



数学建模培训课程论文

数学建模算法应用

班级：21光电子2班

姓名：田博松

学号：202111040246

序号：143

大组别：A

小组成员：田博松

2023年 7月

**摘要**

本文从FAST主动射面形状的调节问题出发，考虑变形目标的基本要求，通过分析反射面板的调节过程与工作原理，针对目标问题，考虑反射面板调节因素，确立了当待观测天体𝑆位于基准球面正上方时的理想抛物面。

对于问题一，首先根据题目中对理想抛物对称轴和焦点的要求，得出了理想抛物面中参数之间的关系、参数的取值区间、精度等信息。在考虑到促动器安装的空间特点，能够按照等分一定区域的圆心角的方法，设计了能模拟促动器分布，估计促动器伸缩量的模型，并且通过该模型判断抛物面是否满足促动器径向伸缩范围为的要求，并且以促动器的最小伸缩量的总和作为评判指标是否满足的抛物面，找到最小伸缩量所唯一对应的抛物面，作为理想抛物面的求解，最终得到的理想抛物面的方程为：

**关键词：射电望远镜 主动反射面 理想抛物面**

**一、问题重述**

500米口径球面射电望远镜FAST（Five-hundred-meter Aperture Spherical radio Telescope，简称 FAST），是我国具有自主知识产权的目前世界上单口径最大、灵敏度最高的射电望远镜。它的落成启用，对我国在科学前沿实现重大原创突破、加快创新驱动发展具有重要意义，推动着众多科学领域的发展。

FAST中的反射面调节是通过下拉索与促动器配合使球冠状的反射面形成旋转抛物面，来实现汇集电磁波的目的。

问题一：当待观测天体𝑆位于基准球面正上方，考虑反射面板调节因素，确定理想抛物面。

问题二：当待观测天体𝑆位于𝛼 = 36.795°, 𝛽 = 78.169°时，确定理想抛物面。并求出理想抛物面的顶点坐标和调节后反射面 300 米口径内的主索节点编号、位置坐标、各促动器的伸缩量等结果。

问题三：在问题二的基础上，计算调节后馈源舱的接收比，并与基准反射球面的接收比作比较。

**二、问题分析**

**2.1问题一分析**

针对问题一，首先要求得以SC为轴，以P为焦点的抛物面满足的条件。然后估计促动器伸缩程度，判断抛物面是否满足所有促动器的伸缩范围在

-0.60.6m之间，同时考虑面板调节各因素，如：促动器伸缩量的平均值、促动器伸缩量的最大值并与符合题目要要求的抛物面进行比较，求出理想抛物面。

**2.2问题二分析**

由于反射面板的形状不为抛物面的一部分，不能经过调节使300m内反射面的形状为标准的抛物面，观测某一方位角的星体S时，可将问题一中所求的理想抛物面旋转至抛物面的顶点、球心C、星体S共线，得到新的抛物面方程。再将主索节点移动到新抛物面上，通过在每个节点附近取统计点，计算统计点与新抛物面的有向距离的平均值，反向移动，进行调整，选取评估标准，以此来确立最优解。

**2.3问题三分析**

通过问题二，得到反射面板的位置信息，由此求得反射面板在入射法平面上的投影面积、反射信号在接收信号平面上形成的图形面积，通过蒙特卡洛法求该形成图形与接收信号有效区域的交集的面积，评估发射面板接收信号量、反射面板反射信号量、反射面板反射信号被接受的量，计算所有面板和此时的接受比。

**三、符号说明**

|  |  |
| --- | --- |
| **符号** | **说明** |
|  | 被观测的天体 |
|  | 基准反射球面球心 |
|  | 反馈仓中心坐标 |
|  | 基准反射球面半径 |
|  | 焦径比 |
|  | 被观测天体方位角 |
|  | 被观测天体仰角 |
|  | 旋转轴上促动器伸缩量 |
|  | 圆心角 |
|  | 最大径向偏离差 |
|  | 总径向偏离差 |
|  | 焦距 |

**四、模型假设**

1.电磁波信号平行入射到反射面上。

2.所有的电磁波信号均沿直线传播，不考虑电磁波的衍射效应。

3.不考虑电磁波信号在反射面多次反射的情况。

4.在模型中不考虑力学因素的影响，仅考虑集合因素

5.主索节点坐标与反射面板顶端坐标相同。

**五、模型建立与求解**

**5.1问题一：理想抛物面的求解与分析**

**5.1.1数据处理**

FAST的工作原理为反射面板将平行电磁波反射汇聚到有效区域，其反射面的形状为旋转抛物面，转轴与入射光线平行，汇聚点为旋转抛物面的焦点。

根据附件二和附件三中给出的促动器的锚点、顶端、主索节点的编号与坐标，可以将锚点、顶端、主索节点相互对应，其中、与

之间的夹角,为

其中本题中大部分教教的弧度值都低于，可以认为所有节点都满足促动器的锚点、顶端、主索节点三点共线。因此所有主索节点的调整方向都是节点关于基准球的径向，并定义使节点远离求新的调整方向为负值，靠近的方向为正值。

**5.1.2理想抛物面的确定**

理想抛物面和球面关于坐标轴Z轴对称，可以选择过对称轴Z轴的二维界面进行考察。

其中理想抛物面必须满足如下条件：

1. 理想抛物面的对称轴为SC。
2. 理想抛物面将入射的平行电磁波聚焦在交点上的定点P。
3. 理想抛物面对应的促动器的伸缩量伸缩范围在-0.60.6m之间。

基准球面与SC的交点为一主索节点，其坐标为(0,0,-300.4)，假设理想抛物面的顶点坐标为(0,0,-300.4+l)，l为主索节点的移动量，其中-0.60.6。抛物面顶点与P点的距离为F-l，因此抛物面的焦距为F-l。

则，抛物面的方程为

可以通过在截面上，抛物面口径300m内，按照一定圆心角,逐个圆心角取镜像。在对应的径向上计算球心和基准球面、抛物面的距离差，用距离差体现促动器伸缩量，用体现促动器的数量。

因此得到最大径向偏离差

总径向偏离差水平

由上述限制条件可知，。

考虑到平面直角坐标系下，求解抛物线上的点与元之间的径向距离较为繁琐，采取建立以抛物线焦点为极点，Z轴正向为极轴的坐标轴，理想抛物面的表达式如下

其中是抛物线上点的极坐标，是从上述限制条件得知的结论。

**5.1.2理想抛物面的求解**

由附件四可知，本题中精度的最大容忍度为，将待求变量按的步长遍历，其中每一个值唯一对应唯一的一条抛物线。

其中抛物线需满足一下约束条件

对于第二类理想抛物面，在范围内的任意内，由

由此可解得任意所对应的和最小的，以及其对应的,第二类理想抛物面的方程为

第二类理想抛物面的,其曲面方程为

理想抛物面的可视图如下

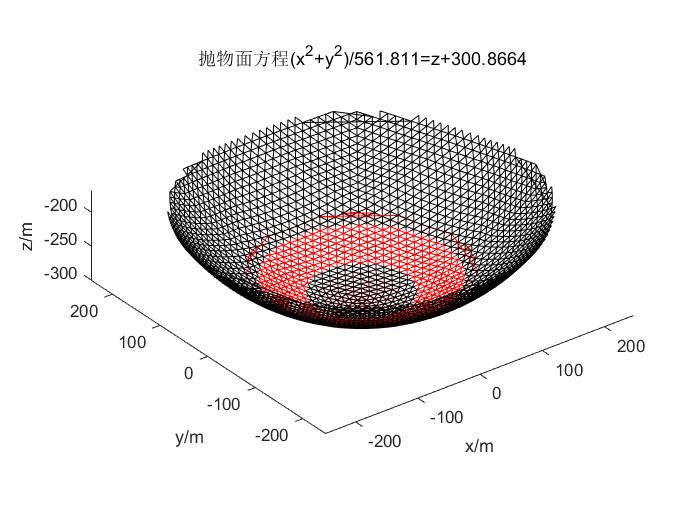


图 1 理想抛物面

**六、模型评价**

**6.1模型优点**

理想抛物面的求解模型的指标选取合理，以最小促动器伸缩量为最优抛物面指标，根据精度要求对的取值区间进行遍历，保证了求解精度，避免了对每个促动器进行计算，减小运算量。

**6.2模型缺点**

求解理想抛物面仅考虑300m口径内的促动器伸缩量，实际上由于边缘处抛物面与基准球面的不重合，未考虑到300m以外的促动器也需进行伸缩。

**6.3模型改进**

求解理想抛物面时考虑300m口径外周围面板所受影响，并将其划入理想抛物面的评价。

**七、参考文献**

[1]南仁东.500m球反射面射电望远镜FAST[J].中国科学G辑:物理学、力学、天文学,2005(05):3-20.

[2]朱丽春.500米口径球面射电望远镜(FAST)主动反射面整网变形控制[J].科研信息化技术与应用,2012,3(04):67-75.

**八、附录**

clear;clc

Ymax=zeros(1,1200);

Ysum=zeros(1,1200);

Theta\_i=zeros(1,1200);

for i =1:1200

syms theta

R=300.4;

x=0.446\*R-0.6+0.001\*i;

aR=R-0.466\*R;

rho=2.\*x./(1-cos(theta));

Y=sqrt(rho^2+aR^2-2\*aR\*rho\*cos(theta));

r=rho.\*sin(theta);

deltaTheta=abs(double(solve(r-150,theta)));

Theta\_i(i)=deltaTheta;

Theta=abs(deltaTheta):0.05:2\*pi-abs(deltaTheta);

Rho=2.\*x./(1-cos(Theta));

Y2=abs(R-sqrt(Rho.^2+aR.^2-2.\*aR.\*Rho.\*cos(Theta)));

YMax(i)=max(Y2);

YSum(i)=sum(Y2.\*2\*pi\*R./sqrt(Rho.^2+aR.^2-...

2.\*aR.\*Rho.\*cos(Theta)).\*abs(Rho.\*sin(Theta)));

max(Y2)

end

index\_Max=find(YMax==max(YMax));

p1=0.466\*R-0.6+0.001\*index\_Max

index\_Sum=find(YSum==max(YSum));

p2=0.466\*R-0.6+0.001\*index\_Sum