



Instituto Superior de Ciências e Tecnologia de Moçambique
Licenciatura em Engenharia Informática
Ficha 5 Álgebra Linear e Geometria Analítica

1. Verificar quais dos seguintes conjuntos formam uma base

a) $A = \{(1,2), (3,5)\}$ do R^2

b) $B = \{(1,1,1), (1,1,0), (1,0,0)\}$ do R^3

d) $D = \{(1,2), (2,4)\}$ do R^2

e) $E = \{(4,5), (-2,3)\}$ do R^2

2. Dadas as bases:

$$A = \{(2,-1), (-1,1)\}, B = \{(1,0), (2,1)\}, D = \{(1,1), (1,-1)\}, G = \{(-1,-3), (3,5)\}$$

a) Calcular v_B , sabendo que $v_A = (4,3)$

b) Calcular v_A , sabendo que $v_B = (7,1)$

c) Calcular v_G , sabendo que $v_D = (2,3)$

3. Dadas as bases $A = \{(-1,2), (3,-1)\}$ e $B = \{(1,-1), (2,0)\}$

a) Determine a matriz de mudança de base de A para B.

b) Determine a matriz de mudança de base de B para A.

c) Calcule o produto das matrizes obtidas nas alíneas a) e b)

d) Faça uma conclusão da alínea c)

e) Se $v_A = (4,3)$, quais são as componentes na base B?

4. Se a matriz de mudança de base de B para A é $M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ e $v_B = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$, calcule v_A .

5. Se $T: R^2 \rightarrow R^3$ é uma transformação linear e $\vec{u} = (1,2)$, $\vec{v} = (-1,3)$ sabendo que

$T(u) = (2,-1,-2)$ e $T(v) = (-2,-4,-3)$, determine as coordenadas dos vectores:

a) $T(u+v)$

b) $T(2u-3v)$

6. Seja $T : R^2 \rightarrow R$ uma transformação linear, sabendo que $T(1,1) = 3$ e

$T(0,1) = -2$. Determine $T(x, y)$.

7. Seja $T : R^2 \rightarrow R^3$ uma transformação linear tal que $T(1,2) = (3, -1, 5)$ e $T(0,1) = (2, 1, -1)$. Determine $T(x, y, z)$

8. Seja $T : R^3 \rightarrow R^3$ uma transformação linear tal que $T(1,0,0) = (1,1,1)$,

$T(0,1,0) = (2, -1, 1)$ e $T(0,0,1) = (1,0,2)$. Determine $T(x, y, z)$

9. Dum operador linear $f: R^2 \rightarrow R^2$ sabe-se que: $f(1,0) = (2, -3)$ e $f(0,1) = (-4,1)$.

Determine $f(x, y)$

10. Se $T: R^3 \rightarrow R^2$ é uma transformação linear tal que:

$$T(u_1) = (1, -1), \quad T(u_2) = (1, 2) \text{ e } T(u_3) = (-3, -1)$$

a) Calcule as coordenadas do vector $T(u_1 - u_2 + 4u_3)$

b) Determine os valores de α e β de modo que $T(\alpha u_1 + \beta u_3) = (0, -8)$

11. Seja $f : IR^3 \rightarrow IR^2$ uma transformacao linear e

$B = \{v_1 = (0,1,0), v_2 = (1,0,1), v_3 = (1,1,0)\}$ uma base de IR^3 . Sabendo que $f(v_1) = (1, -2)$, $f(v_2) = (3, 1)$ e $f(v_3) = (0, 2)$ determinar: $f(5, 3, -2)$

12. Determine os valores e vectores próprios da matriz $A = \begin{bmatrix} -2 & 12 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$

13. Considere o operador linear definido a seguir $T : R^2 \rightarrow R^2, T(x, y) = (4x + 5y, 2x + y)$

a) Escreva a matriz canónica de T.

b) Determine os valores e os vectores próprios da matriz canónica.

14. Dada a matriz $A = \begin{bmatrix} 6 & -12 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

Determine os autovalores e autovectores e A