

ZADANIA NA OCENĘ – WSTĘP DO REKURENCJI

ZAD.1 Poniżej zdefiniowany jest pewien ciąg, którego kolejne wyrazy generowane są w sposób rekurencyjny:

$$a_n = \begin{cases} -1, & \text{dla } n = 1 \\ -a_{n-1} \cdot n - 3 & \text{dla } n > 1 \end{cases}$$

Napisz program, który znajdzie wartość n -tego wyrazu ciągu.

ZAD.2 Liczby Catalana to ciąg, który można wyrazić wzorem rekurencyjnym:

$$C_0 = 1$$
$$C_{n+1} = \frac{4n+2}{n+2} C_n.$$

Napisz program, który wypisuje wszystkie liczby Catalana mniejsze od miliona i podaje, ile jest wśród nich liczb parzystych i nieparzystych. Do określenia kolejnych wyrazów tego ciągu użyj funkcji określonej w sposób rekurencyjny.

ZAD.3 Napisz program obliczający wartość Symbolu Newtona dla podanych przez użytkownika liczb naturalnych n , k (pamiętaj, że $0 \leq k \leq n$). W programie wykorzystaj funkcję rekurencyjną obliczającą wartość silni z podanej liczby naturalnej

Symbol Newtona, współczynnik dwumianowy (dwumienny) Newtona – funkcja dwóch argumentów całkowitych nieujemnych, zdefiniowana jako

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad \text{dla } 0 \leq k \leq n,$$

gdzie $a!$ oznacza silnię liczby całkowitej nieujemnej a .

ZAD.4 Napisz program, który wczyta z pliku *dane.txt* ciąg liczb całkowitych i wypisze ten ciąg w odwrotnej kolejności. Do wykonania tego zadania ma być zdefiniowana funkcja rekurencyjna.

ZAD.5 Napisz program, który wyświetli przybliżoną wartość złotej proporcji (liczbę phi) dla poszczególnych sąsiadujących wyrazów ciągu Fibonacciego (przyjmijmy, że weźmiesz pod uwagę tylko wyrazy od 1 do 35). Do wykonania tego zadania wykorzystaj funkcję obliczającą wyraz ciągu Fibonacciego metodą rekurencyjną.

Złoty podział — określany też jako złota proporcja, podział harmoniczny i boska proporcja — to stosunek między dwoma liczbami, który w przybliżeniu wynosi 1,618. Zazwyczaj jest zapisywany jako grecka litera phi. Ma silne powiązanie z ciągiem Fibonacciego, czyli sekwencją liczb, w której każda następna liczba jest sumą dwóch poprzednich. Ciąg Fibonacciego zaczyna się od liczb 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21. Stosunek każdej kolejnej liczby do poprzedniej jest coraz bliższy wartości 1,618, czyli phi.