Praktisch Kirchoff

[2020-2021, door Marius Versteegen]

Inleiding

In het document “**Doorrekenen met Kirchoff**” wordt uitgelegd hoe je het gedrag van elk circuit kunt systematisch kunt doorrekenen met de volgende stappen:

- Voor alle takken **spanningsverschillen** in tekenen en benoemen.
- Voor alle takken **stromen** intekenen en benoemen.
- Voor alle mazen de **kirchoffse spanningsvergelijking** opstellen.
- Voor elk knooppunt (behalve ground) de **kirchoffse stroomvergelijking** op stellen.
- Voor elke component de **componentvergelijking** opschrijven.
- Voor het resulterende stelsel van vergelijkingen de **spanningen en stromen oplossen**.

Voor een circuit met 3 weerstanden gaat dat nog wel, maar voor grotere circuits wordt dat al gauw een vervelende boel rekenwerk.

In de meeste gevallen willen we gewoon “ongeveer” begrijpen wat een schakeling doet, zonder ons helemaal suf te rekenen.

Dat kunnen we doen door bovenstaande methode slim te kortwieken. In dit document wordt uitgelegd hoe je dat kunt doen, te weten met de volgende trucs:

- **Minder Kirchhoff**
- **Vervang deelschakelingen** (“Trappen”) met bekend gedrag.

Minder Kirchhoff

Zeg nu eens eerlijk allemaal. Willen we meer, of minder Kirchoff? (Minder! Minder! Minder!).
Daar kunnen we voor gaan zorgen:

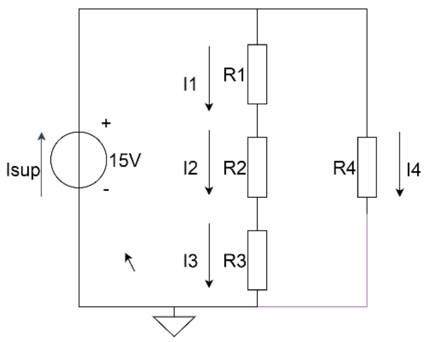
- Schrijf **geen stroomwet** van Kirchoff op:
  - Voor knooppunten die zich **niet vertakken**.
  - Voor een **spanningsbron** die **naar aarde** verbonden is.
    Dus ook niet voor de **uitgang van een ideale opamp**
- Schrijf **geen spanningswet** van Kirchoff op:
  - voor mazen met in een van de takken alleen een **stroombron**.
  - voor mazen die “**verkeerd**” langs een 2-poort lopen.
  - voor mazen met in een van de takken de **uitgangsspoort** van een **ideale opamp**.
- Schrijf direct componentvergelijkingen in:
  - **Als** je de **spanningswet** van Kirchoff toepast, schrijf de **verschilspanning** dan als het kan direct als stroom maal weerstand (of andere passieve impedantie).

In de volgende paragrafen wordt elk van deze tips geillustreerd.

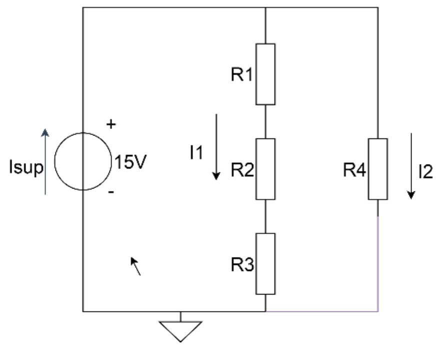
Schrijf geen stroomwet van Kirchoff op voor knooppunten die slechts 2 componenten verbinden

Noteer daarentegen een enkele stroom voor een serie takken zonder vertakking.

Voorbeeld:



Eenvoudiger is:

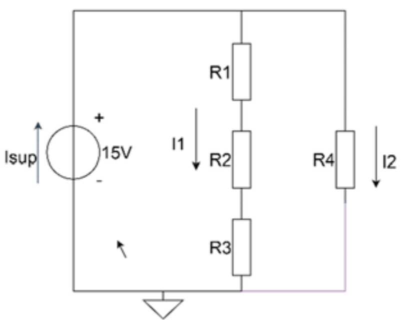


In het linker circuit hebben we braaf naast elke tak een andere variabele voor de stroom geintroduceerd. Als je vervolgens de stroomwet van Kirchoff toepast op knooppunten waar slechts 2 componenten mee verbonden zijn, zoals het knooppunt dat R1 en R2 verbindt, krijg je : I1=I2. Evenzo vind je: I2==I3. Dat die stromen gelijk zijn, hadden we ook wel zonder Kirchhoff kunnen bedenken: zonder aftakkingen moet de stroom overal gelijk zijn.

We kunnen daarom beter naast zo'n serie takken zonder aftakking een enkele stroom in het circuit intekenen (in dit voorbeeld is dat I1). We weten dan wel dat die stroom overal gelijk is.

Schrijf geen stroomwet van Kirchoff op voor spanningsbronnen die met aarde verbonden zijn

.. tenzij je geinteresseerd bent in de stroom die in zo'n spanningsbron loopt.



Neem nog eens het voorbeeld in de bovenstaande figuur. Het bovenste knooppunt vertakt zich. Normaal gesproken zou je daar dus een kirchhoffse stroomvergelijking voor opschrijven:
Isup = I1 + I2

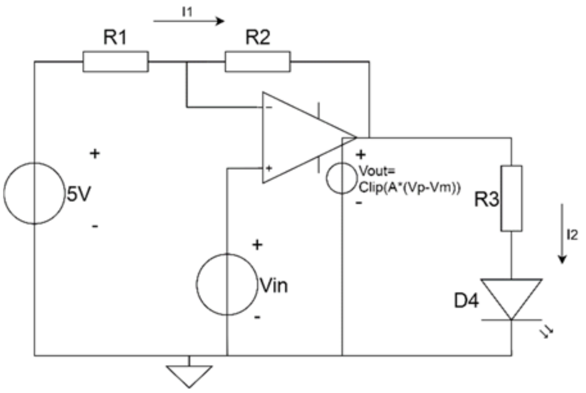
Maar dat is alleen zinvol als je geinteresseerd bent in de stroom die in die spanningsbron zelf loopt.

Immers: de vergelijking die die stroomwet aan het stelsel vergelijkingen toevoegt, voegt ook een onbekende toe: de stroom Isup. Het helpt dus niet om de overige onbekenden op te lossen.

We kunnen dus normaliter die kirchoffs stroomvergelijking (uit "geaarde spanningsbronnen") weglaten, en om dezelfde reden kunnen we het intekenen van stroom Isup weglaten.

Schrijf geen stroomwet van Kirchoff op voor uitgangen van opamps

Als we opamps benaderen door ideale opamps, gedraagt de uitgang ervan zich als een spanningsbron naar aarde, of de opamp nu teruggekoppeld is, of als comparator wordt gebuikt (de ideale opamp heeft een uitgangsspanning van Clip(A*(Vp-Vm)), met A=oneindig).
Zoals we eerder hebben gezien, hoeven we voor zo'n knooppunt geen stroomvergelijking op te schrijven.

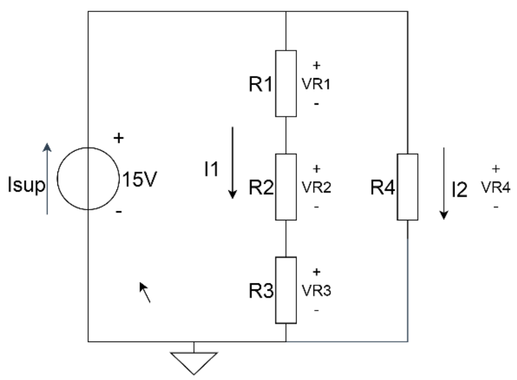


In het bovenstaande voorbeeld hoeven we dus **niet** de Kirchhoffse stroomvergelijking voor het knooppunt aan de uitgang van de opamp op te schrijven.

Verder zien we nog twee situaties waar de stroom zich niet vertakt, en kunnen we daar direct I1 en I2 opschrijven. (NB: in de inputs van een ideale opamp loopt geen stroom. Ofschoon de min-ingang van de opamp aan een "kruispunt" met 3 componenten is aangesloten, vertakt de stroom zich daar dus **niet**).

Als je de spanningswet van Kirchoff toepast, schrijf de verschilspanning dan als het kan direct als stroom maal weerstand (of andere passieve impedantie).

Dit laat zich het best toelichten met een voorbeeld:



Normaal gesproken noteer je langs elke tak een variabelenaam voor de bijbehorende verschilspanning.

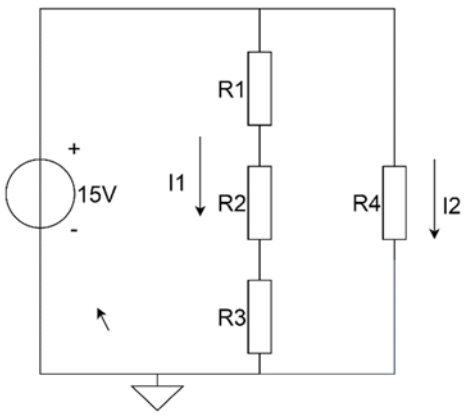
De kirchhoffse spanningsvergelijking voor de linkse lus zou er dan zo uit zien:
15V – VR1 - VR2 - VR3 = 0

Daarnaast zouden we nog de bijbehorende componentvergelijkingen moeten uitschrijven:
VR1=I1*R1, VR2 =I1*R2, VR3 = I1*R3

Als we dat invullen in de kirchhoffse spanningsvergelijking voor de linkse lus, krijgen we:
15V – I1*R1 – I1*R2 – I1*R3 = 0

Dat hadden we ook wel in een keer meteen kunnen doen. We tekenen dan **niet** VR1 tm VR4 in het schema in, maar vullen direct de componentvergelijking in wanneer we zo'n spanningsval tegenkomen. Dus ipv VR1 meteen I1*R1, ipv VR2 meteen I1*R2, etc.

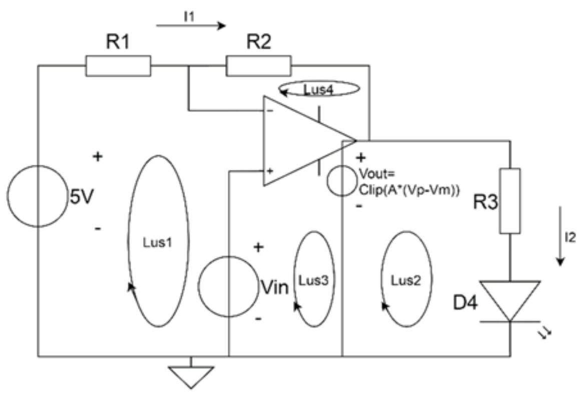
De onderstaande variant van het schema (zonder VR1 tm VR4 ingetekend) volstaat daarvoor dus:



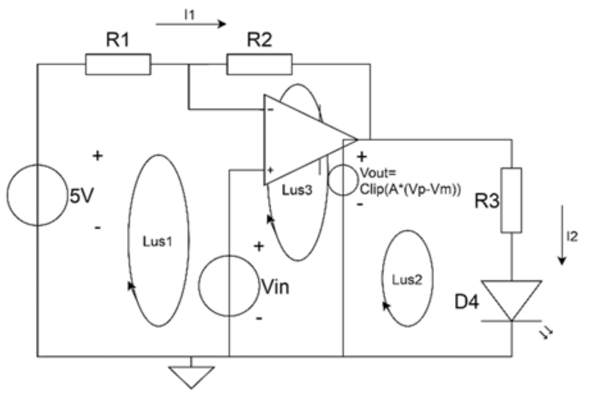
Schrijf geen spanningswet van Kirchoff op voor mazen die "verkeerd" langs een 2-poort lopen

We kennen verschillende 2-poort componenten. De spanning en stroom van de ene "poort", bestaande uit 2 contacten hebben dan een relatie met de spanning en stroom van de andere "poort".

Een voorbeeld daarvan is de ideale opamp. De inggangspoort bestaat uit 2 spannings-ingangen.
De uitgangspoort bestaat uit de twee uiteinden van de uitgangsspanningsbron.



Voor dit voorbeeld zagen we eerder al dat we geen Kirchoffse stroomvergelijking hoeven op te schrijven. Er zijn nu naief 4 Kirchhoffse spanningslussen ingetekend. De lussen 3 en 4 zijn echter niet efficient: Lus 3 bevat de verschilspanning tussen Vout en Vin. Dat zijn 2 contacten die bij verschillende poorten van de 2 poort horen. Hetzelfde geldt voor lus 4. Die twee lussen kunnen we dus beter niet gebruiken. Maar als we dat niet doen, loopt er geen lus meer langs R2. Langs elke poort en component moet wel een lus lopen. Voor de lus langs R2 kunnen we kiezen voor lus3 in het onderstaande schema: dat is de lus waarin beide poorten van de opamp volledig voorkomen (dat mag dus wel). Alternatief had gekozen kunnen worden voor bijvoorbeeld de lus 5V,R1,R2,Vout of de lus 5V,R1,R2,R3,D4 of de lus Vin,R2,R3,D4.



Met deze 3 kirchhoffse spannings vergelijkingen beschrijven we dus de hele schakeling:

(1) +5V -I1*R1 -0 -Vin = 0
(2) +Vout -I2*R3 -Vd = 0
(3) Vin +0 -I1*R2 = Vout

I1, I2 en Vout zijn de 3 onbekenden, die we kunnen oplossen door bovenstaande eenvoudige stelsel op te lossen. NB: de 0 is het spanningsverschil over de ingang van de ideale opamp. We vullen daar dus ook meteen 0 voor in.

Je ziet dat in lus 1 maar 1 onbekende zit (I1).
Die kun je dus makkelijk oplossen: I1=(5V-Vin)/R1

In de vergelijking van lus 3 (3) kunnen we die substitueren. We krijgen dan:
Vout = Vin –(5V-Vin)*R2/R1

Als we nog geinteresseerd zijn in I2, kunnen we dat nog subtitueren in (2).

Twee varianten

Deze schakeling komt typisch in twee varianten voor.
Bij een variant wordt in plaats van de 5V 0V wordt gebruikt. De formule wordt dan:
Vout = Vin (1+R2/R1)

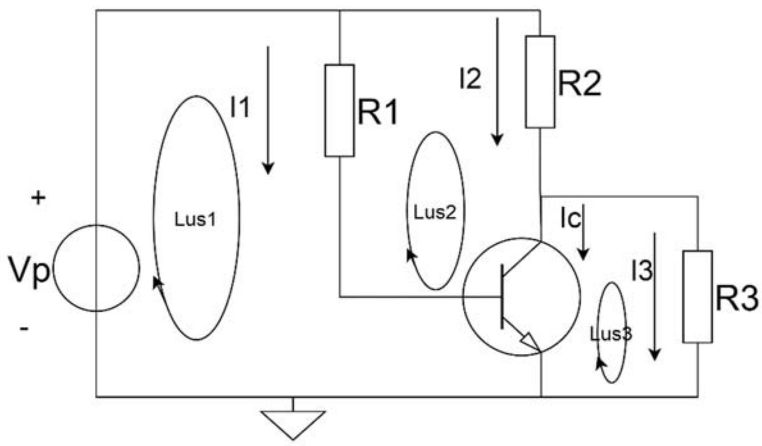
De schakeling is dan een “**positieve versterkingstrap**”.

Bij een andere variant wordt in plaats van Vin 0V gebruikt, en in plaats van 5V Vin. De formule wordt dan:
Vout = 0 - (Vin-0)*R2/R1 <->
Vout = - Vin*R2/R1

De schakeling is dan een "**negatieve versterkingstrap**".

Schrijf geen spanningswet van Kirchoff op voor mazen die lopen langs een tak met alleen een stroombron

In onderstaande schakeling kunnen we naief 3 spanningslussen tekenen:

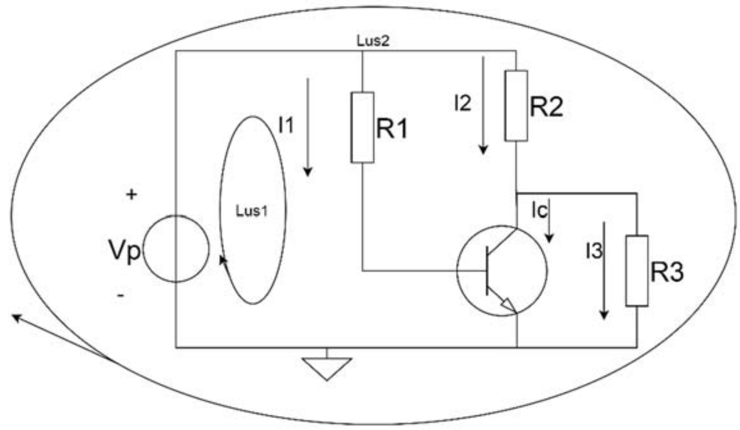


Lus 2 is **niet** handig gekozen, omdat de spannings-stap tussen de collector en de basis van de transistor contacten van 2 verschillende poorten van de transistor betreft.
(de ingangspoort van een npn is het tuple basis,emitter en de uitgangspoort van een npn is het tuple emitter, collector). Bij een eerdere regel hebben we al gezien dat we zo'n lus niet intekenen.
Lus2 vervalt dus.

Ook Lus3 is **niet** handig gekozen, omdat die de spanningsstap van de emitter naar de collector van de npn bevat. De npn heeft echter tussen collector en emitter een (gestuurde-) stroombron zitten. Zijn componentvergelijking zegt dus alleen iets over de stroom, en niets over de spanning.
Als we de kirchhoffse spanningsvergelijking van Lus3 zouden opschrijven, zouden we dus 1 vergelijking erbij krijgen, maar ook een onbekende (vce). Daar schieten we dus niet veel mee op.

Lus 3 schrappen we daarom ook.

Wat er overblijft, namelijk lus 1 gaat echter niet langs alle takken: R2 en R3 zijn nog niet voorzien. We hebben dus een extra lus nodig. Een goede keus is Lus2 uit het **onderstaande** schema: die loopt langs R2 en R3, en voldoet verder aan de "properheidscriteria" (geen stroombron of "verkeerde" poort).



De vergelijkingen van dit circuit worden dus:

(1) I2 = Ic + I3
(2) Vp – I1*R1 -Vd = 0
(3) Vp – I2*R2 – I3*R3 = 0
(4) Ic = I1*beta

NB: Net als dat de componentvergelijkingen van de weerstanden meteen worden ingevuld in de kirchoffse spanningslus vergelijkingen, hadden we hetzelfde kunnen doen met de componentvergelijking van de transistor (Ic = beta* Ib = beta * I1).
Dus niet Ic intekenen, en (4) meteen al in (1) invullen, zodat we starten met slechts 3 vergelijkingen:

(1) I2 = I1*beta + I3
(2) Vp – I1*R1 -Vd = 0
(3) Vp – I2*R2 – I3*R3 = 0

En 3 onbekenden: I1, I2 en I3.

Bekende structuren vervangen door eenvoudig model

Een andere manier om sneller het gedrag van circuits te doorgronden, is het gebruiken van bekende formules voor bekende deelcircuits.

Meer daarover is te vinden in het document “Trappen en Structuren”.