2015—2016 学年第二学期

命题教师签名：　　　　　　　　　　审核教师签名：

课号：122010　　　课名：线性代数 B　　　考试考查：考试

此卷选为：期中考试( )、期终考试(√)、重考( )试卷

年级_____专业_______________学号__________姓名______________任课教师_____

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								

（注意：本试卷共七大题，三大张，满分 100 分．考试时间为 120 分钟。要求写出解题过程，否则不予计分）

一、填空与单项选择题（每小题 3 分，共 24 分）

1、设 A,B 均为 n 阶方阵，则下面结论正确的为（　　）

A. $AB=BA$　　　　B. $(A-B)^2=A^2-2AB+B^2$

C. 若 $AB=O$，则 $A=O$ 或 $B=O$　　　　D. $|AB|=|BA|$

2、$A=\begin{pmatrix}5&2&0&0\\2&1&0&0\\0&0&1&-2\\0&0&1&1\end{pmatrix}$，则 $A^{-1}=\begin{pmatrix}1&-2&0&0\\-2&5&0&0\\0&0&\frac{1}{3}&\frac{2}{3}\\0&0&-\frac{1}{3}&\frac{1}{3}\end{pmatrix}$

3、设三阶矩阵 $A=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)$，$B=(\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3,2\alpha_1+\alpha_2,\alpha_3-\alpha_2)$，如果 $|A|=2$，则 $|B|=$________.

4、设 A 为 3 阶方阵，秩 $R(A)$ 为 2，迹 $tr(A)=-2$ 且满足关系式 $A^3-5A^2-6A=O$，则 A 的三个(按重数算)特征值为______________

5、设 $A=\begin{pmatrix}b&a&b&b\\b&b&a&b\\b&b&b&b\end{pmatrix}$，若 $|A+E|=27$，$R(A^*$

6、设 η_0 是非齐次线性方程组 $Ax=b$ 的特解，ξ_1

础解系，则以下命题中错误的是_______。

(A) $\eta_0,\eta_0-\xi_1,\eta_0-\xi_2,\cdots,\eta_0-\xi_s$ 是 $Ax=b$ 的一组线

(B) $2\eta_0+\xi_1+\xi_2+\cdots+\xi_s$ 是 $Ax=b$ 的解；

(C) $Ax=b$ 的每个解均可表为 $\eta_0,\eta_0+\xi_1,\eta_0+\xi_2,\cdots$

7、已知实二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=9x_1^2+2x_2^2+x_3^2+2$

参数 λ 的取值范围是___________________.

8、设向量组 $A:\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性无关，向量 β_1 可以由向量

向量组 A 线性表出，则对任意的常数 k，有 ______

(A). $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,k\beta_1+\beta_2$ 线性相关　　(B). $\alpha_1,\alpha_2,$

(C). $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,k\beta_1+\beta_2$ 线性无关　　(D). $\alpha_1-\alpha$

二、（12 分）

设 $A=\begin{pmatrix}\lambda&1&1\\0&\lambda-1&0\\1&1&\lambda\end{pmatrix}$，$\mathrm{b}=\begin{pmatrix}a\\1\\1\end{pmatrix}$. 已知线性方程组 Ax

(1). 求 λ,a；　　　　(2). 求

三、（10 分）

$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 2 & 0\\ 2 & 3 & a\end{pmatrix}$，且 $r(A)=2$，X 满足 $AX+E=A^2+X$，求 a 和 X

四、 （12 分）设 A=$2\mathrm{E}_3+\alpha\beta^T$，其中 $\alpha^T=(1,1,a),\beta=(1,2,1)^T$． 问：

(1)．当 a 为何值时 A 不能对角化，并计算 $|A^3+A^2-A|$ 的值。

(2)．当 $a=2$ 时，证明 A 可对角化，并求出可逆阵 P 使得 $P^{-1}AP=\Lambda$，其中 Λ 为对角阵。

五、（16 分）已知 A 为二次型 $f(\mathrm{x}_1,\mathrm{x}_2,\mathrm{x}_3)=8x_1{}^2+5x$

实对称矩阵，向量 $\alpha=(2,1,2)^T$

(1). 写出矩阵 A 并求 $A^3\alpha$.

(2). 求一个正交变换 $x=Py$，将二次型 $f(\mathrm{x}_1,\mathrm{x}_2,\mathrm{x}_3)$ 化

六、（14 分）

设 V 为所有对角元之和为零的二阶实方阵按照通常矩阵的加法和数乘运算构成实数域　上的线性空间.

设 $B=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$，在 V 上定义如下映射：对任意 $A\in V$，$T(A)=BA-AB$.

(1) 证明：映射 T 是 V 上的一个线性变换；

(2) 证明 $\varepsilon_1=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}$，$\varepsilon_2=\begin{pmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$，$\varepsilon_3=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$ 构成 V 的一组基并求出线性变换 T 在此组基下的矩阵.

七、证明题：

(1)（6 分）设 $\alpha_1^T,\alpha_2^T,\cdots,\alpha_m^T$ 为 $m\times n$ 实矩阵 A 的行向

$AX=\mathbf{0}$ 的一个非零解。 试证明向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m,$

(2)（6 分）已知则

(I). 齐次方程组 $AX=0$ 与 $ABX=0$ 同解。(II). 对