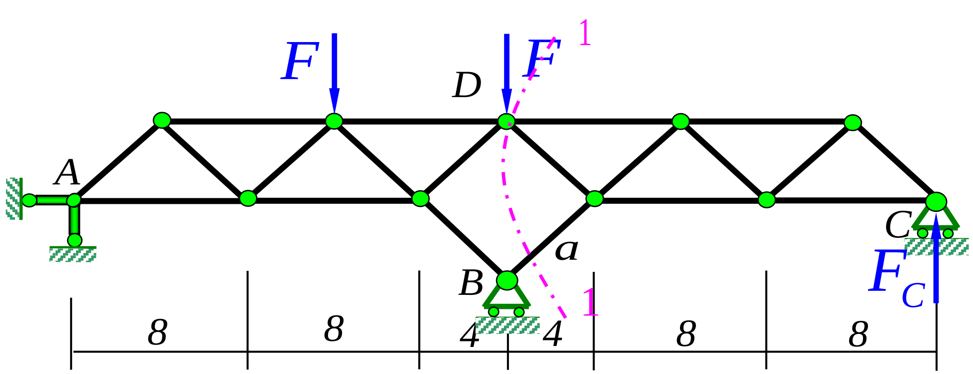
例题　　已知 F，求杆a的内力 F_a。

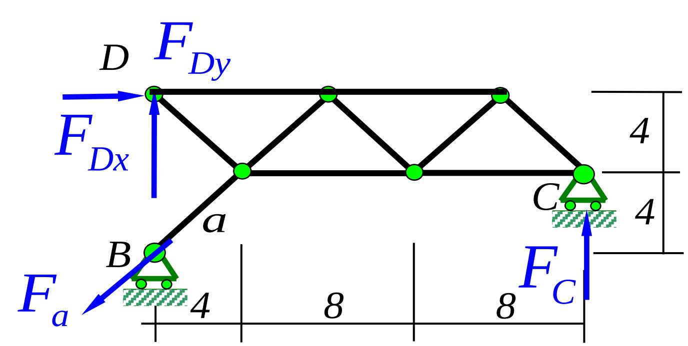
分析：　节点法:联立多个结点;截面法:难于求出。

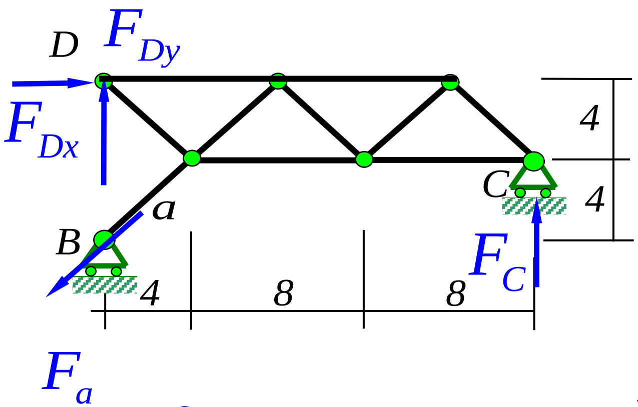
需联合应用结点法与截面法求解。

解：　作1—1截面，研究右部，受力如图









由 $\sum M_D = 0$

$$F_C \times 20 = F_a \times 4\sqrt{2} \qquad (1)$$

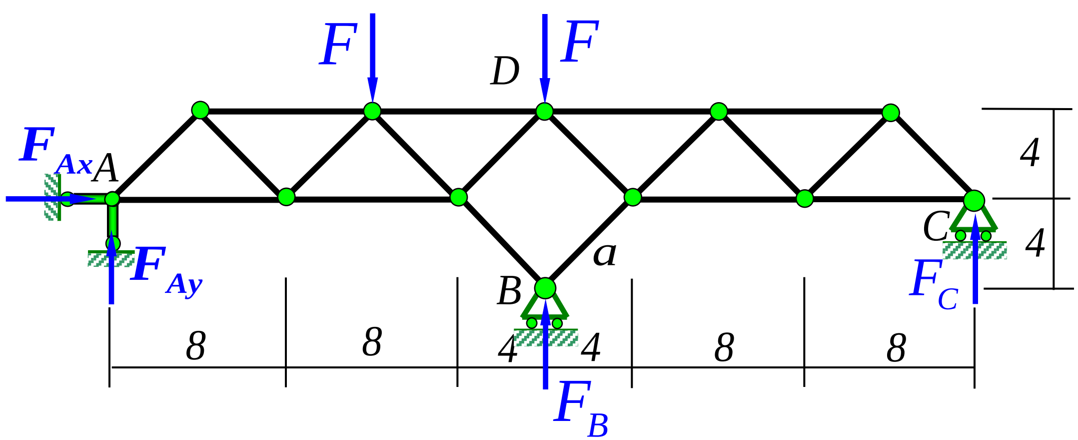
即

$$F_C = \frac{\sqrt{2}}{5} F_a$$

对整体，受力如图，由 $\sum M_A = 0$

$$F_B \times 20 + F_C \times 40 = F(12+20)$$

$$5F_B + 10F_C = 8F \qquad (2)$$



节点B受力对称，可知支座B处两杆内力相等。

或对节点B，由 $\Sigma F_x = 0$

可知支座B处两杆内力相等。

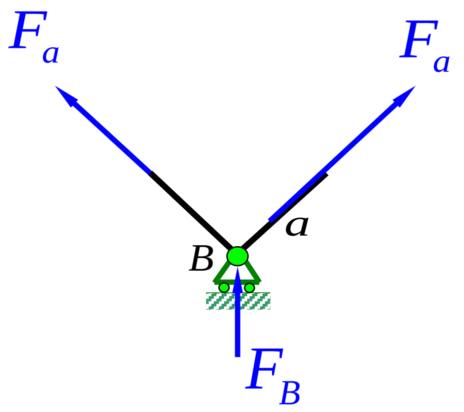
由 $\Sigma F_y = 0$

$$F_B + 2F_a \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \qquad F_B = -\sqrt{2}\,F_a \qquad (3)$$

联立式(1)、(2)、(3)，求解 F_a、F_C、F_B

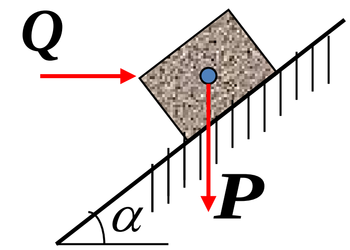
$$\begin{cases} F_C = \dfrac{\sqrt{2}}{5} F_a \\ F_B = -\sqrt{2}\,F_a \\ 5F_B + 10F_C = 8F \end{cases}$$

$$F_a = -\frac{4\sqrt{2}}{3} F \qquad (压)$$



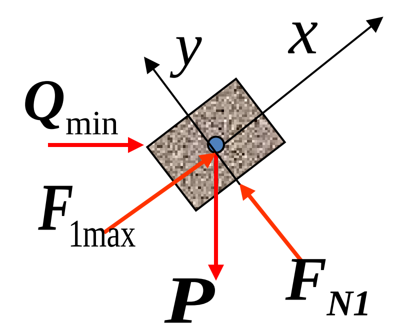
摩擦补充例题：求解摩擦问题的解析法与几何法

补例 将重为P的物块放在斜面上，斜面倾角α大于接触面的摩擦角φ_m，已知静摩擦系数为f，若加一水平力$\boldsymbol{Q}$使物块平衡，求力 $\boldsymbol{Q}$ 的值的范围。



解1：（解析法）

1）以物块为研究对象，当水平力较小时，即物块处于向下滑动的临界平衡状态时，摩擦力方向向上，受力如图，建立如图坐标系。

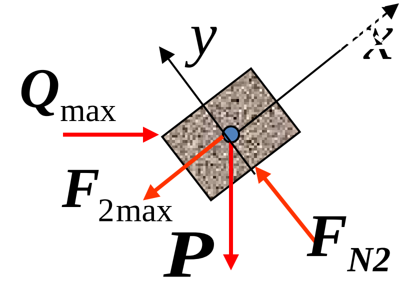


$$\sum F_x = 0: Q_{\min}\cos\alpha + F_{1\max} - P\sin\alpha = 0$$

$$\sum F_y = 0: -Q_{\min}\sin\alpha + F_{N1} - P\cos\alpha = 0$$

$$F_{1\max} = fF_{N1}$$

联立求解得： $Q_{\min} = \dfrac{\sin\alpha - f\cos\alpha}{\cos\alpha + f\sin\alpha} P$



2）当水平力较大时，即当物块处于向上滑动的临界平衡状态时，摩擦力方向向下，受力如图，建立如图坐标系。

$$\sum F_x = 0: Q_{\max}\cos\alpha - F_{2\max} - P\sin\alpha = 0$$

$$\sum F_y = 0: -Q_{\max}\sin\alpha + F_{N2} - P\cos\alpha = 0$$

$$F_{2\max} = fF_{N2}$$

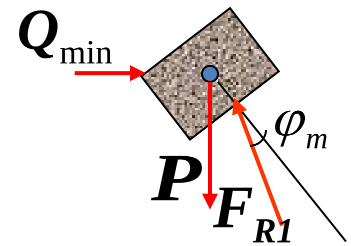
联立求解得： $Q_{\max} = \dfrac{\sin\alpha + f\cos\alpha}{\cos\alpha - f\sin\alpha} P$

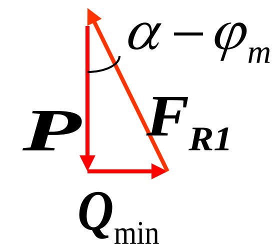
故力 Q 应满足的条件为：

$$\frac{\sin\alpha - f\cos\alpha}{\cos\alpha + f\sin\alpha} P \le Q \le \frac{\sin\alpha + f\cos\alpha}{\cos\alpha - f\sin\alpha} P$$

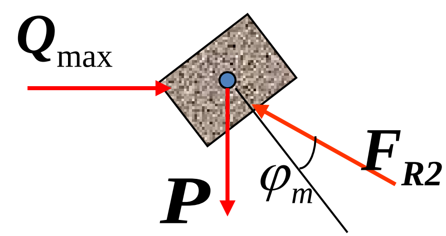
解2：（几何法）

1）当物体处于向下滑动的临界平衡状态时，摩擦力方向向上，约束全反力如图，画受力图，可得力三角形如图。由力三角形可得：$Q_{\min} = Ptg(\alpha - \varphi_m)$



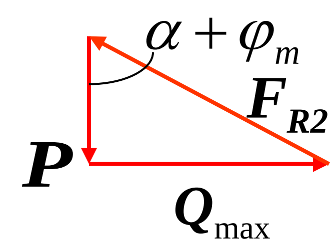


2）当物体处于向上滑动的临界平衡状态时，摩擦力方向向下，约束全反力如图，画受力图，可得力三角形如图。由力三角形可得：$Q_{\max} = Ptg(\alpha + \varphi_m)$



故力 **Q** 应满足的条件为：

$$Ptg(\alpha - \varphi_m) \le Q \le Ptg(\alpha + \varphi_m)$$



将上式展开亦可得同上结果。