

2025 年春工科数学分析(下) 测验二

学号_____ 姓名_____

组别	第一页	总分
得分		

说明: 本卷共 1 页、20 题, 每题 1 分, 满分 20 分.

1. 设 $f(x, y, z) = \sqrt[3]{xyz}$, $l = (1, 2, 3)$, 则 $\left. \frac{\partial f}{\partial l} \right|_{(0,0,0)} =$ _____.
2. 设 $z = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$, 其中 $x = u + v, y = uv$. 在 $u = 1, v = 2$ 处, 函数 $z = z(u, v)$ 的微分为 $dz|_{(1,2)} =$ _____.
3. 设 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$, 则 $df|_{(0,0)} =$ _____.
4. 设函数 $z = f(xy, yg(x))$, 其中 f 二次连续可微, g 连续可微, 且 $g(x)$ 在 $x = 1$ 处取到极小值 0, 则 $z_{xy}(1, 1) =$ _____.
5. 设 $f(x, y) = \int_0^{xy} (e^{-t^2} + x) dt$, 则 $xf_x + yf_y =$ _____.
6. 设 $f(x) = \int_{\cos x}^{\sin x} e^{xt+t^2} dt$, 则 $f'(0) =$ _____.
7. 设 $f(x, y)$ 在原点可微, 且 $\left. \frac{\partial f}{\partial l_1} \right|_{(0,0)} = \left. \frac{\partial f}{\partial l_2} \right|_{(0,0)} = 2$, 其中 $l_1 = (1, 2), l_2 = (2, 1)$, 则函数 f 在原点的最大的方向导数为_____.
8. 设 $f(x, y) = x \sin x \ln(2x + y)$, 则 $\left. \frac{\partial^5 f}{\partial y^2 \partial x^3} \right|_{(0,1)} =$ _____.

9. 设 $\lambda > 0$ 是常数, 且曲面 $xyz = \lambda$ 与 $x^2 + y^2 + 4z^2 = 4$ 相切, 则 $\lambda =$ _____.
10. 曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 50, \\ x^2 + y^2 = z^2 \end{cases}$ 在点 $(3, 4, 5)$ 处的法平面方程为_____.
11. 曲面 $z = x^2 + \frac{y^2}{4} + 3$ 与平面 $2x - y + z = 0$ 的最近距离为_____.
12. 设方程组 $\begin{cases} x + y + z = 0, \\ x^2 + y^2 + z^2 = 1 \end{cases}$ 在点 $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}, 0\right)$ 附近确定了隐函数 $x = x(z), y = y(z)$, 则 $x''(0) + 2y'(0) =$ _____.
13. 函数 $f(x, y) = y \cos x - \frac{x}{y}$ 在 $0 \leq x \leq 1, 1 \leq y \leq 2$ 上的最大值为_____.
14. 函数 $f(x, y) = x^2 + 3y^2 - 2x$ 在 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} \leq 1$ 上的最小值与最大值的乘积为_____.
15. 设 $z = z(x, y)$ 是由方程 $x^2 - 6xy + 10y^2 - 2yz - z^2 + 18 = 0$ 确定的可微隐函数, 则 $z(x, y)$ 的极值为_____.
16. 设 $f(x, y)$ 满足 $f_x = \frac{1}{1 - xy} - \sin y$ 且 $f(1, y) = \sin y$, 则 $f(2, 2) =$ _____.
17. 在变量代换 $x = e^{u+v}, y = e^{u-v}, f(u, v) = z(x(u, v), y(u, v))$ 下, 关于 z 的微分方程 $x^2 z_{xx} + y^2 z_{yy} = 0$ 转化为关于 f 的微分方程的结果是_____.
18. 设 K 是常数, 并且对于任意 $x > 0, y > 0$ 恒有 $x^2 + y^2 \leq Ke^{x+y}$, 则 K 的取值范围为_____.
19. 设 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 > 1\}$, 记函数集合 $B = \{f \in C^1(D) | |\nabla f| \leq 1\}$, 则 $\sup_{f \in B} |f(-1, 1) - f(1, -1)| =$ _____.
20. 设 $f(x, y)$ 是定义在 $x > 0, y > 0$ 上的可微函数, 且 $df = \frac{x + \lambda y}{(x + 2y)^2} dx + \frac{4y}{(x + 2y)^2} dy$, 其中 λ 是常数, 则 $\lambda =$ _____.