

同济大学课程考核试卷

2023—2022 学年第一学期

命题教师签名:

审核教师签名:

课号: 5000590002301

课名: 数学分析

考试考查: 测验

此卷选为: 期中测验 2 试卷

年级 2019 专业 _____ 学号 _____ 姓名 _____ 任课教师 _____

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

(注意: 本试卷共四大题, 二大张, 满分 100 分. 考试时间为 120 分钟. 要求写出解题过程, 否则不予分)

一 计算题 (满分 40 分, 每小题 8 分)

1 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{x^2}$.

2 求参变量表示的曲线 $\begin{cases} x = \cos t + t \sin t, \\ y = \sin t - t \cos t \end{cases}$ 上点 (x_0, y_0) 的法线到原点的距离.



CS 扫描全能王

3亿人都在用的扫描App

3. 求 $\int x \arctan x dx$.

4 设 $f(x)$ 有一个原函数 $\frac{\sin x}{x}$, 求积分 $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} x f'(x) dx$.

5 求积分 $\int \frac{dx}{1+\sin x}$.



二 (12分) 求 $I = \int_0^{\pi+1} f(x-1)dx$, 其中 $f(x) = \begin{cases} \sin \frac{x}{2}, x \geq 0 \\ x \arctan x, x < 0 \end{cases}$

三 (12分) 求 $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}}$.

四 (12分) 设积分 $I = \int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1+|\cos x|} dx$. 证明 $I = \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} \frac{\sin x}{1+|\cos x|} dx$ 并求 I 的值.



五 (12分) 设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[0,1]$ 上连续, 在开区间 $(0,1)$ 上可导, 且 $f(0) = f(1) = 0$.

证明对任何 $x_0 \in (0,1)$ 存在 $\xi \in (a,b)$ 使得 $f'(\xi) = f(x_0)$.

六 (12分) 已知函数 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上可导, 且 $f(x)$ 和 $f'(x)$ 没有公共零点. 证明在任何有限区间 $[a,b]$ 上 $f(x) = 0$ 根的个数只能有限.

