



UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE SISTEMAS Y AUTOMÁTICA

## **TESIS DE MÁSTER**

### **DISEÑO Y SIMULACIÓN DE UN PROTOTIPO DE CUELLO ROBÓTICO**

Autor: Nagua Cuenca Luis Fernando

Directores: D. Concepción Alicia Monje Micharet

MÁSTER OFICIAL EN  
ROBÓTICA Y AUTOMATIZACIÓN

LEGANÉS, MADRID

MARZO 2018



UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID  
MÁSTER OFICIAL EN ROBÓTICA Y AUTOMATIZACIÓN

El tribunal aprueba la tesis de Master titulada "**Diseño y simulación de un prototipo de cuello robótico**" realizado por **Nagua Cuenca Luis Fernando**.

Fecha: Marzo 2018

Tribunal: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
Santiago Garrido

\_\_\_\_\_  
Dolres Blanco

\_\_\_\_\_  
Dorin Copaci



# Agradecimientos

A Dios por darme sabiduría y fuerza en todo momento.

A mis padres por su dedicación y perseverancia, he podido llevar una vida normal. A mis hermanos porque han sido el complemento dentro de mi vida.

A mi familia en general, en especial la de España por su atención en todo momento.

Y por ultimo tanto a mis compañeros como al personal académico del máster, en especial a Concha por ser un gran apoyo para realizar este trabajo.

*“A veces las personas que todos piensan que no harán nada son las que hacen cosas que nadie había imaginado”*

*Anónimo*



# Resumen

El presente trabajo de fin de Master tiene como finalidad implementar un prototipo de cuello robótico de dos grados de libertad. Principalmente se pretende investigar, estudiar y diseñar un mecanismo que permita simular los movimientos de un cuello humano, concretamente los movimientos de flexión, extensión y doblado lateral. Para obtener estos movimientos se realiza el diseño basándose en un mecanismo de cables conductores validándolo en un software CAD, mediante el cual permitirá obtener el bosquejo de los componentes que conforma el cuello flexible y posteriormente su fabricación en una impresora 3D.

Otro aspecto importante para el desarrollo del proyecto es el peso de carga que puede soportar el cuello flexible soportar, para dimensionar los motores que se necesitan para el funcionamiento del mecanismo paralelo. Además, se realiza el análisis del modelo matemático del sistema que permitirá abordar en un futuro el problema de control del prototipo.



# Abstract

The purpose of this paper is to design a soft robotic neck prototype with two Degrees of Freedom (DOF). It is mainly aimed to investigate, study and design a mechanism that allows to simulate the movements of a human neck, concretely the movements of flexion, extension and lateral bending. To achieve these movements, the design is made based on a cable-driven mechanism, validating the design of spring, through which it will be possible to obtain the sketch of the components that make up the soft neck and then its manufacture in a 3D printer.

Another important aspect for the development of the project is the load weight that the soft neck can support, in order to size the motors that are needed for the operation of the parallel mechanism. In addition, the analysis of its mathematical model of the system is carried out, which will be later necessary for approaching the control problem.



# Índice general

<b>Agradecimientos</b>	v
<b>Resumen</b>	VII
<b>Abstract</b>	IX
<b>Índice de Tablas</b>	XIII
<b>Índice de Figuras</b>	XVI
<b>1. Introducción</b>	1
1.1. Cuello Humano . . . . .	1
1.2. Mecanismos accionados por cables . . . . .	2
1.3. Motivación . . . . .	4
1.4. Objetivos . . . . .	5
<b>2. Estado del arte</b>	7
2.1. Cuellos robóticos en serie . . . . .	8
2.2. Cuellos robóticos en paralelo . . . . .	8
2.3. Aplicaciones . . . . .	10

<b>3. Diseño del prototipo</b>	<b>19</b>
3.1. Mecanismo paralelo conducido por cable (CDPM) . . . . .	20
3.1.1. Estructura general del CDPM . . . . .	20
3.1.2. Manipuladores totalmente paralelos. . . . .	22
3.2. Sistema Mecánico . . . . .	25
3.2.1. Diseño del resorte . . . . .	25
3.2.2. Fuerza de tensión del cable . . . . .	27
3.3. Sistema Eléctrico . . . . .	36
3.3.1. Dimensionamiento del motor . . . . .	36
3.3.2. Selección del motor . . . . .	38
3.4. Prototipo Paralelo . . . . .	42
3.4.1. Especificaciones generales del prototipo . . . . .	43
3.4.2. Diseño de elementos mecánicos . . . . .	46
3.4.2.1. Base de montaje . . . . .	46
3.4.2.2. Base móvil . . . . .	47
3.4.2.3. Base fija . . . . .	47
3.4.2.4. Acople del motor . . . . .	48
3.4.2.5. Polea . . . . .	48
3.4.2.6. Acople giratorio . . . . .	48
3.4.3. Material de los componentes mecánicos . . . . .	49
<b>4. Modelo Matemático</b>	<b>53</b>
4.1. Configuración del mecanismo . . . . .	53
4.1.1. Condición del mecanismo. . . . .	57
4.2. Matriz de rotación. . . . .	58
4.3. Análisis estático y de la cinemática inversa . . . . .	61
4.3.1. Ecuaciones de equilibrio de fuerza y momento . . . . .	63
4.3.2. Ecuaciones de pandeo lateral para un resorte . . . . .	65

<b>5. Validación y Simulación</b>	<b>69</b>
5.1. Validación del resorte . . . . .	69
5.2. Implementación del modelo matemático del sistema . . . . .	71
5.3. Simulación del modelo matemático . . . . .	72
5.4. Diagrama de Control . . . . .	77
<b>6. Conclusiones y trabajos futuros</b>	<b>83</b>
6.1. Conclusiones . . . . .	83
6.2. Trabajos futuros . . . . .	85
<b>Bibliografía</b>	<b>87</b>
<b>A. Programa para calcular la fuerza de un cable</b>	<b>93</b>
A.1. Programa: ecu.m . . . . .	93
A.2. Programa: cablefuerza.m . . . . .	95
<b>B. Tabla A Resultados del sistema de ecuaciones del (3.14) al (3.21).</b>	<b>97</b>
<b>C. Funciones para Simulink</b>	<b>99</b>
C.1. Programa: modelo mat.m . . . . .	99
C.2. Programa: estatico.m . . . . .	101
C.3. Programa: cinversa.m . . . . .	101
C.4. Programa: draw.m . . . . .	103
C.5. Programa: offtheta.m . . . . .	105
C.6. Programa: drawfinal.m . . . . .	105
<b>D. Planos</b>	<b>109</b>
<b>E. Datos técnicos del motor DC (RE 273762) y de la Reductora (GP 32 166155)</b>	<b>119</b>



# Índice de Tablas

3.1. Propiedades mecánicas de algunos alambres para resorte [1] . . . . .	28
3.2. Datos para calcular el diámetro del resorte D . . . . .	28
3.3. Constantes del resorte . . . . .	34
3.4. Parámetro para la transmisión mediante grúa . . . . .	38
3.5. Características del motor RE 273762 . . . . .	41
3.6. Características del Reductor planetario GP 32 166155 . . . . .	42
3.7. Elementos del cuello robótico . . . . .	44
3.8. Especificaciones generales del prototipo . . . . .	44
5.1. Tabla de resistencia para acero ASTM A228 [2] . . . . .	70



# Índice de figuras

1.1. Movimientos de cuello humano . . . . .	2
2.1. Partes de la columna vertebral . . . . .	8
2.2. Robot humanoide con cuello de 2DOF . . . . .	9
2.3. Cuello humanoide de 4 barras de 2 DOF. . . . .	11
2.4. Cabeza androide de Albert HUBO de 3 DOF. . . . .	12
2.5. Cabeza del robot-Cub de 3 DOF. . . . .	13
2.6. Cuello del robot WE-4 con 4DOF. . . . .	14
2.7. Cuello humano inspirado en un mecanismo paralelo conducido por cables de 3 DOF. . . . .	15
2.8. Cuello humano del robot SAYA. . . . .	16
2.9. Cuello humanoide con mecanismo paralelo accionado con cables conductores. . . . .	17
2.10. Configuración del Hybrid III para impactos frontales . . . . .	18
3.1. Esquema de las estapas de diseño . . . . .	20
3.2. Configuración general de un mecanismo conducido por cables (CDPM) . . . . .	21
3.3. Manipulador paralelo planar de 3DOF. [3] . . . . .	23

3.4. (a) Gráfico asociado con el manipulador que se muestra en la figura 3.3 (b) un árbol de expansión y (c) los bucles independientes correspondientes. [3] . . . . .	23
3.5. Manipuladores totalmente paralelos.[3] . . . . .	24
3.6. Bosquejo general del mecanismo paralelo. . . . .	25
3.7. Diseño del resorte a utilizar. . . . .	27
3.8. Modelo de la flexión lateral del CDMP [4] . . . . .	30
3.9. Herramienta Curve Fitting Tool de Matlab. . . . .	35
3.10. Trasmisión mecánica de traslación para un motor DC. . . . .	37
3.11. Transmisión mediante grúa. . . . .	37
3.12. Transmisión mediante grúa. . . . .	39
3.13. Motor DC: Gama RE . . . . .	39
3.14. Motor DC: Gama RE-max . . . . .	40
3.15. Motor DC: maxon DCX Motor . . . . .	40
3.16. Reductora: GP 32 166155 . . . . .	42
3.17. Esquema funcional de prototipo . . . . .	43
3.18. Configuración del cabrestante . . . . .	45
3.19. Base de montaje . . . . .	46
3.20. Base móvil . . . . .	47
3.21. Base fija . . . . .	48
3.22. Acople del motor . . . . .	49
3.23. Polea . . . . .	49
3.24. Polea . . . . .	50
3.25. Impresora 3D ZMorph 2.0 SX. . . . .	51
 4.1. Diagrama esquemático del CDPM . . . . .	54
4.2. Vista superior de la base fija. . . . .	55
4.3. Vista superior de la plataforma móvil. . . . .	56
4.4. Ángulos de Euler modificados que definen la orientación de la plataforma [5]. . . . .	59

4.5. Solución del modelo matematico del cuello robótico . . . . .	62
4.6. Sistema de equilibrio de fuerzas y momentos . . . . .	64
5.1. Estudio de tensión del resorte. . . . .	70
5.2. Zona de tensión maxima del resorte. . . . .	71
5.3. Diagrama de la cinemática inversa. . . . .	72
5.4. Diagrama de bloque para simulación del cuello robótico . . . . .	73
5.5. Modelo Simulink del cuello robótico. . . . .	74
5.6. Gráfica del mecanismo simulado. . . . .	75
5.7. Simulación de movimientos. . . . .	76
5.8. Angulo de inclinación máxima teórica (40°) . . . . .	77
5.9. Diagrama de Control general de un Motor DC . . . . .	78
5.10. Diagrama de Control de un Motor DC con Kp=1 . . . . .	79
5.11. Modelo Simulink con Sistema de Control . . . . .	80
5.12. Respuesta temporales de posición del Motor1, Motor2 y Motor3 para Kp=1 . . . . .	81
C.1. Simulación del mecanismo teórico y del controlado. . . . .	106

# Capítulo 1

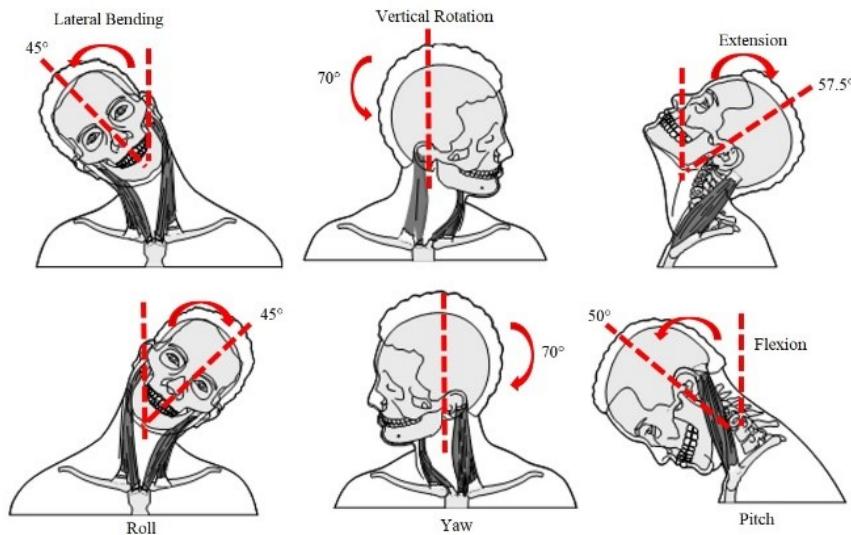
## Introducción

Basándose en los movimientos del cuello humano se realizará un análisis de los diferentes mecanismos que permitirán emular los movimientos de un cuello, dando énfasis que el prototipo debe ser tamaño pequeño, fácil ensamblaje y de fácil transportabilidad.

### 1.1. Cuello Humano

La dimensión media del cuello humano lo establece [6], donde la circunferencia media del cuello varía de 36.5 a 40.6 cm. Mientras tanto, la longitud media del cuello varía de 8,3 a 8,5 cm. Los movimientos del cuello humano incluyen flexión / extensión (pitch), rotación vertical (yaw) y flexión lateral (roll rotation) [7]. Todos estos movimientos se muestran en la Figura 1.1.

El movimiento de flexión con un rango canónico de  $50^{\circ}$  permite que la cabeza se doble hacia adelante, mientras que la extensión tiene un alcance de  $57.5^{\circ}$  asegura que la cabeza se incline hacia atrás. Estos dos movimientos permiten la rotación más bajo del cuello. La rotación vertical del cuello describe como gira la cabeza hacia la derecha y hacia la izquierda. El rango de rotación es de  $70^{\circ}$ , comenzando desde el eje principal de la cabeza. La flexión lateral es el



**Figura 1.1: Movimientos de cuello humano**

movimiento que permite que la cabeza se doble hacia el hombro. El ángulo de flexión lateral del movimiento es de 45° [8].

## 1.2. Mecanismos accionados por cables

Los manipuladores de robótica, como muchas otras tecnologías, están inspirados en los seres humanos. La idea del brazo humano pudo haber sido una de las primeras motivaciones para que los investigadores desarrollen manipuladores de estructura seriada para mejorar la capacidad de un ser humano para una manipulación más eficiente de los objetos. Además, los errores del actuador, en los manipuladores seriales, se acumulan y, por lo tanto, la precisión de posicionamiento es relativamente pobre. La naturaleza ya ha resuelto estos problemas con otra configuración inspirada en otras partes del cuerpo humano tales como el cuello y el ojo que se controlan con varios músculos que trabajan en paralelo.

Los humanos usan tres dedos en paralelo para movimientos rápidos y de

alta precisión, como la escritura. Un manipulador paralelo es una solución alternativa para aplicaciones que requieren una gran capacidad de carga y un posicionamiento preciso. En estos manipuladores, dado que los actuadores funcionan en paralelo, la carga se comparte y el error no se acumula. Además, la rigidez de tales manipuladores es significativamente mejor que la de los robots en serie. Sin embargo, estos manipuladores son más complejos de analizar y diseñar, y tienen una relación de espacio de impresión de área de trabajo relativamente más grande.

Los robots basados en cables poseen varias ventajas [9] sobre los mecanismos convencionales de uniones rígidas en serie o paralelo, que incluyen:

1. **Espacio de trabajo grande:** Un torno activo puede proporcionar una gama grande de cambio de longitud. Esto facilita la construcción de manipuladores para espacios de trabajo muy grandes que otros robots no pueden obtener.
2. **Baja inercia:** los materiales proporcionan su mayor relación de resistencia a masa cuando están bajo carga de tracción. El uso de cables, que solo pueden estar en tensión, maximiza el uso de la resistencia del material y, por lo tanto, reduce la masa y la inercia del manipulador. La baja inercia es deseable en muchas aplicaciones, incluida la robótica de alta velocidad / aceleración.
3. **Simplicidad en la estructura:** los cables simplifican la estructura del robot al utilizar la flexibilidad como uniones cinemáticas reduciendo el costo de fabricación al minimizar el proceso de mecanizado.
4. **Reconfiguración y transportabilidad:** los ensamblajes del mecanismo pueden simplemente reubicarse para re configurar y ajustar el espacio de trabajo de un manipulador accionado por cable. La facilidad de montaje / desmontaje de estos manipuladores también facilita su transporte y configuración rápida.
5. **Actuación completamente remota:** utilizando un manipulador totalmente movido por cable, todos los actuadores y partes sensibles están ubicados lejos del efecto final y el área de trabajo real.

Aunque los robots de cable tienen un gran potencial para muchas aplicaciones de robótica, su presencia comercial en la industria es muy limitada. Esto se debe a varios desafíos en su diseño y análisis, que se debe principalmente al hecho de que los cables son elementos de fuerza unilaterales, es decir, solo pueden tirar pero no empujar.

### 1.3. Motivación

En este trabajo de investigación se propone un mecanismo blando robótico conducido por cables con el propósito de crear más tarde robots humanoides más blandos que cumplan con las características de simplicidad, accesibilidad y seguridad. El propósito de este eslabón suave es incorporarse en varias partes del robot humanoide TEO, como brazos, cuello y columna vertebral, bajo las limitaciones de escalabilidad, controlabilidad de su rigidez e integrabilidad. El primer paso hacia este objetivo es el análisis de diseño y rendimiento de un prototipo de eslabón blando que trabaje como un cuello, con definición de su material y de su sistema de actuación.

En el caso de la robótica humanoide, y frente a un diseño rígido, un robot de eslabones (no articulaciones) blandos presenta las siguientes ventajas principales:

- Simplicidad del diseño, con una arquitectura sub-actuada sin necesidad de aumentar el número de grados de libertad;
- Aumento de la accesibilidad y adaptabilidad a entornos complejos, con un control postural que difícilmente puede ser implementado en robots rígidos;
- Interacción más segura con personas y el entorno, con un alto nivel de absorción de los posibles impactos aumentando su estabilidad.

## **1.4. Objetivos**

- Investigar el estado del arte con respecto a los cuellos robóticos existentes.
- Diseñar un cuello robótico blando de 2DOF con un ángulo máximo de inclinación de 40° bajo criterios de simplicidad, flexibilidad y transportabilidad. e inspirado en la estructura del cuello humano, utilizando un resorte de columna. El mecanismo soportará una carga de 1Kg.
- Obtener la cinemática inversa del mecanismo mediante la orientación de los ángulos de Euler.
- Realizar la validación y simulación del funcionamiento del prototipo.

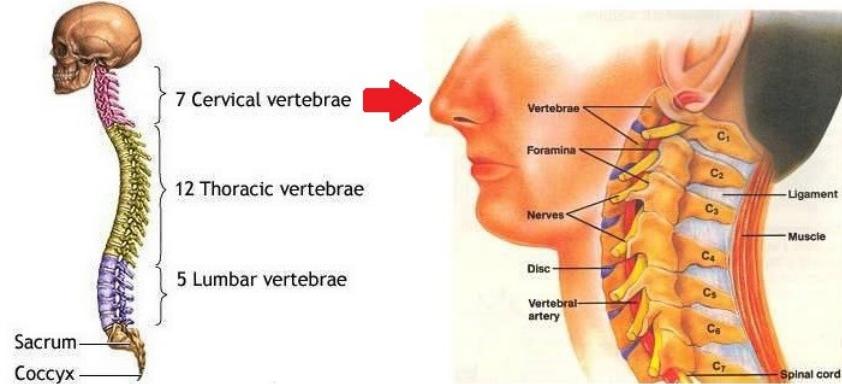


# Capítulo 2

## Estado del arte

Los principios de los movimientos de la cabeza humana se han estudiado ampliamente en el campo de la biomecánica. Los estudios clínicos muestran que el movimiento de la cabeza se basa en la zona cervical de la columna vertebral humana (Figura 2.1), que contiene siete vértebras cervicales [10]. Cada vértebra tiene 6DOF, desde el punto de vista práctico, los investigadores toman el cuello general como 3DOF: flexión de la cabeza hacia adelante (flexión) y hacia atrás (extensión), doblando la cabeza hacia la izquierda y derecha, y girando la cabeza hacia la izquierda y derecho, o se puede llamar pitch, roll y yaw, respectivamente.

Muchos mecanismos de cuello humanoide se han diseñado en la última década, la mayoría de los cuales se presentan en el contexto de robots humanoides. Los dividimos a todos en dos categorías: serie y paralelo. El cuello en serie es ampliamente utilizado debido a su estructura simple y fácil control, ya que cada DOF del cuello se acciona de forma independiente.



**Figura 2.1: Partes de la columna vertebral**

## 2.1. Cuellos robóticos en serie

El HRP-4 [11] (Figura 2.2a) y Honda ASIMO-2002 [12] (Figura 2.2b) tienen cuellos en serie con 2 DOF (pitch, yaw). Un cuello robótico de cuatro barras [13] también tienen dos DOF ver Figura 2.3. El Albert HUBO [14] (Figura 2.4), el Dav [15] y el diseño final de iCub [16] (Figura 2.5) tienen cuellos en serie con 3DOF. Los robots desarrollados en [17, 18, 19, 20] tienen cuellos en serie con 4DOF en los que se considera un DOF de cabeceo independiente como se muestra el Robot WE-4 en la Figura 2.6.

## 2.2. Cuellos robóticos en paralelo

Estos cuellos están basados en un manipulador paralelo, que consiste en una plataforma móvil, una base fija, varias cadenas activas idénticas y una columna vertebral pasiva si es necesario, en [21] proponen un mecanismo con 4 cables conductores y tiene 3 DOF (Figura 2.7).

El mecanismo de cabeza de SAYA se basa en un resorte central y varios músculos artificiales neumáticos [22] (Figura 2.8).

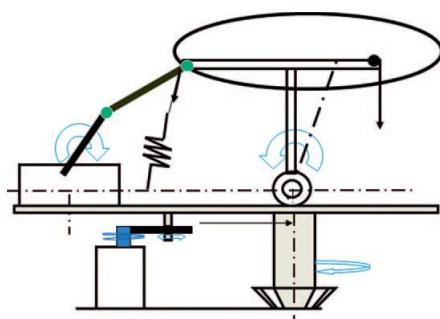
(a) *HRP4*(b) *Honda ASIMO***Figura 2.2:** Robot humanoide con cuello de 2DOF

Un mecanismo de cuello paralelo basado en dos miembros elásticos impulsados por cable y una extremidad pasiva sin columna central se propone en [23]. Cada miembro activo tiene una conexión de articulación esférica universal-prismática. La Figura 2.9 muestra una representación CAD de una extremidad elástica accionada por cable. Un pistón se inserta en un cilindro hueco y se empuja contra un resorte pre-cargado. El cable (no se muestra) se ejecuta desde la polea motorizada se conecta a la base del pistón interno. Cuando el motor enrolla el cable, el pistón se extiende y cuando el motor suelta el cable, el pistón se

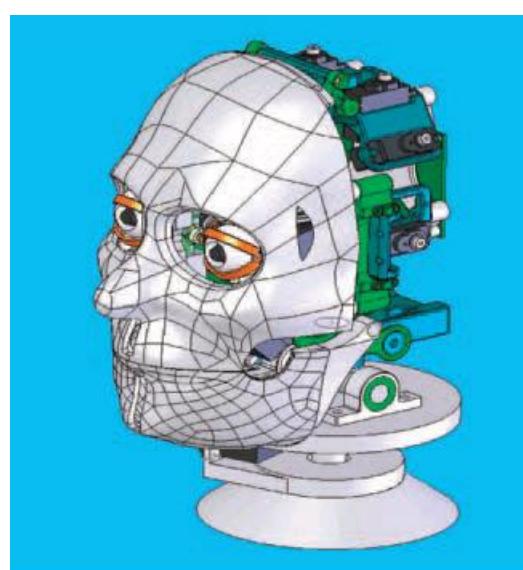
retrae. El resorte proporciona la fuerza de retracción. Todos los motores están fijos en la base, por tanto, la inercia de la parte móvil es pequeña.

### **2.3. Aplicaciones**

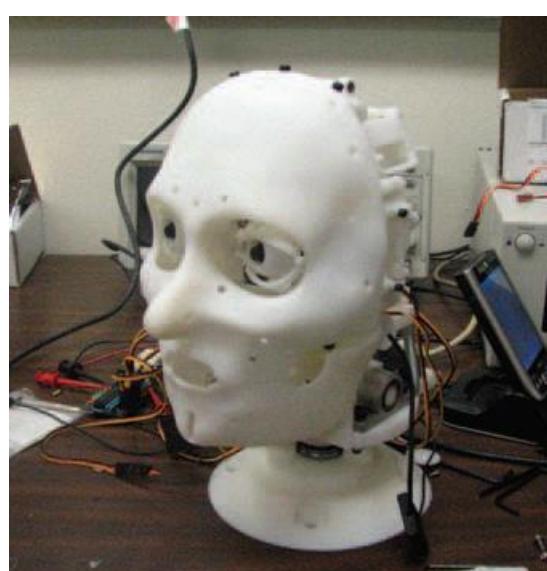
Una aplicación importante del cuello robótica se presenta con el Hybrid III (Figura 2.10), que es un maniquí de prueba de choque más utilizado en el mundo para la evaluación de sistemas de seguridad automotriz en las pruebas de choque frontal [24]. Originalmente desarrollado por General Motors, el diseño Hybrid III ahora es mantenido y desarrollado por Humanetics junto con los Comités de Biomecánica de la Sociedad de Ingenieros Automotrices (SAE) y la Administración Nacional de Seguridad y Transporte de Carreteras (NHTSA) de Estados Unidos.



(a) Diagrama esquemático del mecanismo

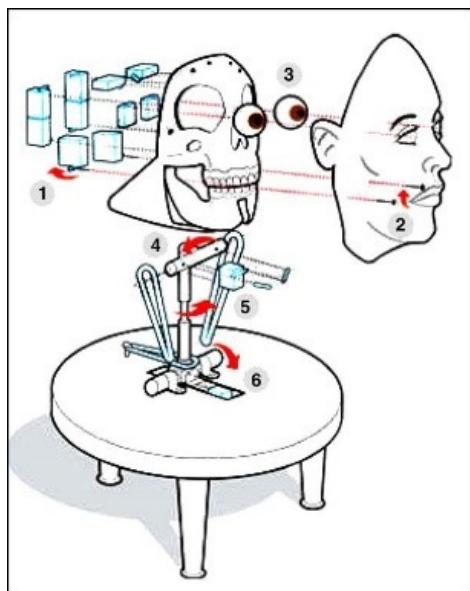


(b) Modelo CAD

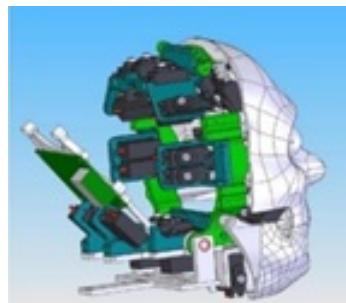


(c) Prototipo

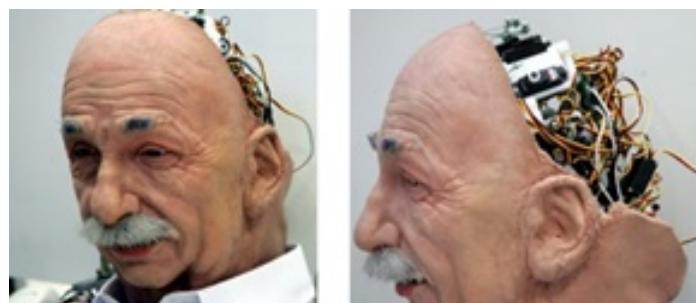
**Figura 2.3:** Cuello humanoide de 4 barras de 2 DOF.



(a) Diagrama esquemático del mecanismo

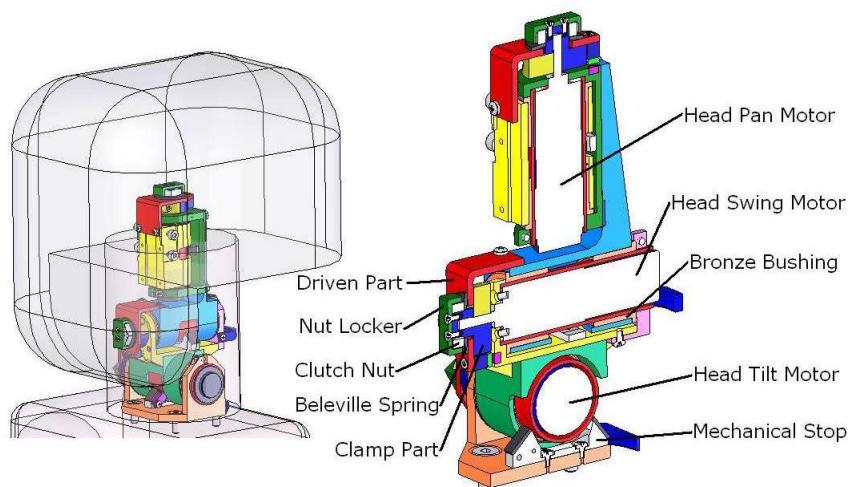


(b) Modelo CAD

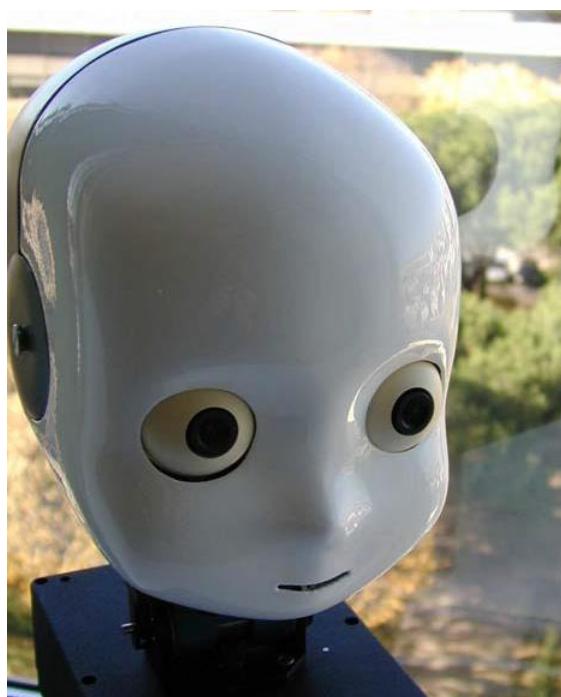


(c) Prototipo

**Figura 2.4:** Cabeza androide de Albert HUBO de 3 DOF.

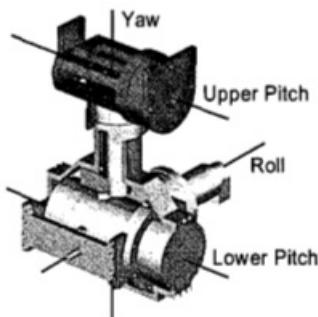


(a) Modelo CAD del mecanismo en serie



(b) prototipo final de la cabeza

**Figura 2.5:** Cabeza del robot-Cub de 3 DOF.



(a) Mecanismo del cuello



(b) Cabeza del robot

**Figura 2.6:** Cuello del robot WE-4 con 4DOF.



**(a) Cabeza del robot**

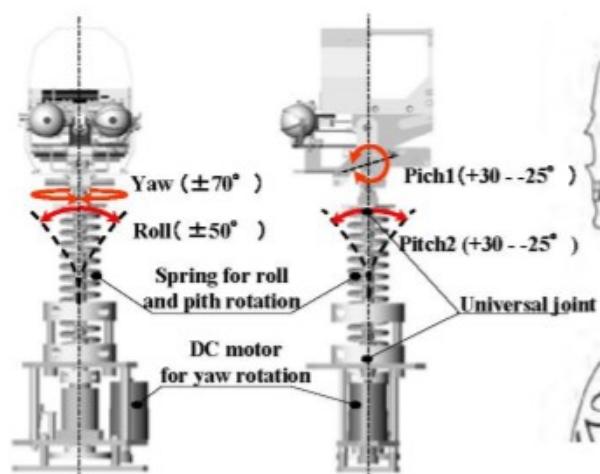


**(b) Esquema CAD**

**Figura 2.7:** Cuello humano inspirado en un mecanismo paralelo conducido por cables de 3 DOF.

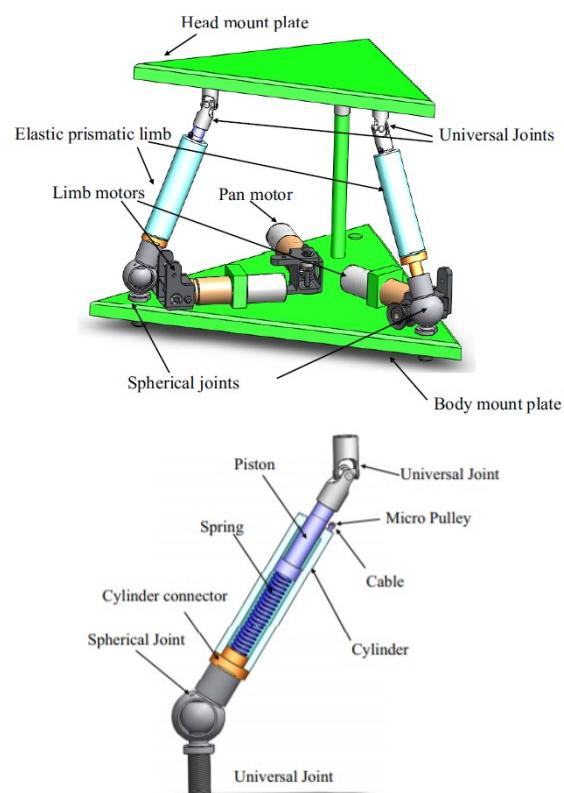


(a) Cabeza Robótica



(b) Esquema funcional

Figura 2.8: Cuello humano del robot SAYA.



**Figura 2.9:** Cuello humanoide con mecanismo paralelo accionado con cables conductores.



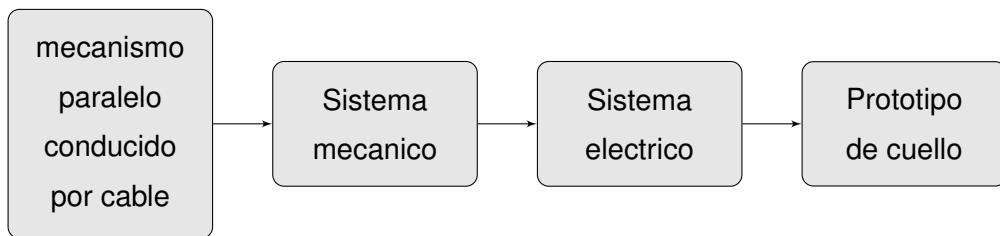
**Figura 2.10:** Configuración del Hybrid III para impactos frontales

Capítulo **3**

## Diseño del prototipo

El prototipo que se presenta a continuación es el resultado de la investigación previa que se realizó sobre robots, enfocando en la configuración de robots paralelos, así como del estado del arte de los cuellos robóticos. Se puede clasificar el desarrollo del prototipo en un diagrama de bloques que incluyen 4 categorías principales, tal como se muestra en la Figura 3.1.

En la primera etapa se realizará una explicación de los elementos que conforma un mecanismo paralelo conducido por cables, además se determinará el número de eslabones necesarios para obtener los 2 DOF que se tiene como objetivo en el proyecto. En la etapa del Sistema Mecánico se determinará las dimensiones del resorte que se utilizará en el mecanismo, adicionalmente se calculará la fuerza de tensión del cable que permitirá dimensionar el actuador eléctrico a elegir. En el Sistema Eléctrico se dimensionará el motor eléctrico que se ajusta a los parámetros calculados en la etapa anterior. Finalmente en la cuarta etapa se realiza el bosquejo CAD del cuello robótico con la respectiva explicación funcional de cada elemento que conforma el prototipo.



**Figura 3.1:** Esquema de las etapas de diseño

### 3.1. Mecanismo paralelo conducido por cable (CDPM)

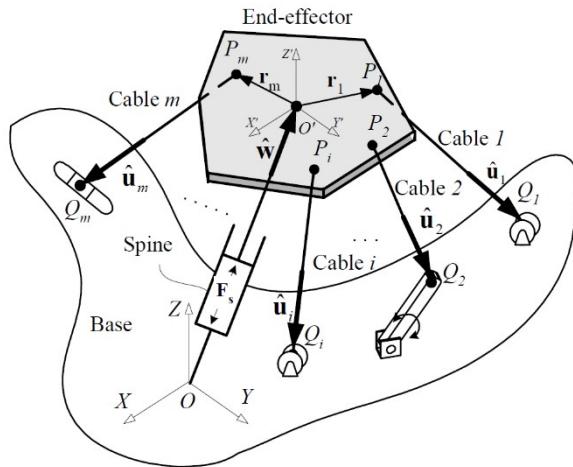
Un manipulador o mecanismo paralelo en una definición generalizada es un mecanismo de cadena cinemática de bucle cerrado donde el elemento móvil está unido a la base por varias cadenas cinemáticas independientes.

#### 3.1.1. Estructura general del CDPM

La estructura general de estos manipuladores incluye una plataforma base, una plataforma móvil o efecto final, una columna central extensible o telescopica que conecta la base con la plataforma móvil para aplicar una fuerza de empuje a las plataformas. La columna central puede aplicar la fuerza mediante un actuador (activo) o resorte o pistones (pasivo). Los manipuladores robóticos utilizan una combinación de elementos tensores activos y pasivos (cables), y enlaces rígidos para maximizar los beneficios tanto del cable puro como de los mecanismos paralelos convencionales.

La configuración general de los manipuladores basados en cables es estudiado en el artículo [9] y un esquema general se muestra en la Figura 3.2. Los cuatro elementos principales de estos manipuladores son:

- **Base:** la parte fija del manipulador al que pertenece el sistema global de coordenadas  $OXYZ$
- **Efecto final:** el cuerpo móvil que lleva el marco móvil  $O'X'Y'Z'$ .



**Figura 3.2:** Configuración general de un mecanismo conducido por cables (CDPM)

3.2

- **Cables:** elementos flexibles con masa y diámetro insignificantes conectado de un extremo al efector final en los puntos  $P_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) Y tirado del otro extremo en  $Q_i$ . El actuador de tracción produce tensión  $t_i$  dentro del cable y puede ser simplemente un torno que tira y enrolla el cable o un mecanismo separado que mueve el extremo del cable ( $Q_i$ ) sin cambiar su longitud. Los vectores unitarios  $\hat{u}_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) determinan la dirección de los cables y apuntan hacia la base. Dependiendo de la estructura del manipulador, puede haber algunas poleas adicionales para guiar los cables. El número de cables,  $m$ , es igual a la dimensión del espacio de movimiento del cuerpo móvil.

- **Columna central:** elemento que produce una fuerza entre la base y el

cuerpo móvil para mantener todos los cables en tensión. La columna vertebral puede ser un elemento activo que genere una fuerza deseada. También puede ser un elemento pasivo, como un cilindro neumático o un resorte de compresión diseñado adecuadamente para proporcionar la fuerza suficiente requerida para mantener la tensión en los cables. La dirección de la columna vertebral se muestra por unidad de vector  $w$  apuntando hacia el efecto final.

Los diferentes manipuladores robóticos utilizan solamente cables activos, cables pasivos o combinaciones de cables activos y pasivos. Un cable activo es aquel cuya longitud varía por medio de un actuador. Un cable pasivo es una longitud constante y que se utiliza para proporcionar una tensión mecánica constante. Estos mecanismos reducen la inercia móvil de manera significativa para mejorar la velocidad operativa de los robots. También proporcionan una forma más simple y rentable de fabricar mecanismos paralelos para su uso en aplicaciones robóticas.

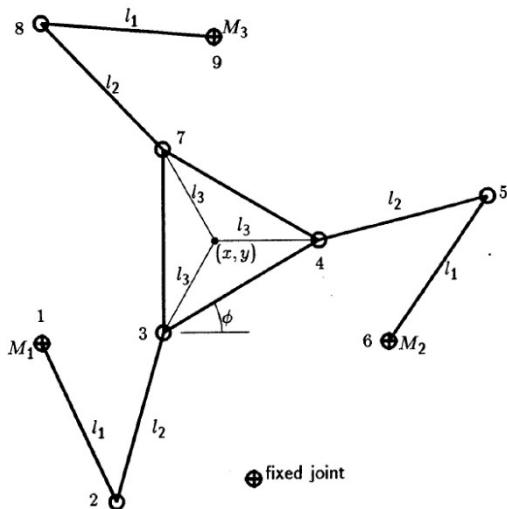
Este tipo de mecanismo es interesante por las siguientes razones:

- un mínimo de dos cadenas nos permite distribuir la carga en las cadenas
- la cantidad de actuadores es mínima.
- la cantidad de sensores necesarios para el control de bucle cerrado del mecanismo es mínima.
- cuando los actuadores están bloqueados, el manipulador permanece en su posición; este es un aspecto de seguridad importante para ciertas aplicaciones, como la robótica médica.

### **3.1.2. Manipuladores totalmente paralelos.**

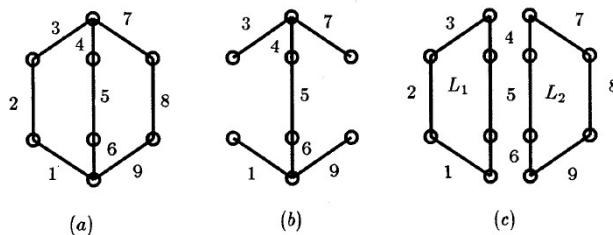
Para entender mejor a los mecanismos paralelos se analizara un manipulador paralelo planar de tres grados de libertad se muestra en la Figura 3.3. Los

tres motores  $M_1$ ,  $M_2$  y  $M_3$  son fijos y colocados en los vértices de un triángulo equilátero. Además, las longitudes de enlace correspondientes en cada una de las patas son las mismas. es decir., el manipulador es simétrico



**Figura 3.3:** Manipulador paralelo planar de 3DOF. [3]

Para aplicar el método gráfico de conectividad en este manipulador. se muestra el respectivo esquema en la Figura 3.4a. En la Figura 3.4b se muestra un árbol de expansión y los bucles independientes asociados están identificados en la Figura 3.4c.



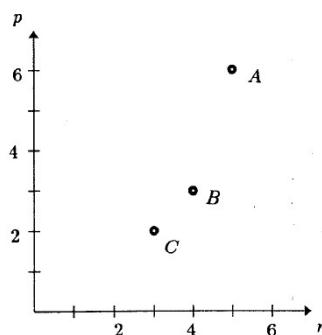
**Figura 3.4:** (a) Gráfico asociado con el manipulador que se muestra en la figura 3.3 (b) un árbol de expansión y (c) los bucles independientes correspondientes. [3]

Ante todo, la representación gráfica de los manipuladores paralelos siempre es del tipo que se muestra en la Figura 3.4(a). El gráfico está compuesto por un conjunto de caminos paralelos que conectan dos polos, siendo los polos el enlace de base fija y la base móvil. El número de uniones en cada una de las rutas paralelas puede variar.

Los robots paralelos para los cuales el número de eslabones es estrictamente igual al número de DOF del efecto final se llaman manipuladores totalmente paralelos. Gosselin [3] caracteriza a los manipuladores completamente paralelos por la ecuación;

$$p(n - 6) = -6 \quad (3.1)$$

donde  $p$  representa el número de grados de libertad (DOF) y  $n$  el número de cuerpos rígidos dentro de una cadena, la solución de esta ecuación es físicamente significativo, es decir, los que corresponden a manipuladores factibles se muestran en la Figura 3.5. El punto A está asociado con el conocido dispositivo paralelo de seis grados de libertad denominado plataforma Stewart (Stewart, 1965). Punto B, a su vez, corresponde a un manipulador de tres grados de libertad como, por ejemplo, la parte paralela del manipulador AR TISAN (Hunt 1983). El punto C está asociado con una cadena cinemática cerrada simple de dos grados de libertad.

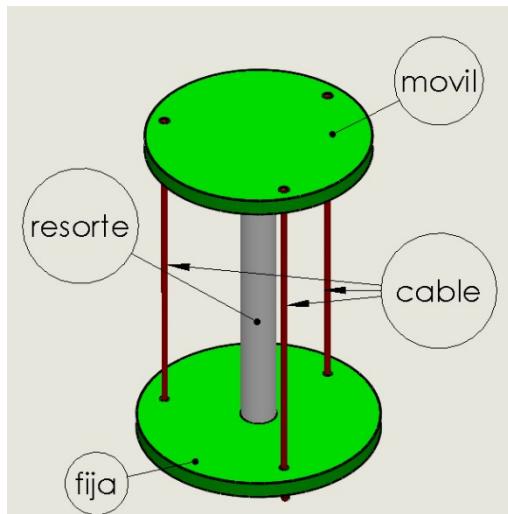


**Figura 3.5:** Manipuladores totalmente paralelos.[3]

Ahora, tomando como objetivo del proyecto en alcanzar los 2 DOF del prototipo a desarrollar, se resuelve la ecuación (3.1) para obtener el número de cables conductores del que necesita para obtener un mecanismo paralelo totalmente definido, considerando  $p=2$ , se obtiene  $n=3$ , es decir, se necesita 3 cables conductores para obtener un manipulador paralelo de 2DOF.

## 3.2. Sistema Mecánico

En la sección 3.1.2 se concluyó que para un mecanismo paralelo conducido por cables se necesitan 3 cables, en la Figura 3.6 se presenta un bosquejo general del prototipo a diseñar.



**Figura 3.6:** Bosquejo general del mecanismo paralelo.

### 3.2.1. Diseño del resorte

Se utilizará como columna central un resorte el cual debe estar diseñado adecuadamente para proporcionar la fuerza suficiente requerida para mantener la tensión en los cables.

Primeramente, se realizará el cálculo necesario cuando el resorte tenga que soportar una carga de 1 kg para que el resorte se comprima lo menos posible para obtener el desplazamiento asociado a un resorte helicoidal de compresión se recurre al Teorema de Castigliano, utilizando los aportes energéticos debidos a la torsión y al cortante, y se obtiene la energía de deformación en un resorte de compresión como:

$$U = \frac{T^2 L}{2GJ} + \frac{F^2 L}{2AG} \quad (3.2)$$

Donde:

T = momento de torsión

L = Longitud del resorte

J = momento de inercia

A = Área del resorte

F=Fuerza cortante

G= Límite elástico por cortadura

Usando el teorema de Castigliano, se conoce que la deflexión es la derivada de la energía de deformación respecto a la fuerza.

$$\delta = \frac{dU}{dF} \quad (3.3)$$

Después, de derivar la ecuación (3.2) la ecuación que describe la deflexión del resorte se puede aproximar a la siguiente ecuación:

$$\delta = \frac{8FD^3N_a}{Gd^4} \quad (3.4)$$

Donde:

$\delta$ = deformación de compresión.

D=diámetro del resorte (hélice)

d= diámetro del alambre

Na=número de espiras



**Figura 3.7:** Diseño del resorte a utilizar.

$F$  = carga aplicada de  $1Kg$ , requerimiento de diseño.

Se tomará en cuenta como material del resorte el Alambre de piano ASTM A228 con sus respectivas características de la Tabla 3.1 [1], ademas, considerando los valores de la Tabla 3.2, se tendrá como única variable desconocida el diámetro del resorte  $D$  en la ecuación (3.4).

Reemplazando con los datos de la Tabla 3.1 y 3.2 en la ecuación (3.4) la variable  $D$  sera resuelta; por lo tanto, el diámetro del resorte sera  $D = 30mm$ , una ilustración en general el resorte a utilizar tendrá un bosquejo como en la Figura 3.7.

### 3.2.2. Fuerza de tensión del cable

Una vez diseñado el resorte, se necesita saber la fuerza necesaria para que el mecanismo llegue al ángulo de inclinación deseada, por deducción la fuerza máxima se conseguirá cuando el mecanismo alcance los  $40^{\circ}$  de inclinación que

Material	Límite elástico, porcentaje de $S_{ut}$ , tensión, torsión			Diámetro <i>d</i> , pulg	<i>E</i> Mpsi	<i>G</i> GPa	
						Mpsi	GPa
Alambre de piano A228	65-75	45-60	<0.032	29.5	203.4	12.0	82.7
			0.033-0.063	29.0	200	11.85	81.7
			0.064-0.125	28.5	196.5	11.75	81.0
Resorte estirado duro A227	60-70	45-55	>0.125	28.0	193	11.6	80.0
			<0.032	28.8	198.6	11.7	80.7
			0.033-0.063	28.7	197.9	11.6	80.0
			0.064-0.125	28.6	197.2	11.5	79.3
Templado en aceite A239	85-90	45-50	>0.125	28.5	196.5	11.4	78.6
				28.5	196.5	11.2	77.2
				29.5	203.4	11.2	77.2
				29.5	203.4	11.2	77.2
Resorte de válvula A230	85-90	50-60		29.5	203.4	11.2	77.2
				29.5	203.4	11.2	77.2
				29.5	203.4	11.2	77.2
				29.5	203.4	11.2	77.2
Cromo vanadio A231	88-93	65-75		29.5	203.4	11.2	77.2
				29.5	203.4	11.2	77.2
				29.5	203.4	11.2	77.2
				29.5	203.4	11.2	77.2
Cromo silicio A401	85-93	65-75		29.5	203.4	11.2	77.2
				29.5	203.4	11.2	77.2
				29.5	203.4	11.2	77.2
				29.5	203.4	11.2	77.2
Acero inoxidable				28	193	10	69.0
				29.5	208.4	11	75.8
				29	200	11.2	77.2
				29	200	11.2	77.2
A313*	65-75	45-55		30	206	11.5	79.3
				15	103.4	6	41.4
				17	117.2	6.5	44.8
				19	131	7.3	50.3
17-7PH	75-80	55-60		31	213.7	11.2	77.2
				29.5	208.4	11	75.8
				29	200	11.2	77.2
				29	200	11.2	77.2
414	65-70	42-55		30	206	11.5	79.3
				15	103.4	6	41.4
				17	117.2	6.5	44.8
				19	131	7.3	50.3
420	65-75	45-55		31	213.7	11.2	77.2
				29.5	208.4	11	75.8
				29	200	11.2	77.2
				29	200	11.2	77.2
431	72-76	50-55		30	206	11.5	79.3
				15	103.4	6	41.4
				17	117.2	6.5	44.8
				19	131	7.3	50.3
Bronce fosforado B159	75-80	45-50		31	213.7	11.2	77.2
				29.5	208.4	11	75.8
				29	200	11.2	77.2
				29	200	11.2	77.2
Cobre al berilio B197	70	50		30	206	11.5	79.3
				15	103.4	6	41.4
				17	117.2	6.5	44.8
				19	131	7.3	50.3
Aleación inconel X-750	65-70	40-45		31	213.7	11.2	77.2
				29.5	208.4	11	75.8
				29	200	11.2	77.2
				29	200	11.2	77.2

Tabla 3.1: Propiedades mecánicas de algunos alambres para resorte [1]

$\delta$ (m)	$L_o$ (m)	$d$ (m)	Na	F (N)	G (GPa)	E(GPa)
0,001	0.1	0.003	15	9,8	80	200

Tabla 3.2: Datos para calcular el diámetro del resorte  $D$

anteriormente se definió como el ángulo máximo de flexión del resorte,

Para realizar el estudio de la fuerza se basará en el análisis estático del mecanismo con 1DOF [4], inspirado en el movimiento de flexión del cuello humano desarrollando un análisis sobre el pandeo lateral del cuello robótico. El mecanismo de movimiento de cabeceo y alabeo (pitch/roll) del cuello humanoide es un práctico problema de pandeo lateral de resortes helicoidales comprimidos, como se trata en el artículo de Timoshenko [25] quien investigó el coeficiente de flexión de compresión, lateral y de corte de un resorte helicoidal para explicar los límites de estabilidad, además Timoshenko [25] también señaló que el pandeo lateral de un resorte comprimido en espiral puede estudiarse con los mismos métodos que las barras prismáticas, pero considerando el cambio en la longitud del resorte debido a la compresión. Las siguientes anotaciones del resorte helicoidal son:

$L_0$  es la longitud inicial del resorte;

$N_a$  es el número de espiras;

$d$  es el radio del alambre;

$L$  es la longitud del muelle después de la compresión

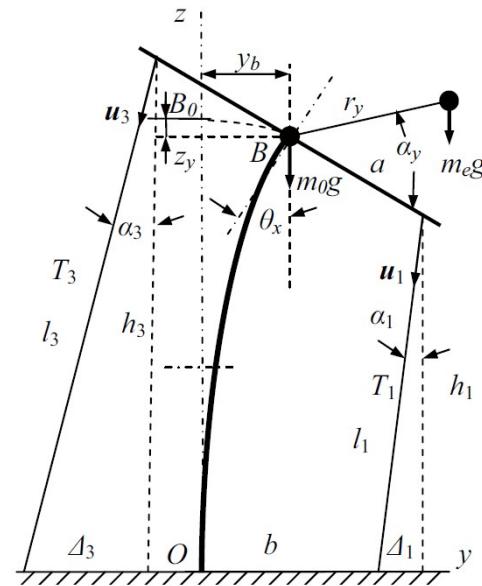
$I$  es el momento de inercia de la sección transversal del cable con respecto a su diámetro;

$\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$  son los coeficientes de rigidez compresión, flexión y corte del resorte helicoidal sin carga; y

$\alpha, \beta, \gamma$ , son las rigideces del resorte cargado

Timoshenko [25], menciona que el número de espiras por unidad de longitud del resorte aumenta por el factor  $L_0/L$  cuando el resorte está comprimido. Las rigideces disminuyen por el factor  $L/L_0$ , por lo tanto, se tiene en la ecuación (3.5):

$$\alpha = \alpha_0 \frac{L}{L_0}, \quad \beta = \beta_0 \frac{L}{L_0}, \quad \gamma = \gamma_0 \frac{L}{L_0}, \quad (3.5)$$



**Figura 3.8:** Modelo de la flexión lateral del CDMP [4]

Y a su vez la rigidez a la compresión, flexión y corte sin carga puede ser calculados por la ecuación (3.6) respectivamente:

$$\alpha_0 = \frac{GIL_0}{\pi N_a \left(\frac{d}{2}\right)^3}, \quad \beta_0 = \frac{2EGIL_0}{\pi N_a \frac{d}{2}(E + 2G)}, \quad \gamma_0 = \frac{EIL_0}{\pi N_a \left(\frac{d}{2}\right)^3} \quad (3.6)$$

La flexión lateral de un resorte se presenta en la Figura (3.8). Además, se toma en cuenta como una masa puntual  $m_0$  la carga total desde el centro de la base móvil, el mecanismo es impulsado por 2 cables que aplican las tensiones  $T_1$  y  $T_3$  y que están ubicados desde una distancia  $a$  medida desde el centro de la base móvil, y a su vez estos cables pasan por la placa fija a una distancia  $b$  medida desde el centro de la base.

Como ya se dijo anteriormente al resorte se lo estudiara como una viga prismática, por lo que el momento de pandeo en cualquier parte de la sección

trasversal del resorte es  $M$  y mediante desarrollos matemáticos se sabe que la curvatura de desviación está dada por la ecuación (3.7):

$$\beta \frac{\frac{d^2y}{dz^2}}{\left(1 + \left(\frac{dy}{dz}\right)^2\right)^{3/2}} = M \quad (3.7)$$

El momento total  $M$  aplicado en la flexión del resorte consta de 4 partes:

- $M_{mo}$ : Torque generado por la masa de la base fija
- $M_{me}$ : Torque generado por la carga útil externa.
- $M_{T1}$  y  $M_{T3}$ : Torque generado por las tensiones de los cables  $T_1$  y  $T_3$

$$M = M_{mo} + M_{me} + M_{T1} + M_{T3}$$

$$\begin{aligned} M = & (m_0g + m_e g + T_1 \cos \alpha_1 + T_3 \cos \alpha_3) (y_b - y) - (T_1 \sin \alpha_1 + T_3 \sin \alpha_3) (l - z) \\ & + m_e g r_y \cos \alpha_y + T_1 \cos \alpha_1 a \cos \theta_x + T_1 \sin \alpha_1 a \sin \theta_x \\ & + T_3 \cos \alpha_3 a \cos \theta_x + T_3 \sin \alpha_3 a \sin \theta_x \end{aligned} \quad (3.8)$$

Para pequeñas flexiones pequeñas la ecuación (3.7) puede ser escrita como un caso lineal:

$$\beta \frac{d^2y}{dz^2} = M \quad (3.9)$$

La cabeza humana adulta puede inclinarse más de  $40^\circ$  en deflexión, el movimiento de la cabeza generalmente en nuestra vida diaria no es más que  $15^\circ$  [26], por tanto, es factible usar la ecuación lineal (3.9) 4.4 para analizar el modelo estático del mecanismo CDPM planteado en este proyecto. Considerando las condiciones iniciales:

$$(y)_{z=0} = 0, \quad \left(\frac{dy}{dz}\right)_{z=0} = 0$$

La solución general de la ecuación (3.9) es la siguiente:

$$y = (y_b + a_0) (1 - \cos wz) - \frac{a_1}{w} \sin wz + a_1 z, \quad (3.10)$$

Donde:

$$w = \sqrt{\frac{m_0 g + m_e g + T_1 \cos \alpha_1 + T_3 \cos \alpha_3}{\beta}} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} a_0 = & [m_e g r_y \cos \alpha_y + T_1 \cos \alpha_1 a \cos \theta_x + T_1 \sin \alpha_1 a \sin \theta_x \\ & - T_3 \cos \alpha_3 a \cos \theta_x - T_3 \sin \alpha_3 a \sin \theta_x - (T_1 \sin \alpha_1 + T_3 \sin \alpha_3) L] \\ & (m_0 g + m_e g + T_1 \cos \alpha_1 + T_3 \cos \alpha_3)^{-1} \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$a_1 = (T_1 \sin \alpha_1 + T_3 \sin \alpha_3) (m_0 g + m_e g + T_1 \cos \alpha_1 + T_3 \cos \alpha_3)^{-1} \quad (3.13)$$

Las siguientes ecuaciones describirán en su conjunto el ángulo de deflexión de la base móvil y el resorte, además detallando matemáticamente las diferentes dimensiones que se muestran en la Figura 3.8.

$$y_b = \frac{1 - \cos wL}{\cos wL} a_0 - \frac{a_1}{w} \tan wL + \frac{a_1 L}{\cos wL} \quad (3.14)$$

$$\theta_x \approx \left( \frac{dy}{dz} \right)_{z=L} = a_0 w \tan wL + a_1 (1 - \sec wL + wL \tan wL) \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned} z_y = & \frac{\sec^2(wL)}{8w} \left\{ -4a_0 a_1 w + 8a_1 (a_0 + a_1 L) w \cos wL + 2(a_0 + a_1 L)^2 w^3 L \right. \\ & - 4a_1 L (a_0 + a_1 L) w^2 \sin wL - 2a_1 (2a_0 + a_1 L) w \cos(2wL) \\ & \left. - \left[ 3a_1^2 + (a_0 + a_1 L)^2 w^2 \right] \sin(2wL) \right\} \end{aligned} \quad (3.16)$$

$$\alpha_1 = \arctan \frac{\Delta_1}{h_1} \quad (3.17)$$

$$L_1 = \sqrt{\Delta_1^2 + h_1^2} \quad (3.18)$$

$$\alpha_3 = \arctan \frac{\Delta_3}{h_3} \quad (3.19)$$

$$L_3 = \sqrt{\Delta_3^2 + h_3^2} \quad (3.20)$$

Donde:

$$\Delta_1 = y_b + a \cos \theta_x - b,$$

$$h_1 = L - z_y - a \sin \theta_x,$$

$$\Delta_3 = b + (a \cos \theta_x - y_b)$$

$$h_3 = h_1 + 2a \sin \theta_x,$$

La longitud  $L$  del resorte comprimido es calculo como:

$$L = L_0 - \Delta L \quad (3.21)$$

Donde:

$$\Delta L = \frac{1}{K} \left[ m_0 g + m_e g + \sum_{i=1}^2 T_i \cos \alpha_i \right]$$

y  $K$  es la constante elástica del resorte.

Los parámetros  $L_0, K, a, b, m_0, m_e$  y  $(r_y, \alpha_y)$  son conocidos, además se tiene 8 ecuaciones independientes desde (3.14) al (3.21) y a su vez tenemos las siguientes variables:

$\theta_x$ = ángulo de flexión o inclinación

$L$ = longitud comprimida del resorte

$L_1$ = longitud del cable L1

$L_3$ = longitud del cable L3

$\alpha_1$ = dirección del cable L1

$\alpha_3$ = dirección del cable L3

$I (m^4)$	$K (N/m)$	$\beta_0$
3,9761x10 <sup>-12</sup>	1.9825x10 <sup>3</sup>	0.0505

**Tabla 3.3:** Constantes del resorte

$z_y$ = desplazamiento vertical del resorte bajo pandeo

$y_b$ = desplazamiento horizontal del resorte bajo pandeo y

$T_1$  y  $T_3$  = las tensiones de los cables

Sin embargo, se tiene un problema de redundancia porque para un ángulo  $\theta_x$  de pandeo dado se debe encontrar 9 variables desconocidas, enfocándose en las tensiones de los cables  $T_1$  y  $T_3$  se empleará una solución simple, que consiste en utilizar un solo cable para realizar el pandeo del resorte, por lo tanto, como se observa en la Figura 3.8 el cable  $T_1$  es suficiente para el pandeo lateral por lo que el cable  $T_3$  será cero. Además, para el análisis no se considerará la una carga externa  $m_e$ , en consecuencia,  $m_e = T_3 = 0$  y las restantes variables desconocidas podrán ser calculadas. Las físicas a utilizar en el resorte de compresión lateral para el prototipo de cuello robótico se presentan en la Tabla 3.2.

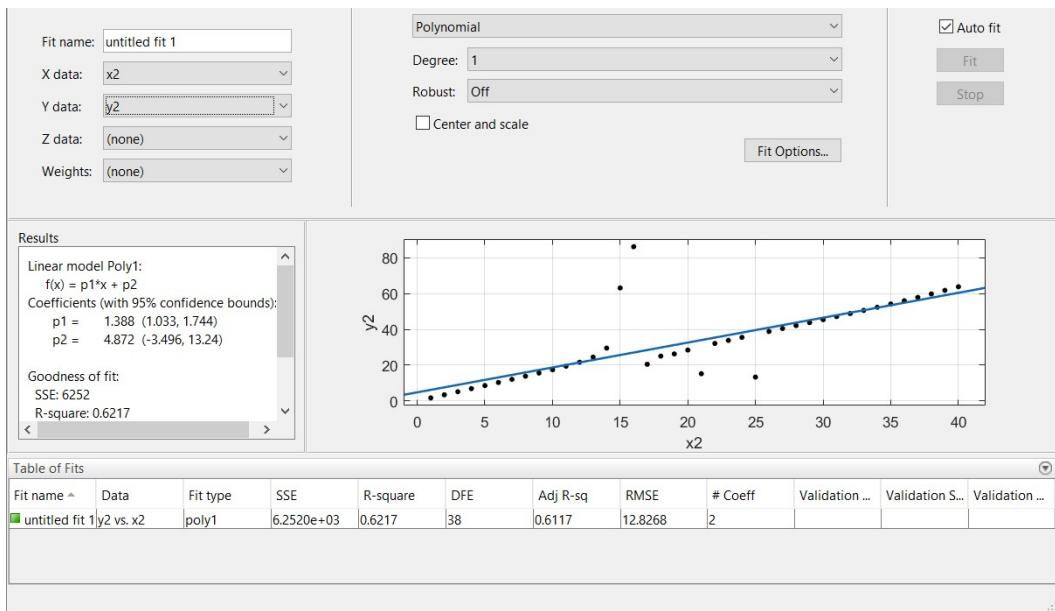
Además, se debe calcular la inercia  $I$ , la constante de elasticidad del resorte  $K$  y la constante de flexión  $\beta_0$  (3.6) con las siguientes formulas.

$$I = \frac{\pi d^4}{64} \quad (3.22)$$

$$K = \frac{Gd^4}{64N_a \left(\frac{D}{2}\right)^3} \quad (3.23)$$

Resolviendo se obtiene la siguiente Tabla 3.3, también algunos parámetros adicionales que se debe considerar que son  $a = b = 0,05m$ ,  $m_e = T_3 = 0$ .

Utilizando la herramienta Optimol Tool de Matlab con la función Solver (Anexo A) se resuelve el sistema de ecuaciones desde (3.14) al (3.21) se obtiene una Tabla A (Anexo B) considerando que  $\theta_x$  como una variable de entrada.



**Figura 3.9:** Herramienta Curve Fitting Tool de Matlab.

De acuerdo a [4] demostró que el ángulo de pandeo era aparentemente proporcional a la entrada de fuerza, observando los datos de la Tabla A se observa que para desplazamientos pequeños los datos son lineales hasta los 12º de flexión, recordando que el objetivos del proyecto es alcanzar los 40º de inclinación se tendrá que linealizar los datos para obtener una curva ajustada con la ayuda de la herramienta Curve Fitting Tool de Matlab, como se muestra en la Figura 3.9.

Obteniendo como ecuación de la curva de ajuste:

$$T = 1,338\theta_x - 4,872 \quad (3.24)$$

Reemplazando por 40º que representa el ángulo de máximo de inclinación de diseño en la ecuación (3.24) da como resultado una tensión de **60,392 N**, con esta fuerza se puede realizar el dimensionamiento de los motores cuya función será de controlar el desplazamiento de los cables del mecanismo CDPM.

### 3.3. Sistema Eléctrico

Un motor eléctrico combina las ventajas de la utilización de la energía eléctrica (bajo costo), facilidad de transporte que es uno de los objetivos del proyecto, limpieza y simplicidad de comando con su construcción simple, gran versatilidad de adaptación a las cargas más diversas y mejores rendimientos. Los motores a emplear en el cuello robótico serán motores de corriente continua, y la principal causa de haber seleccionado estos motores es debido a que se requiere controlar la velocidad y giro de los motores de manera adecuada.

Para controlar el movimiento del mecanismo CDPM con 2 DOF, se necesitará 3 cables (sección 3.1.2) conectados entre la base fija y la móvil. Cada cable se conectará con una unidad de actuación que incluirá: motor, reductora y encoder que enviará retroalimentación de posición al controlador.

#### 3.3.1. Dimensionamiento del motor

Antes de proceder a la selección propiamente dicha, será necesario cotejar la situación de transmisión de fuerza en su conjunto.

En la Figura 3.10 se muestra las diferentes transmisiones de traslación para un motor DC.

De acuerdo a [27], se revisó las diferentes transmisiones que un motor corriente continua puede realizar, la transmisión mecánica de angular a lineal es la más adecuada para el proyecto porque los motores tendrán la función de recoger o ceder cable para realizar el movimiento de flexión lateral del resorte. A la vez que [Maxon academy] explica tres formas diferentes de transmisión angular a lineal, analizando se escogió la transmisión por grúa porque se aproxima a la aplicación del proyecto como se muestra en la Figura 3.11.

La carga está colgada de un cable, comparando con el proyecto la carga será la fuerza necesaria para flexionar el mecanismo del cuello robótico a través de un acople giratoria de diámetro  $d_1 = 20mm$  que se encargará de recoger o

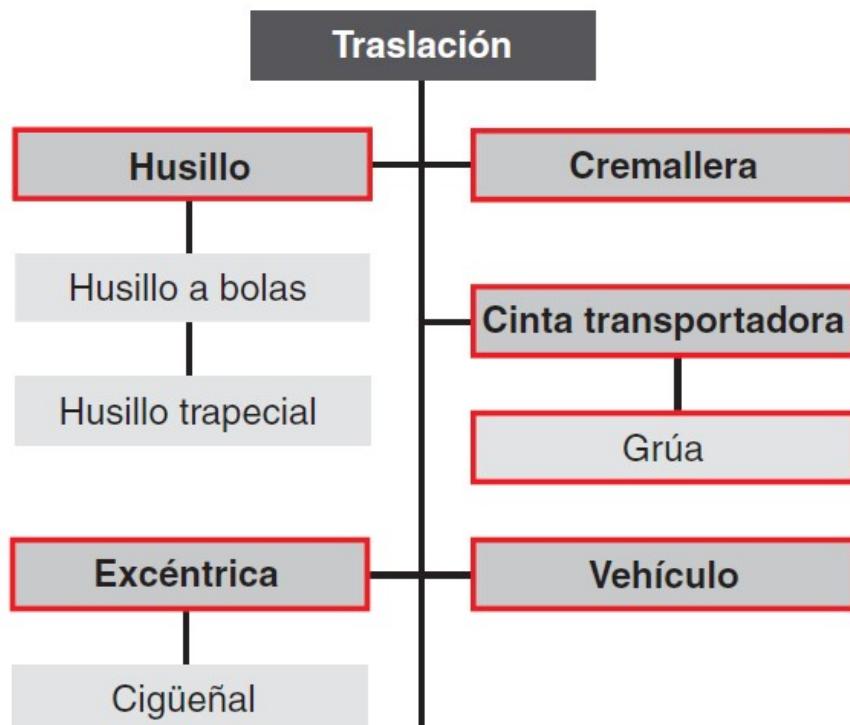


Figura 3.10: Trasmisión mecánica de traslación para un motor DC.

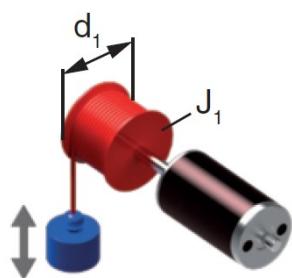


Figura 3.11: Transmisión mediante grúa.

$F_L$ (N)	$d$ (mm)	$n$ (%)
60,392	20	85

**Tabla 3.4:** Parámetro para la transmisión mediante grúa

ceder el cable del mecanismo, finalmente se puede calcular la fuerza par M necesaria al aplicar la fuerza máxima al obtener una inclinación de 40º con la ecuación (3.25) y con una eficiencia del 85 %, considerando la existencia de fricción entre componentes.

$$M = \frac{d_1}{2} \frac{F_L}{n} \quad (3.25)$$

Donde:

$M$ = par de fuerza

$F_L$ =Fuerza de carga

$d_1$ = Diámetro del acople giratorio

$n$ =Rendimiento

Para aplicar la ecuación (3.25) será necesario sustituir los parámetros de la Tabla 3.4 resolviendo dicha ecuación da como resultado  $M = 0,71Nm$ .

### 3.3.2. Selección del motor

Con ayuda del [Programa de selección de Maxon](#) mostrado en la Figura 3.12 se ingresó los diferentes datos cálculos durante el dimensionamiento del motor, adicionalmente se incluirá: una velocidad angular de 30 RPM y un diámetro de motor 35mm.

Maxon presenta varias gamas de motores de CC de imán permanente con escobillas que se presentara a continuación:

#### Gama RE (Figura 3.13)

- Alta densidad de potencia



**Figura 3.12:** Transmisión mediante grúa.

- Motor de CC de alta calidad con imán de NdFeB
- Velocidad y par de fuerza altos
- Diseño robusto (brida metálica)
- Diámetro: 6 - 65 mm



**Figura 3.13:** Motor DC: Gama RE

#### Gama RE-max (Figura 3.14)

- Altas prestaciones a costes reducidos.
- Combina el diseño de los motores A-max con imanes NdFeB.

- Diámetro: 13 - 29 mm.



**Figura 3.14:** Motor DC: Gama RE-max

#### **Maxon DCX Motor (Figura 3.15)**

- Potente gracias al imán de NdFeB
- Dinámico y eficiente
- Configurable
- Diámetro: 10 - 35 mm



**Figura 3.15:** Motor DC: maxon DCX Motor

Dentro de las diferentes alternativas que el programa presento se determinó que la mejor opción es el motor DC de Gama RE (RE 273762), algunas especificaciones se muestran en la Tabla 3.5 (anexo A)

Adicionalmente el programa de selección de Maxon selecciono la respectiva reductora (GP 32 166155) de 32mm de diámetro que a continuación se muestra en la Figura 3.16 y sus características técnicas en la Tabla 3.6.

			273762
<b>Motor Data</b>			
<b>Values at nominal voltage</b>			
1 Nominal voltage	V	48	
2 No load speed	rpm	2110	
3 No load current	mA	17.2	
4 Nominal speed	rpm	1230	
5 Nominal torque (max. continuous torque)	mNm	105	
6 Nominal current (max. continuous current)	A	0.507	
7 Stall torque	mNm	255	
8 Stall current	A	1.19	
9 Max. efficiency	%	77	
<b>Characteristics</b>			
10 Terminal resistance	$\Omega$	40.2	
11 Terminal inductance	mH	10.3	
12 Torque constant	mNm/A	214	
13 Speed constant	rpm/V	44.7	
14 Speed / torque gradient	rpm/mNm	8.4	
15 Mechanical time constant	ms	5.39	
16 Rotor inertia	$gcm^2$	61.2	

**Tabla 3.5:** Características del motor RE 273762



**Figura 3.16:** Reductora: GP 32 166155

<b>Gearhead Data</b>		
1 Reduction		3.7:1
2 Absolute reduction		26/7
3 Max. motor shaft diameter	mm	6
4 Number of stages		1
5 Max. continuous torque	Nm	0.75
6 Max. intermittent torque at gear output	Nm	1.1
7 Max. efficiency	%	80
8 Weight	g	118
9 Average backlash no load	°	0.7
10 Mass inertia	gcm²	1.5
11 Gearhead length L1	mm	26.5

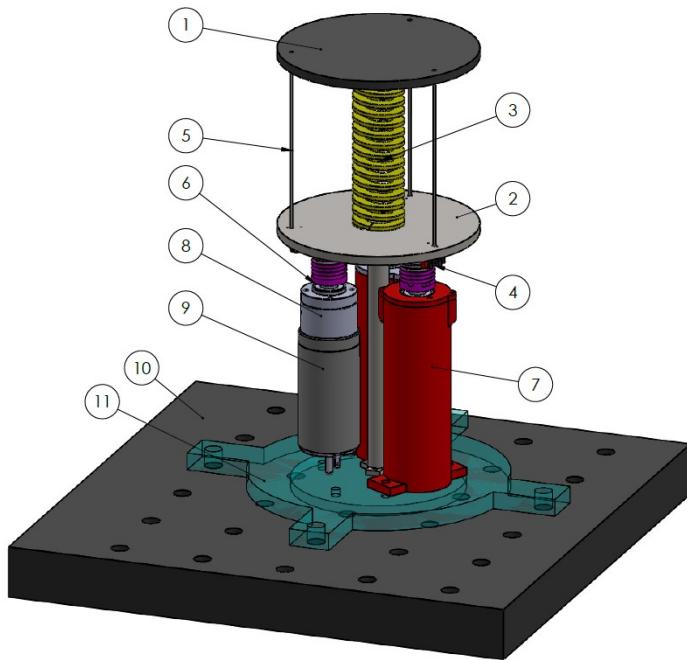
**Tabla 3.6:** Características del Reductor planetario GP 32 166155

### 3.4. Prototipo Paralelo

El mecanismo CDPM se muestra en la Figura 3.17, que representa el prototipo propuesto de cuello robótico de dos DOF.

El robot consiste en tres actuadores montados en una estructura fija que se utilizan para controlar la extensión de tres cables mediante un acople giratorio montado en el eje de cada actuador. Los cables están unidos a una plataforma móvil común que se considera como una masa puntual que está unida a un resorte que cumple las funciones de una columna. Al controlar la extensión

de los cables, se puede controlar la posición de la base móvil en un espacio tridimensional.



**Figura 3.17:** Esquema funcional de prototipo

Los elementos que conforman el prototipo cuello robótico se muestran en la Tabla 3.7.

#### 3.4.1. Especificaciones generales del prototipo

La Tabla 3.8 resume las especificaciones generales que tendrá el prototipo.

El diseño mecánico de los cabrestantes actuales se deriva de cabrestantes de grúa . Sin embargo, algunos requisitos adicionales deben tenerse en cuenta para controlar y operar robots paralelos impulsados por cable. El primer requisito para el funcionamiento permanente de los robots de cable, sin un desgaste excesivo de los cables, es mantener el radio de curvatura experimentado por

Elementos	
1	Plataforma Móvil
2	Base Fija
3	Resorte
4	Polea
5	Cable
6	Acople del Eje
7	Acople del Motor
8	Reductora del Motor
9	Motor DC
10	Plataforma
11	Base del Montaje

**Tabla 3.7:** Elementos del cuello robótico

Especificación técnica	Valor
Capacidad de CARGA	1Kg
Grados de libertad	2
Voltaje	48V DC
Peso aproximado	12.5Kg
Tipo de Mecanismo	CDPM
Dimensiones aproximadas	0.11 x 0.11 x 0.262m
Rango de inclinación	0°- 40°
Sensores	Encoders
Actuadores	Motor DC: Maxon RE 273762

**Tabla 3.8:** Especificaciones generales del prototipo

los cables. Esto debe ser significativamente más grande que el diámetro de los cables. En segundo lugar, la dirección de los cables cambia continuamente durante el funcionamiento del robot de cable. Por lo tanto, es necesario incluir una polea de orientación unidireccional en el cabrestante.

La configuración del cabrestante se muestra en la Figura 3.18. Un servo motor Maxon RE 273762 integrado con un encoder absoluto está acoplado a una caja de reductor planetario con una relación de transmisión de 3.7:1. Este tren de transmisión está conectado a un tambor con un diámetro  $d = 20\text{mm}$  que puede almacenar una longitud de cable de hasta 60mm. El tren de potencia está conectado a un engranaje adicional que mueve una guía de cable en paralelo a la tambor. Debido al paso igual del acople giratorio y el husillo, la dirección relativa del cable en espiral es constante, lo que permite enrollar y desenrollar el cable de manera confiable. Esto es especialmente importante ya que las velocidades y aceleraciones de los cables serán muy altas.

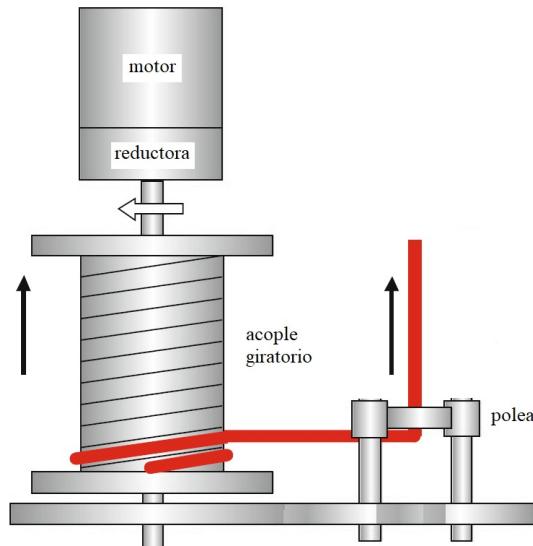
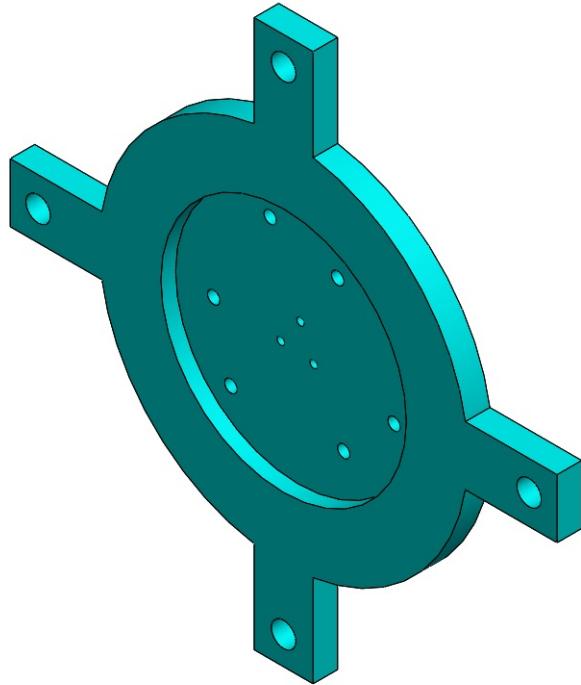


Figura 3.18: Configuración del cabrestante



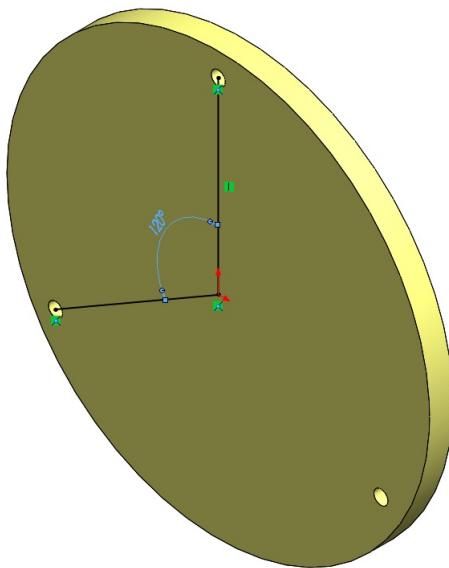
**Figura 3.19:** Base de montaje

### 3.4.2. Diseño de elementos mecánicos

El prototipo de cuello robotico será dimensionado por partes en los siguientes literales, cada una juega un papel importante en el correcto funcionamiento del mismo.

#### 3.4.2.1. Base de montaje

Esta parte del mecanismo tiene como objetivo mantener fijos los actuadores y además soportar el peso del resto de la máquina manteniendo en equilibrio de la misma, por lo que se considerará una base rígida con cuatro salidas como soportes para fijarse a la plataforma existente, ver Figura 3.19.



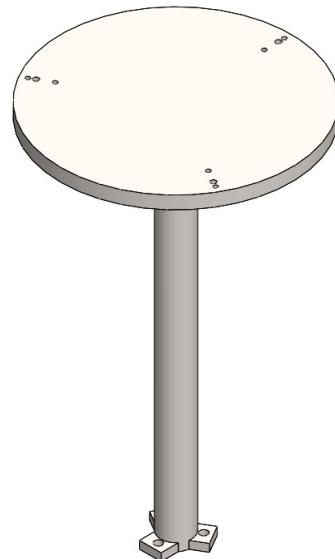
**Figura 3.20:** Base móvil

### 3.4.2.2. Base móvil

El elemento más importante de la estructura es la base móvil ya que esta permitirá simular los movimientos planteados en el proyecto. Para las dimensiones de la base se tendrá en cuenta que los actuadores se distribuirán a  $120^\circ$  cada uno, por lo que se diseñará una base circular con un diámetro de 10 cm, ver Figura 3.20.

### 3.4.2.3. Base fija

La función de la base fija es mantener el un extremo del resorte fijo y ademas tendrá una columna para fijarse en la base del montaje. Igualmente como la base móvil tendrá una distribuirán a  $120^\circ$ , un diámetro de 12 cm, ver Figura 3.21.



**Figura 3.21:** Base fija

#### 3.4.2.4. Acople del motor

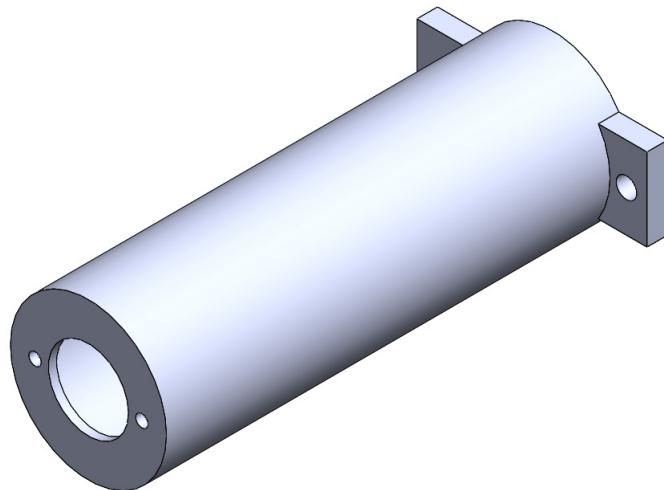
Esta pieza encapsula los componente del motor, reductora y del encoder, y a su vez en cada extremo de la pieza tendrá orificios que permitirán fijarse a la base fija y del montaje, ver Figura 3.22.

#### 3.4.2.5. Polea

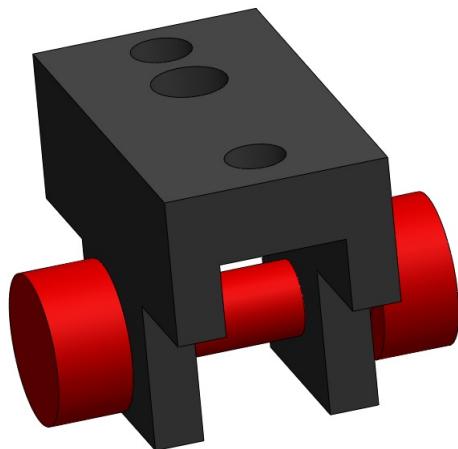
Como se mencionó anteriormente la polea tiene como objetivo orientar el cable que se enrolla o desenrolla en el acople giratorio, ver Figura 3.23.

#### 3.4.2.6. Acople giratorio

Por ultimo esta pieza irá acoplada al husillo de la reductora y tiene como función enrollar o desenrollar el cable, ver Figura 3.24.



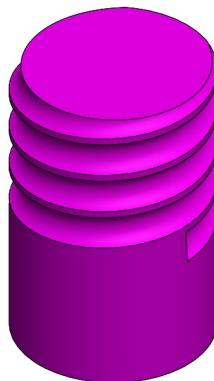
**Figura 3.22:** Acople del motor



**Figura 3.23:** Polea

### 3.4.3. Material de los componentes mecánicos

El material de fabricación será PLA (ácido poliláctico), utilizado comúnmente en la impresión 3D. El PLA es un polímero bio-degradable derivado del ácido láctico, su fabricación es partir de recursos renovables al 100 %, algunas características se menciona a continuación.cualquier objeto o pieza impresa en PLA

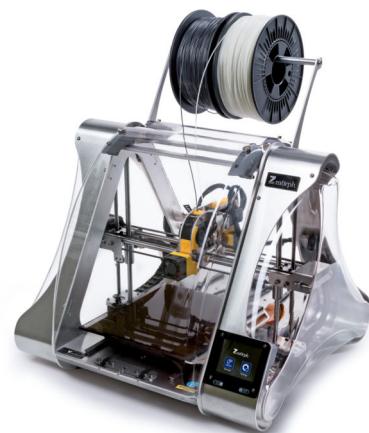


**Figura 3.24:** Polea

se vuelve endeble a temperaturas entorno a (60-70)ºC convirtiéndose en una desventaja a la vez

- El rango de temperatura de impresión debe estar entre (190-220)ºC. La temperatura a la cual se debe imprimir, debe estar entre el rango antes mencionado; aunque la temperatura óptima de impresión (depende de cada extrusor), suele estar entre (198-210)ºC.
- Presenta una resistencia mecánica baja, es decir, se trata de un material frágil y duro a la vez. Esto implica que, una vez impresa la pieza no es aconsejable realizar tratados mecánicos sobre ellas.
- Menos contracción entre capas. Esto permitirá que no se produzca el "efecto warping" o que las capas intermedias-altas se agrieten por mala adhesión entre ellas como ocurre con el material ABS.

La impresora utilizada es el Modelo ZMorph 2.0 SX, de ZMorph mostrado en la Figura ??



**Figura 3.25:** Impresora 3D ZMorph 2.0 SX.



Capítulo **4**

## Modelo Matemático

En este capítulo se describe detalladamente el modelado matemático de un mecanismo paralelo accionado por cables actuando como columna central un resorte. Este capítulo incluye el análisis de análisis estático y de la cinemática inversa, dentro del análisis se enfocará en la configuración de los ángulos de Euler para describir la orientación de la base móvil y fundamentalmente en pandeo lateral del resorte.

### 4.1. Configuración del mecanismo

La estructura del robot paralelo accionado por cable, como se muestra en la Figura 4.1, consta de cuatro componentes principales:

- **Cables.** Tres cables flexibles con masa y diámetro insignificantes se conectan desde la plataforma móvil en el punto  $B_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) a la base fija en el punto  $A_i$ . Tanto  $A_i$  como  $B_i$  son equidistantes entre sí en el círculo con radios  $|OA_i| = a$  y  $|OB_i| = b$  con respecto al centro  $O$  y  $o$ , respectivamente.  $OA_i$  y  $OB_i$  están en la misma dirección en la configuración inicial. El valor de fuerza a lo largo del cable se denota como  $T_i$ , la longitud del

cable entre  $A_i$  y  $B_i$  como  $l_i$ , y el vector unitario para la dirección de la fuerza en cada cable como  $u_i$ .

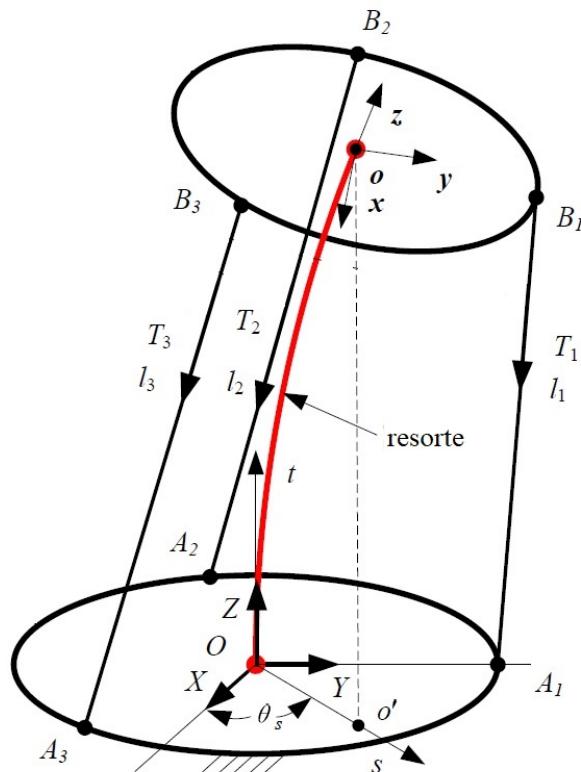
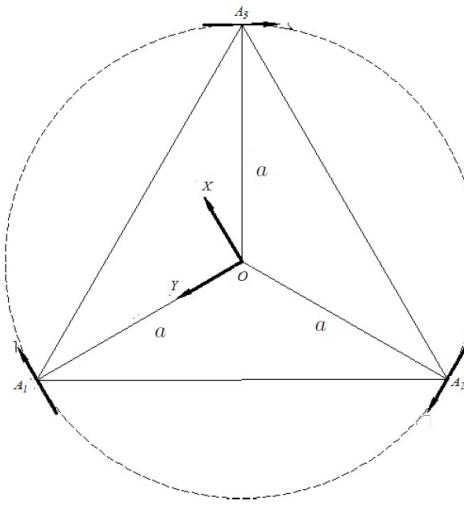


Figura 4.1: Diagrama esquemático del CDPM

- **Base fija.** Esta es la parte fija del mecanismo al que está conectado un marco de coordenadas fijo  $OXYZ$ . El origen del marco está en el centro inferior del resorte, el eje  $Y$  está a lo largo de  $OA_1$  y el eje  $Z$  es determinado por la regla de la mano derecha. Las coordenadas homogéneas de  $A_i$  (Figura 4.2), son los puntos de la base fija con respecto al sistema de coordenadas  $OXYZ$  que se describen a continuación:

$$OA_1 = (0, a, 0)^T$$



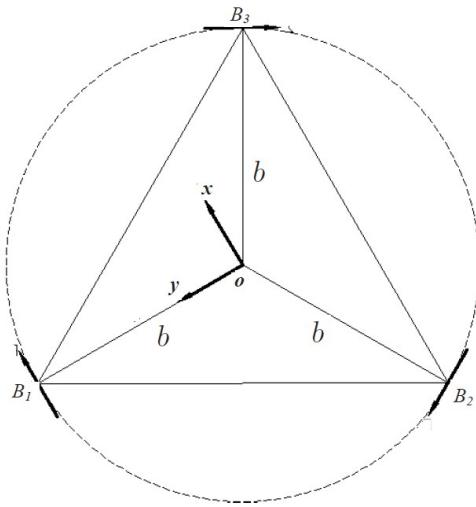
**Figura 4.2:** Vista superior de la base fija.

$$\begin{aligned} OA_2 &= \left( -\frac{\sqrt{3}}{2}a, -\frac{1}{2}a, 0 \right)^T \\ OA_3 &= \left( \frac{\sqrt{3}}{2}a, -\frac{1}{2}a, 0 \right)^T \end{aligned}$$

- **Plataforma móvil.** Esta es la parte móvil del mecanismo, a la que se montará la carga. El sistema de coordenada  $oxyz$  está unido a esta plataforma móvil, con el origen  $o$  en la parte superior central del resorte, el eje  $y$  esta a lo largo de  $oB_1$  y el eje  $z$  determinado igualmente por la regla de la mano derecha. Del mismo modo, las coordenadas homogéneas de  $B_i$  (Figura 4.3) en la plataforma móvil con respecto a  $oxyz$  son:

$$oB_1 = (0, b, 0)^T$$

$$oB_2 = \left( -\frac{\sqrt{3}}{2}b, -\frac{1}{2}b, 0 \right)^T$$



**Figura 4.3:** Vista superior de la plataforma móvil.

$$oB_3 = \left( \frac{\sqrt{3}}{2}b, -\frac{1}{2}b, 0 \right)^T$$

- **Resorte.** El resorte de compresión produce una fuerza par entre la base fija y la plataforma móvil para soportar la carga y facilitar el movimiento del cuello robótico. Se muestra como una curva desde el punto O hasta el punto o en la Figura 4.1. Tenga en cuenta que dado que el resorte está rígidamente conectado a la base fija en el punto *O*, el vector tangente para la curva de resorte en *O* es perpendicular al plano de base fija. Se pueden aplicar argumentos similares al punto *o* y al plano de la plataforma móvil.

Debido a la ubicación simétrica de los cables, podemos suponer que el resorte se doblará en un plano. Además, dado que la resistencia a la torsión para la compresión del muelle es bastante grande, también suponemos que la plataforma móvil no puede girar alrededor del eje *z* del marco del cuerpo *oxyz*. Como estos dos supuestos se mencionarán con frecuencia más adelante, los establecemos como una suposición.

#### 4.1.1. Condición del mecanismo.

El plano para la curva del resorte, que se muestra en la Figura 4.1, está formado por  $O, o$  y  $o'$ , donde  $o'$  es la proyección vertical sobre la base fija. El plano formado por las coordenadas  $Ost$  se proyecta el resorte flexionado. El origen es el mismo que el marco fijo  $OXYZ$ , el eje  $t$  es el mismo que el eje  $Z$  en el cuadro  $OXYZ$  y el eje  $s$  está a lo largo  $Oo'$ . Con estas condiciones se necesita cuatro parámetros para definir la configuración de la plataforma móvil:

- $\theta_s$ : ángulo entre el eje  $s$  y el eje  $X$  (dirección de flexión).
- $\theta_p$ : ángulo entre el plano base fijo y el plano de la plataforma móvil (ángulo de inclinación).
- $t_0$ : coordenada  $t$  del punto  $o$  (longitud vertical de la curvatura del resorte) en el marco  $Ost$ .
- $s_0$ : coordenadas  $s$  del punto  $o$  (traslación lateral del resorte en flexión) en el marco  $Ost$ .

Solo hay tres parámetros independientes entre ellos. Se puede considerar  $s_0$  como el parámetro dependiente. En otras palabras, una vez que se den  $\theta_s, \theta_p$  y  $t_0$ ,  $s_0$  puede resolverse. En este caso,  $s_0$  se considera como un movimiento parasitario que puede determinarse por los otros tres parámetros. Este movimiento parasitario se encuentra con frecuencia en manipuladores paralelos [28]. Dado que DOF es el número de coordenadas independientes necesarias para definir la configuración de un mecanismo [29], por lo tanto este mecanismo tiene 3 DOF.

Entonces  $\theta_s$  y  $\theta_p$  pueden describir la rotación de la plataforma móvil, por lo tanto se puede obtener la matriz de rotación del sistema de coordenadas  $oxyz$  sobre  $OXYZ$  cuando se conozca tanto  $\theta_s$  y  $\theta_p$ .

## 4.2. Matriz de rotación.

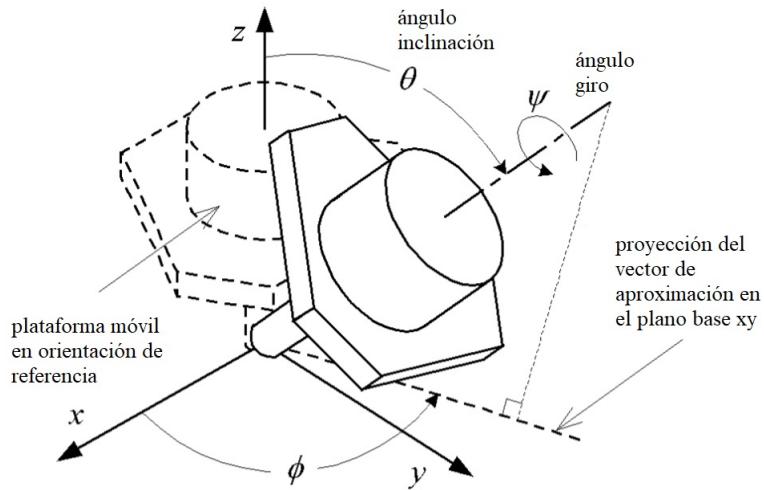
Uno de los problemas básicos para encontrar el espacio de trabajo de orientación 3-D es la elección de coordenadas para describir la orientación de la plataforma móvil.

Existen varios conjuntos redundantes de coordenadas de orientación, como los parámetros de Euler [30], cosenos de dirección, etc. Si bien proporcionan una parametrización global de la orientación, requieren una representación en un espacio 4-D. Para superar este inconveniente, se pueden usar tres ángulos de Euler para representar la orientación de la plataforma móvil. Estos ángulos corresponden a tres o más rotaciones sucesivas sobre la base y ejes de la base móvil. La principal desventaja es la existencia de singularidades en las que no se cumple la correspondencia uno a uno entre la orientación real y los ángulos de Euler.

Los primeros requisitos establecidos para los ángulos de Euler se cumplen con los ángulos de *Euler Estándar* que se definen girando primero el marco móvil alrededor del eje  $z$  base con un ángulo  $\phi$ , luego sobre el eje  $y'$  móvil con un ángulo  $\theta$ , y finalmente sobre el eje  $z'$  móvil con un ángulo  $\psi$ . Para esta elección de ángulos de Euler, la singularidad se produce en  $\theta = 0^\circ$  y la matriz de rotación se define como:

$$R = R_z(\phi)R_{y'}(\theta)R_{z'}(\psi) = R_z(\psi)R_y(\theta)R_z(\phi) \quad (4.1)$$

Los ángulos de Euler estándar dan tramas complicadas de espacio de trabajo de orientación por lo que una modificación conjunta de ángulos de Euler fue introducida en [5] para manipuladores paralelos. En la nueva representación de orientación, primero se rota la plataforma móvil sobre el eje base  $z$  en un ángulo  $-\phi$ , luego sobre el eje base  $y$  un ángulo  $\theta$ , luego sobre eje  $z$  por un ángulo  $\phi$ , y finalmente sobre el eje  $z'$  móvil por un ángulo  $\psi$ . La singularidad ocurre a  $\theta = 0^\circ$ . El ángulo  $\psi$  es el "ángulo de rotación", el ángulo  $\theta$  es el "ángulo



**Figura 4.4:** Ángulos de Euler modificados que definen la orientación de la plataforma [5].

de inclinación”, y el ángulo  $\phi$  es el ángulo entre el eje base  $x$  y la proyección del vector de aproximación en el plano base  $xy$  mostrado en la Figura 4.4.

Debe tenerse en cuenta que los ángulos de giro  $\psi$  son iguales a cero porque suponiendo que no haya torsión de rotación. Por lo tanto, la matriz de rotación se define como:

$$\begin{aligned}
 R &= R_z(\phi)R_y(\theta)R_z(-\phi)R_{z'}(\psi) \\
 &= R_z(\phi)R_y(\theta)R_z(\psi - \phi) \\
 &= R_z(\phi)R_y(\theta)R_z(-\phi)
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

La transformación rotacional se define como:

$$\begin{aligned}
R_x(\alpha) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} R_y(\beta) = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \\
R_y(\gamma) &= \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.3}$$

Entonces equiparando (4.3) en (4.2) se tiene:

$$\begin{aligned}
R(\phi, \theta) &= R_z(\phi) R_y(\theta) R_z(-\phi) \\
&= \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi & 0 \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} (\cos^2 \phi \cos \theta + \sin^2 \theta) & (\cos \phi \cos \theta \sin \phi - \sin \phi \cos \phi) & (\cos \phi \sin \theta) \\ (\sin \phi \cos \theta \cos \phi - \cos \phi \sin \phi) & (\sin^2 \phi \cos \theta + \cos^2 \phi) & (\sin \phi \sin \theta) \\ (-\sin \theta \cos \phi) & (\sin \theta \sin \phi) & \cos \theta \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.4}$$

Reemplazando los ángulos que describen la orientación del mecanismo:  $\phi = \theta_s$  y  $\theta = \theta_p$  en la ecuación (4.4), la matriz de transformación rotacional del cuello robótico es:

$${}^o R_{o'} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{bmatrix} \tag{4.5}$$

Donde

$$\begin{aligned}
 t_{11} &= \sin^2 \theta_s + \cos \theta_p \cos^2 \theta_s \\
 t_{12} &= t_{21} = (\cos \theta_s - 1) \cos \theta_s \sin \theta_s \\
 t_{13} &= -t_{31} = \sin \theta_p \cos \theta_s \\
 t_{22} &= \cos^2 \theta_s + \cos \theta_p \sin^2 \theta_s \\
 t_{23} &= -t_{32} = \sin \theta_p \sin \theta_s \\
 t_{33} &= \cos \theta_p
 \end{aligned}$$

En consecuencia, la matriz de transformación homogénea (4.6) entre la base móvil y el sistema de coordenadas base se expresa como:

$${}^oT_{o'} = \begin{bmatrix} {}^oR_{o'} & {}^oP_o \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Donde  ${}^oP_o$  es el vector posición (4.7) del punto  $o$  con respecto al sistema de coordenadas base y su ecuación es:

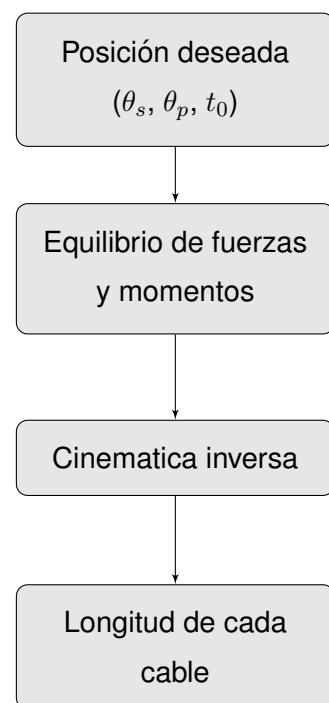
$$P_o = \begin{bmatrix} s_o \cos \theta_s & s_o \sin \theta_s & t_0 \end{bmatrix}^T \quad (4.7)$$

### 4.3. Análisis estático y de la cinemática inversa

El análisis tanto de la cinemática inversa como el estático del cuello robótico está representado por el siguiente diagrama:

El problema de la cinemática inversa de la posición se expresa como: dada la postura deseada de la plataforma móvil  $x = [\theta_s, \theta_p, t_0]^T \in \mathbb{R}^3$  se necesita calcular la longitud de los cables  $L = [L_1, L_2, L_3]^T \in \mathbb{R}^3$  que se puede describir como:

$$L = f(x) \quad f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3 \quad (4.8)$$



**Figura 4.5:** Solución del modelo matemático del cuello robótico

La solución se calcula como:

$$L_i = \left\| {}^O T_{o'} \overrightarrow{oB_i} - \overrightarrow{OA_i} \right\| \quad (i = 1, 2, 3) \quad (4.9)$$

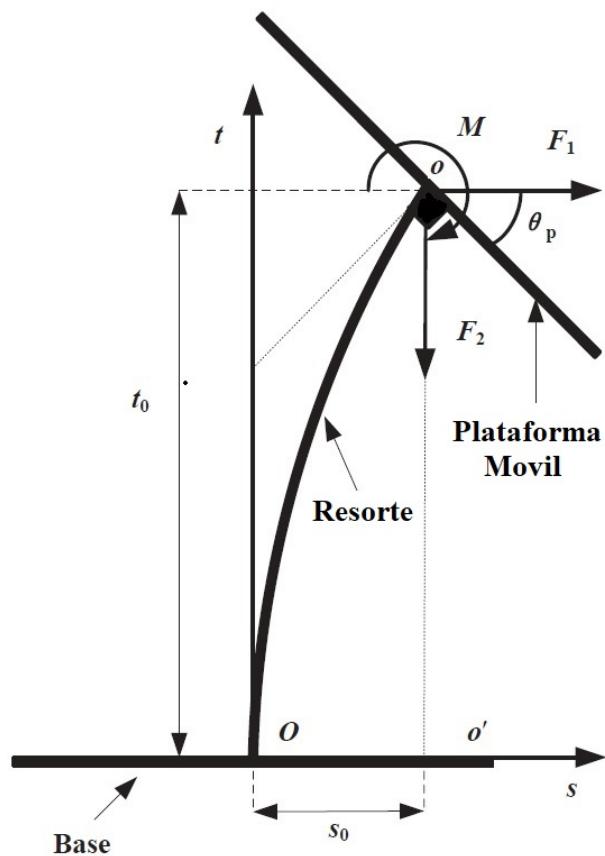
Si  $s_0$  se resuelve de  $x$ . Sin embargo,  $s_0$  no se puede asignar arbitrariamente. Este movimiento parasitario es una característica de la flexión lateral del resorte, que es causada por las fuerzas que actúan sobre el resorte. Estas fuerzas son principalmente resultas a partir de las fuerzas de tracción en los tres cables y la masa de la carga útil. Por lo tanto, debemos combinar la cinemática inversa y el análisis estático para obtener una solución. El procedimiento general [31] es:

1. Transformar todas las fuerzas del cable a la fuerza y momento equivalentes aplicados en el centro superior del resorte.
2. Usar la fuerza y el momento equivalentes para obtener las ecuaciones de flexión lateral del muelle deseada.
3. Resolver  $s_0$ .
4. Resolver la posición inversa.

#### 4.3.1. Ecuaciones de equilibrio de fuerza y momento

Con la sección 4.1.1, todas las fuerzas del cable se pueden transformar en el plano de flexión  $Ost$ . En otras palabras, podemos convertir todas las fuerzas en dos fuerzas perpendiculares  $F_1$  y  $F_2$  en el plano, y un momento  $M$  perpendicular al plano en el centro superior del resorte como se muestra en la Figura 4.6, considerando que el movimiento de la plataforma no está sujeta a fuerzas externas.

La masa de la plataforma móvil se toma como un punto de masa en el centro superior de la primavera con la cantidad  $m$ . Las condiciones de equilibrio para fuerza y momento de la plataforma móvil son las siguientes:



**Figura 4.6:** Sistema de equilibrio de fuerzas y momentos

$$\sum_{i=1}^3 {}^O T_i + F = 0 \quad (4.10)$$

$$\sum_{i=1}^3 {}^O r_i \times {}^O T_i + M = 0 \quad (4.11)$$

Donde

$${}^O T_i = {}^O T_{o'} (\overrightarrow{oB_i} - \overrightarrow{OA_i}) / \| {}^O T_{o'} \overrightarrow{oB_i} - \overrightarrow{OA_i} \|$$

$${}^O r_i = {}^O R_{o'} \cdot \overrightarrow{oB_i}$$

$$F = \begin{bmatrix} -F_1 \cos \theta_s, & -F_1 \sin \theta_s, & F_2 - mg \end{bmatrix}^T$$

$$M = \begin{bmatrix} -M \sin \theta_s, & M \cos \theta_s, & 0 \end{bmatrix}^T$$

Las ecuaciones (4.10) y (4.11) se pueden descomponer en seis ecuaciones [31]. En las seis ecuaciones, hay en total de siete incógnitas:  $T_1$  a  $T_3$ ,  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $M$  y  $s_0$ . Eliminando  $T_1$  a  $T_3$ , con una sola ecuación  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $M$  y  $s_0$  ya que se pueden obtener las incógnitas:

$$\begin{aligned} & +2b \sin \theta_s \sin \theta_p F'_2 s_0^2 + 2b \left( \sin \theta_s \sin \theta_p t_0 F_1 + \sin \theta_s \cos \theta_p t_0 F'_2 \right. \\ & \left. + \sin \theta_s \sin \theta_p M + \frac{1}{2} a \sin \theta_p \cos 2\theta_s F'_2 \right) s_0 \\ & + b \left( 2t_0^2 \sin \theta_s \cos \theta_p - ab \sin \theta_s \sin^2 \theta_p + a \sin \theta_p \cos 2\theta_s t_0 \right) F_1 \\ & - ab \sin \theta_s \sin \theta_p (a - b \cos \theta_p) F'_2 - 2t_0 \sin \theta_s (a - b \cos \theta_p) M = 0 \end{aligned} \quad (4.12)$$

Donde:

$$F'_2 = F_2 - mg$$

### 4.3.2. Ecuaciones de pandeo lateral para un resorte

El problema de flexión del resorte fue investigado por primera vez por Timoshenko como ya se mencionó en la sección 3.2.2, indicando que la flexión lateral de un resorte de compresión podría tratarse con los mismos métodos que las barras elásticas, pero era necesario considerar el cambio en la longitud

del muelle debido a la compresión ya que el cambio no es insignificante, como en el caso de barras comprimidas [25]. Considerando esta sugerencia, el resorte como se muestra en la Figura 4.6 se doblará por las fuerzas  $F_1$  y  $F_2$  más un par  $M$ , la siguiente ecuación describe esta deformación:

$$\beta \frac{\frac{d^2s}{dt^2}}{\left[1 + \left(\frac{ds}{dt}\right)^2\right]^{3/2}} = M + F_2(s_0 - s) + F_1(t_0 - t) \quad (4.13)$$

El lado derecho de la ecuación (4.13) es el momento total aplicado a una sección transversal del resorte. Esta ecuación no tiene una solución analítica, por lo que una solución numérica puede ser calculando integrales elípticas [32]. Para deflexiones pequeñas, la ecuación (4.13) se puede simplificar a un caso lineal:

$$\beta \frac{d^2s}{dt^2} = M + F_2(s_0 - s) + F_1(t_0 - t) \quad (4.14)$$

Con las condiciones iniciales para un extremo del resorte conectado al base fija y el extremo libre conectado a la plataforma móvil

$$s(0) = 0, \quad s'(0) = 0, \quad s(t_0) = s_0, \quad s'(t_0) = \tan \theta_p \quad (4.15)$$

Donde

$$s' = ds/dt.$$

En base a (4.14) y (4.15), se pueden derivar dos ecuaciones con respecto a  $F_1$  y  $M$  como una función de  $s_0$ :

$$F_1 = D_1 s_0 + E_1 \quad (4.16)$$

$$M = D_2 s_0 + E_2 \quad (4.17)$$

Donde:

$$D_1 = - \frac{a_2 c_1 - a_1 c_2}{a_2 b_1 - a_1 b_2}$$

$$E_1 = \frac{a_2 d_1 - a_1 d_2}{a_2 b_1 - a_1 b_2}$$

$$D_2 = - \frac{b_2 c_1 - b_1 c_2}{b_2 a_1 - b_1 a_2}$$

$$E_2 = \frac{b_2 d_1 - b_1 d_2}{b_2 a_1 - b_1 a_2}$$

$$a_1 = 1 - \cos \left( \sqrt{F_2/\beta} t_0 \right)$$

$$b_1 = \sqrt{\beta/F_2} \sin \left( \sqrt{F_2/\beta} t_0 \right) - t_0 \cos \left( \sqrt{F_2/\beta} t_0 \right)$$

$$c_1 = - F_2 \cos \left( \sqrt{F_2/\beta} t_0 \right)$$

$$d_1 = 0$$

$$a_2 = \sqrt{F_2/\beta} \sin \left( \sqrt{F_2/\beta} t_0 \right)$$

$$b_2 = \cos \left( \sqrt{F_2/\beta} t_0 \right) + t_0 \sqrt{\beta/F_2} \sin \left( \sqrt{F_2/\beta} t_0 \right) - 1$$

$$c_2 = F_2 \sqrt{F_2/\beta} \sin \left( \sqrt{F_2/\beta} t_0 \right)$$

$$d_2 = - F_2 \tan \theta_p$$

Sustituyendo (4.16) y (4.17) en (4.12), se obtiene de acuerdo a [31] la siguiente ecuación:

$$A s_0^2 + B s_0 + C = 0 \quad (4.18)$$

Donde:

$$\begin{aligned}
 A &= 2b \sin \theta_s \sin \theta_p \left( F_2' + t_0 D_1 + D_2 \right) \\
 B &= (2bt_0^2 \sin \theta_s \cos \theta_p - ab^2 \sin \theta_s \sin^2 \theta_p + abt_0 \sin \theta_p \cos 2\theta_s) D_1 \\
 &\quad - 2t_0 \sin \theta_s (a - b \cos \theta_p) D_2 + 2bt_0 \sin \theta_s \left( F_2' \cos \theta_p + E_1 \sin \theta_p \right) \\
 &\quad + 2b \sin \theta_p \left( E_2 \sin \theta_s + \frac{1}{2} a F_2' \cos 2\theta_s \right) \\
 C &= (2bt_0^2 \sin \theta_s \cos \theta_p - ab^2 \sin \theta_s \sin^2 \theta_p + abt_0 \sin \theta_p \cos 2\theta_s) E_1 \\
 &\quad - ab \sin \theta_p \sin \theta_s (a - b \cos \theta_p) F_2' - 2t_0 \sin \theta_s (a - b \cos \theta_p) E_2
 \end{aligned}$$

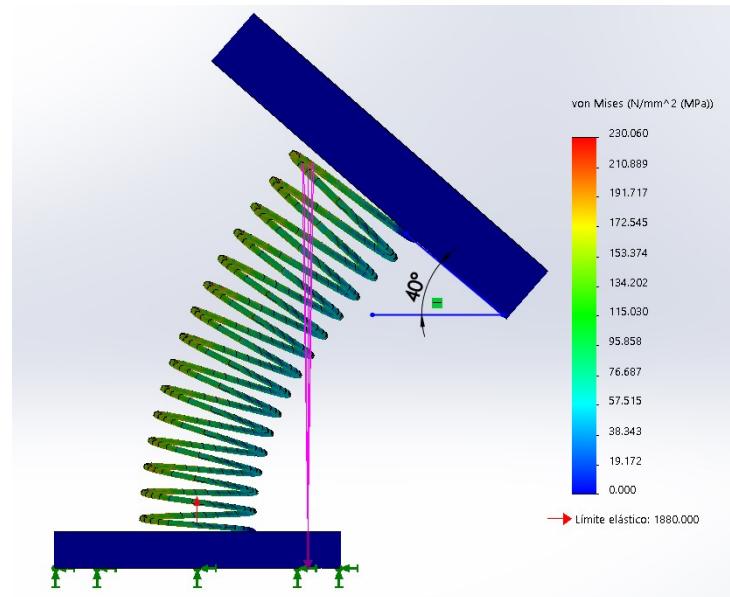
La ecuación (4.18) es una ecuación cuadrática y  $A, B, C$  se conocen cuando se dan  $\theta_p$  y  $\theta_s$ . Entonces,  $s_0$  puede obtenerse resolviendo el (4.18). Una vez se obtenga  $s_0$ , la cinemática inversa puede ser resuelto en consecuencia.

# Capítulo 5

## Validación y Simulación

### 5.1. Validación del resorte

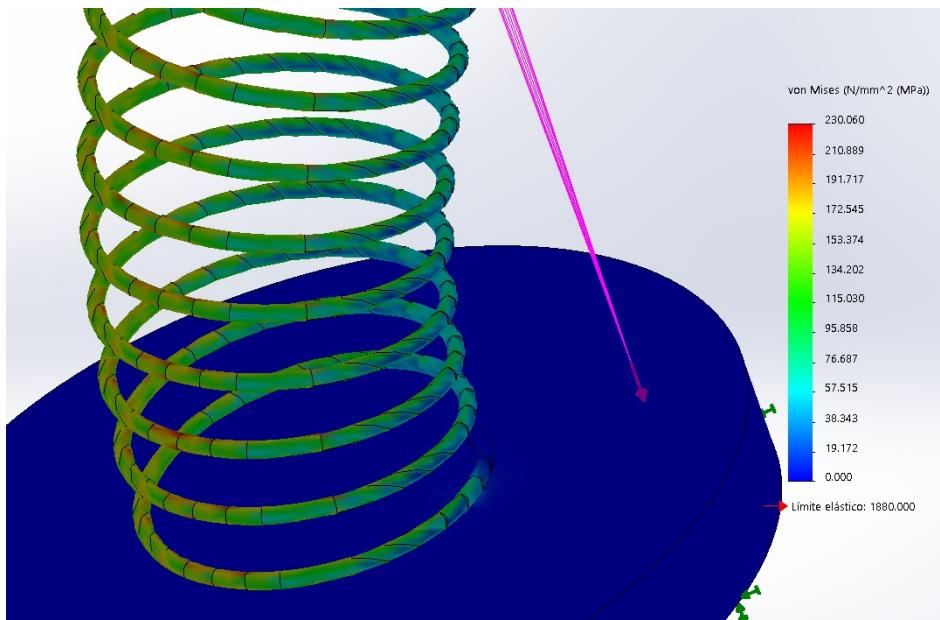
Para validar el diseño del resorte se realiza un estudio de tensión en un software CAD, para observar si al aplicar una fuerza se obtener la inclinación máxima que alcanza el prototipo, tomando en consideración que el límite elástico del acero A228 que está hecho el resorte es de 2000 Mpa según la Tabla 5.1 [2] para  $d=3\text{mm}$ , al realizar el estudio de tensión como se observa en la Figura 5.1 para alcanzar un ángulo de inclinación de  $40^\circ$  el resorte que actúa como columna central podrá recuperar su estado inicial ya que el límite elástico simulado no supera al teórico, pero se debe considerar que en la mitad del resorte será donde se presenta los esfuerzos máximos como se observa en la Figura 5.2.



**Figura 5.1:** Estudio de tensión del resorte.

Diametro, mm	Resistencia a la Tension, MPa										
	minimo	maximo									
0,10	3027	3344	0,56	2379	2634	1,50	2041	2255	3,18	1800	1986
0,13	2937	3247	0,61	2351	2599	1,60	2020	2234	3,30	1786	1972
0,15	2861	3165	0,66	2324	2572	1,70	1999	2213	3,43	1779	1765
0,18	2806	3096	0,71	2296	2537	1,83	1979	2186	3,56	1765	1951
0,20	2751	3041	0,76	2275	2517	1,93	1958	2165	3,68	1751	1937
0,23	2710	2992	0,81	2255	2489	2,03	1944	2151	3,81	1744	1924
0,25	2668	2951	0,86	2234	2468	2,16	1924	2124	3,96	1731	1910
0,28	2634	2910	0,91	2213	2448	2,29	1903	2103	4,11	1717	1896
0,30	2599	2875	0,97	2193	2427	2,41	1889	2089	4,50	1689	1862
0,33	2572	2841	1,02	2172	2406	2,54	1868	2068	4,88	1662	1841
0,36	2544	2813	1,07	2158	2386	2,59	1862	2062	5,26	1641	1820
0,38	2517	2785	1,14	2130	2358	2,72	1848	2041	5,72	1620	1793
0,41	2496	2758	1,22	2110	2337	2,79	1841	2034	6,35	1586	1758
0,46	2455	2710	1,30	2089	2310	2,84	1834	2027			
0,51	2413	2668	1,40	2068	2282	3,07	1813	1999			

**Tabla 5.1:** Tabla de resistencia para acero ASTM A228 [2]



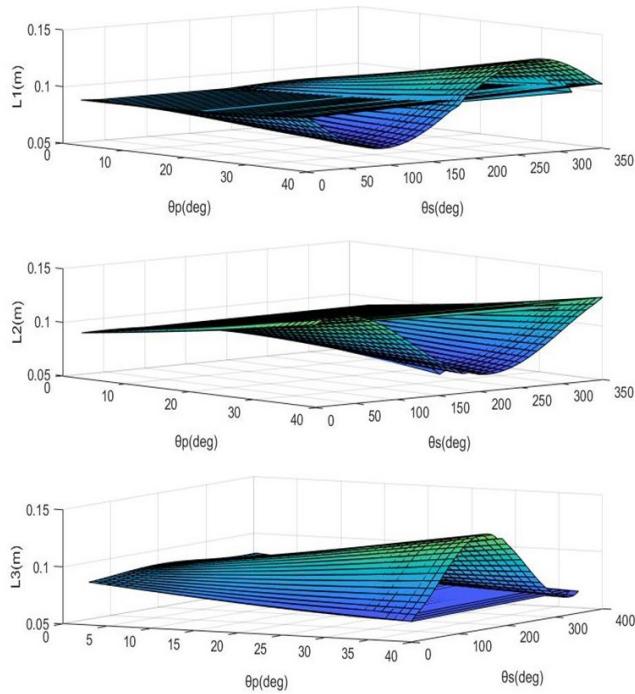
**Figura 5.2:** Zona de tensión máxima del resorte.

## 5.2. Implementación del modelo matemático del sistema

La cinemática inversa y el análisis estático se implementan en MATLAB. Los parámetros de compresión del resorte para el prototipo se muestran en la Tabla 3.2, además la constante de rigidez a flexión  $\beta_0$  se encuentra en la Tabla 3.3.

Otros parámetros a considerar son  $a = b = 0,05\text{m}$  y  $m = 1\text{kg}$ . La implementación se realiza con un  $t_0$  fijo de 0.085 m porque en aplicaciones reales  $t_0$  solo puede usarse para ajustar la fuerza en los tres cables. Variando  $\theta_p$  de 0 a 40 grados y  $\theta_s$  de 0 a 360 grados, podemos obtener los resultados que se muestran en la Figura 5.3, donde las longitudes de los cables se ubican en la coordenada  $z$ .

En la Figura 5.3, se observa que mientras  $\theta_p$  sea grande, la variación de la longitud también es grande. Esto se debe a que cuanto más se incline la



**Figura 5.3:** Diagrama de la cinemática inversa.

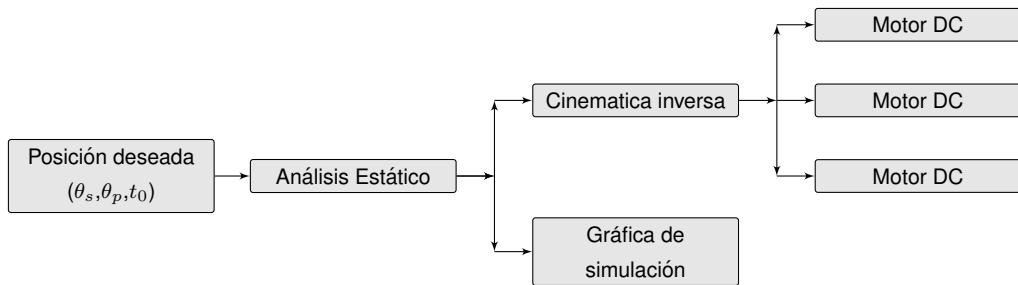
plataforma móvil, mayor cantidad de fuerza se requerirá.

### 5.3. Simulación del modelo matemático

Una vez que se ha explicado el modelo matemático del mecanismo que actuará como cuello robótico, se procede a la simulación del sistema completo, para comprobar si el sistema realmente se podrá llevar a una serie de posiciones target deseadas.

Se observa en la Figura 5.4 el sistema que se implementará en Simulink de Matlab. En este modelo todos los bloques corresponden al sistema desarrollado en el Capítulo 4, de izquierda a derecha se tiene; un bloque de posición deseada (donde se ingresará los parámetros necesarios para configurar el mecanismo),

análisis estático (condición de equilibrio de fuerzas y momentos de la plataforma móvil), cinemática inversa (calculo de la longitudes de los cable para el mecanismo paralelo), gráfica de simulación (presentación gráfica del mecanismo de acuerdo a los parámetros ingresados), 3 motores DC (cada cable estará conectado a su motor).



**Figura 5.4:** Diagrama de bloque para simulación del cuello robótico

En la Figura 5.5 se muestra la implementación en Simulink Matlab del diagrama de bloque de la Figura 5.4, el esquema tiene (de izquierda a derecha) señales de entrada, análisis estático (donde las variables de salida son  $F_1, F_2, M$  y  $s_0$  descritas en el Capítulo 4), bloque de cinemática inversa, gráfica (simulación gráfica del mecanismo), una función de desplazamiento lineal a angular (para convertir la longitud del cable en posición de referencia del motor) para cada motor y finalmente Motor1,2,3 (representa la planta del motor RE 273762).

En la Figura 5.6, se observa el esquema en tres dimensiones del CDPM que simula los movimientos de un cuello humano. En esta simulación se puede observar como responde el sistema ante determinados valores de entrada, y a su vez se verifica que el cuello robotico simula dos movimientos del cuello humano (roll, pitch) de la Figura 1.1, como se observa en la Figura 5.7:

En esta secciónl también se verificará que el mecanismo del prototipo cumpla con los parámetros geométricos establecidos anteriormente en la sección 1.4 . Se probara que la base móvil alcance el ángulo máximo diseñado que en

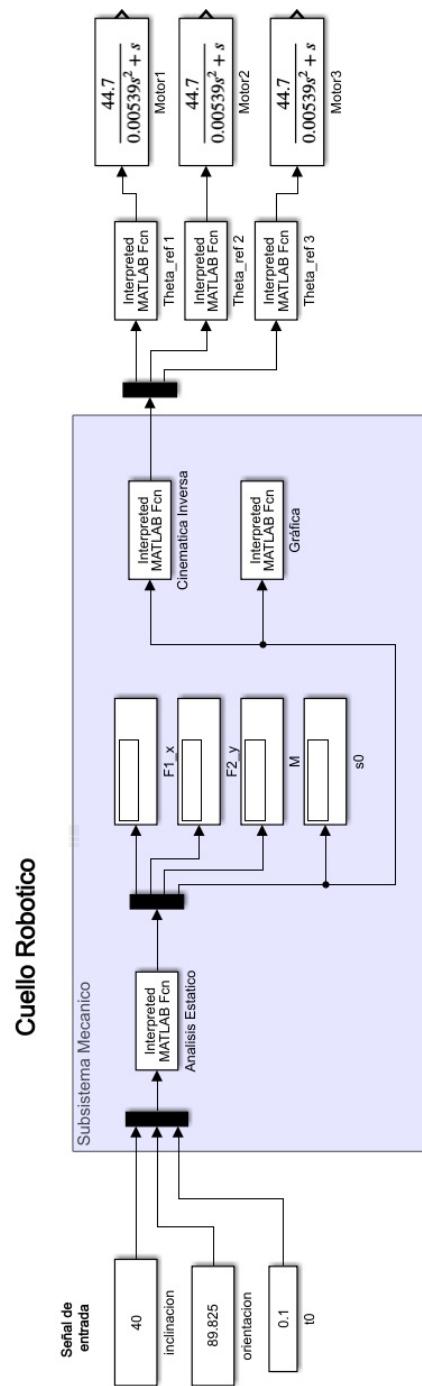
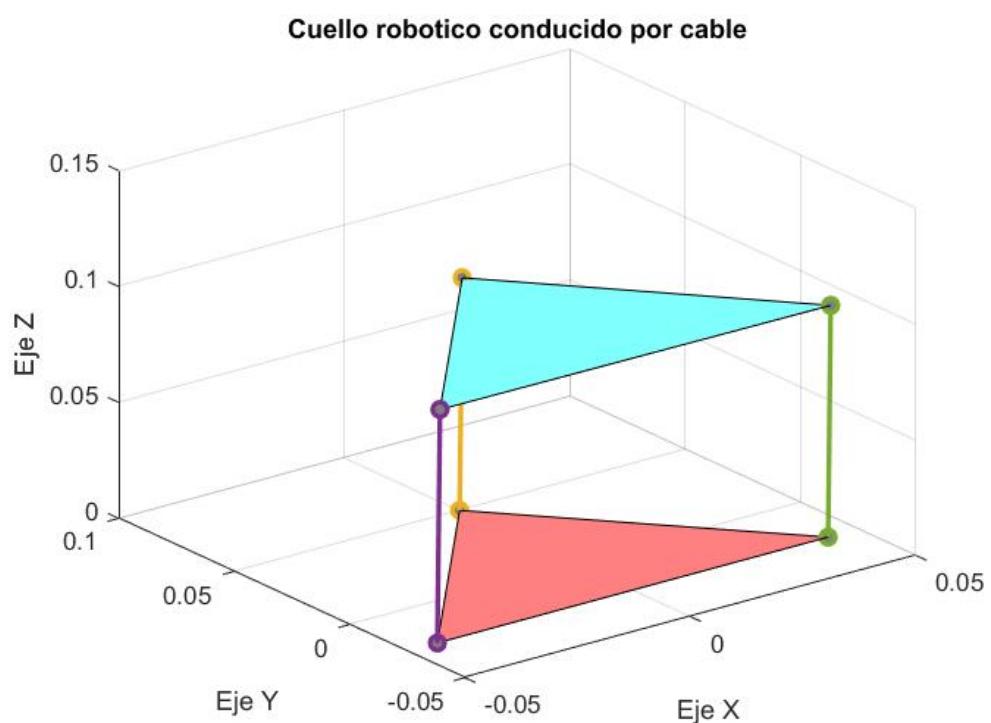
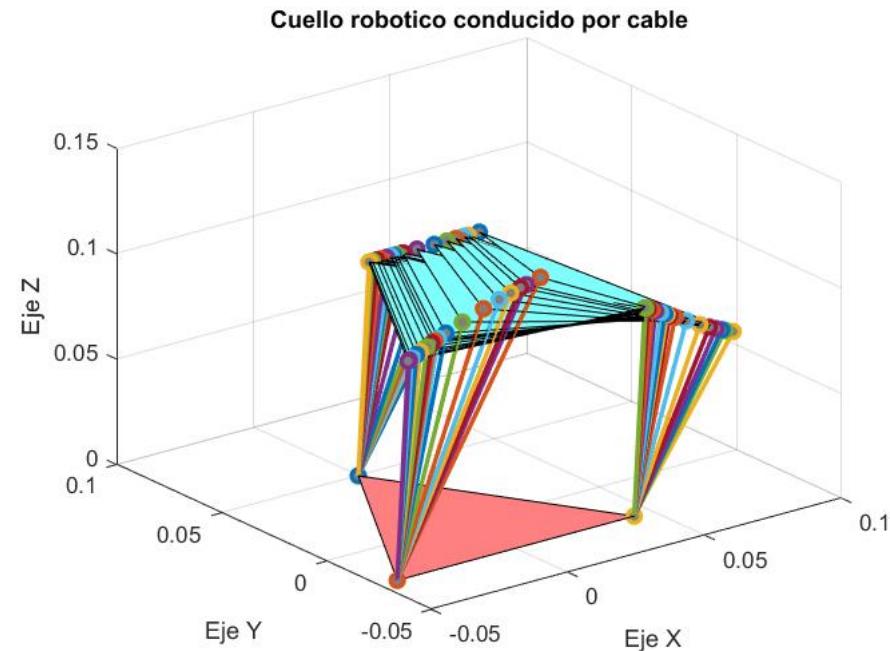
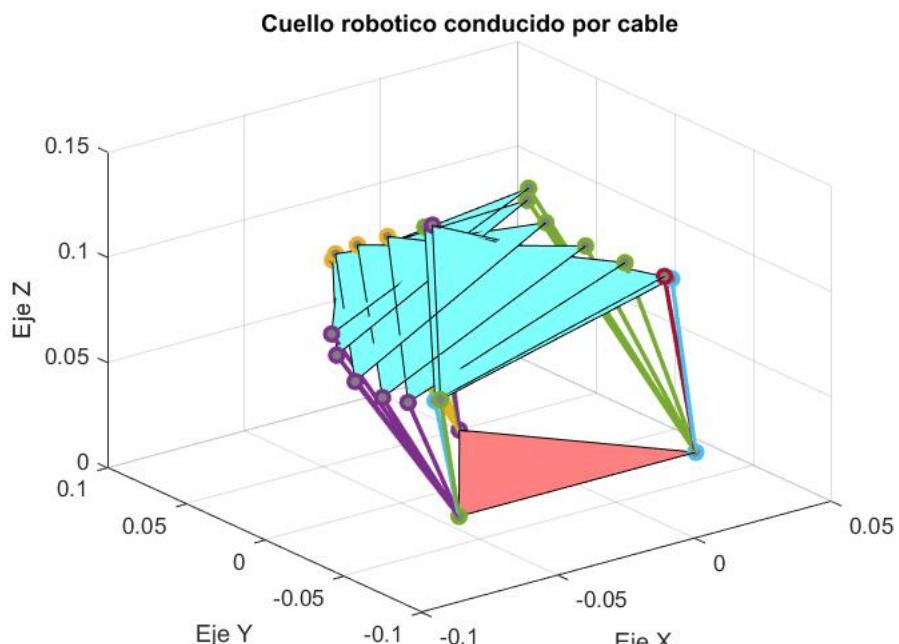


Figura 5.5: Modelo Simulink del cuello robótico.

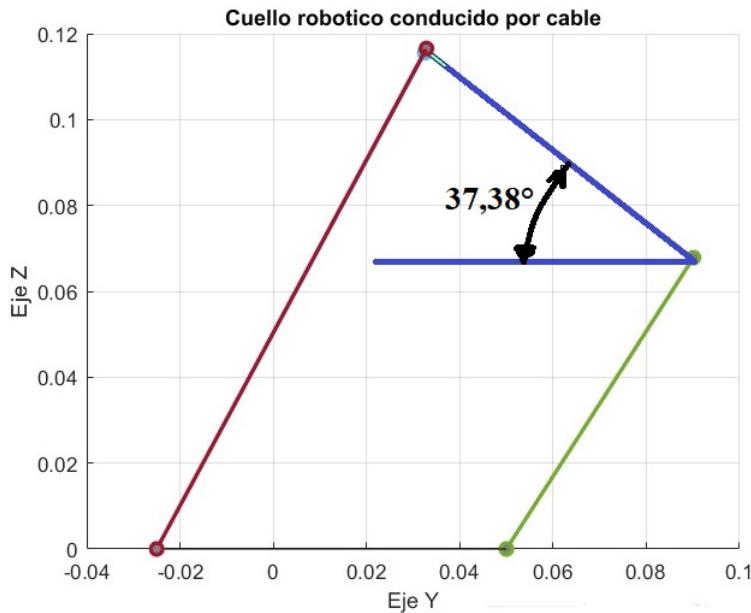


**Figura 5.6:** Gráfica del mecanismo simulado.

(a) *Pitch*(b) *Roll*

**Figura 5.7:** Simulación de movimientos.

este caso será de  $40^\circ$  haciendo funcionar a cada actuador individualmente, teniendo en cuenta las longitudes de cada cable que estará conectada a su respectivo motor.



**Figura 5.8:** Angulo de inclinación máxima teórica ( $40^\circ$ )

Se muestra en la Figura 5.8, que cuando se manda un angulo de inclinación target de  $40^\circ$  en el diagrama de simulación solamente se llega un angulo de inclinación de  $37.38^\circ$  aproximadamente.

## 5.4. Diagrama de Control

Para realizar el control se debe tomar en cuenta que el cable se enrolla en el acople giratorio que a su vez esta unido al eje del motor por lo tanto, el desplazamiento lineal del cable se transforma a un desplazamiento angular mediante la relación que se muestra en la ecuación (5.2).

$$\theta_{REF} = \frac{L_0 - L}{R} \quad (5.1)$$

Donde:

$\theta_{REF}$  = Desplazamiento angular de referencia.

$L_0$ = Longitud inicial del cable sin desplazamiento, considerando para la simulación  $L_0 = 0,1\text{m}$ .

$L$  = Longitud del cable calcula con la cinemática inversa.

$R$  = Radio del acople giratorio  $R = 10 \text{ mm}$ .

El sistema a controlar se muestra en la Figura 5.9, donde se realizará el control de posición del motor teniendo en cuenta que la variable a controlar sera el ángulo de giro del motor y la señal de control es la tensión aplicada al motor.

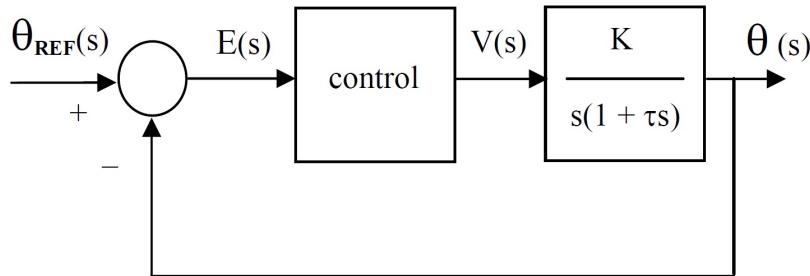
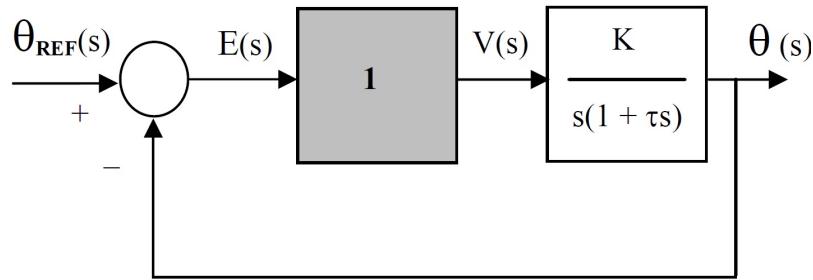


Figura 5.9: Diagrama de Control general de un Motor DC

Donde  $E(s)$  representa la señal de error y es la diferencia entre la posición deseada (referencia) y la posición real del motor. Se realizará un control de posición para el servomotor con el controlador más simple posible: un controlador proporcional de ganancia uno, ver Figura 5.10.

Un controlador como el descrito equivale a conectar directamente la señal de error  $E(s)$  a la entrada del motor  $V(s)$

Donde:



**Figura 5.10:** Diagrama de Control de un Motor DC con  $K_p=1$

$K$  = Constante de velocidad del motor (rpm/volt)

$\tau$ = constante de tiempo mecánica (sec).

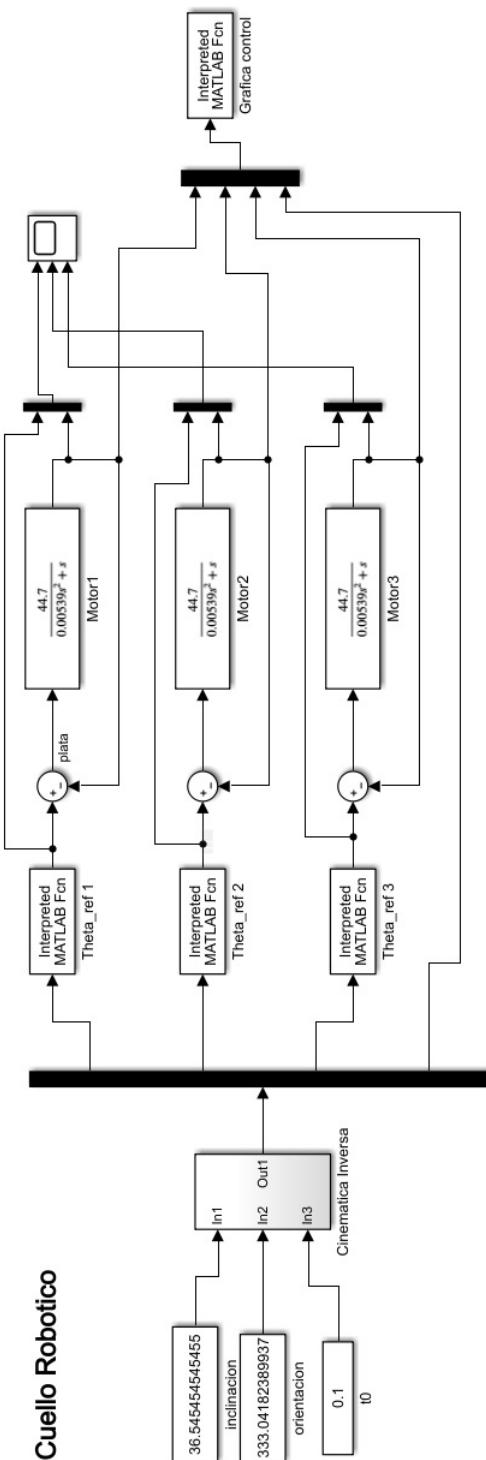
Los datos técnicos del Motor DC se encuentra en la Tabla 3.5, por lo tanto los valores de las constantes son:  $K = 44,7$  y  $\tau = 0,00539$ , y a su vez la función de transferencia [33]  $G(s)$  obtenida es:

$$G(s) = \frac{\theta(s)}{V(s)} = \frac{44,7}{s(1 + 0,00539s)} \quad (5.2)$$

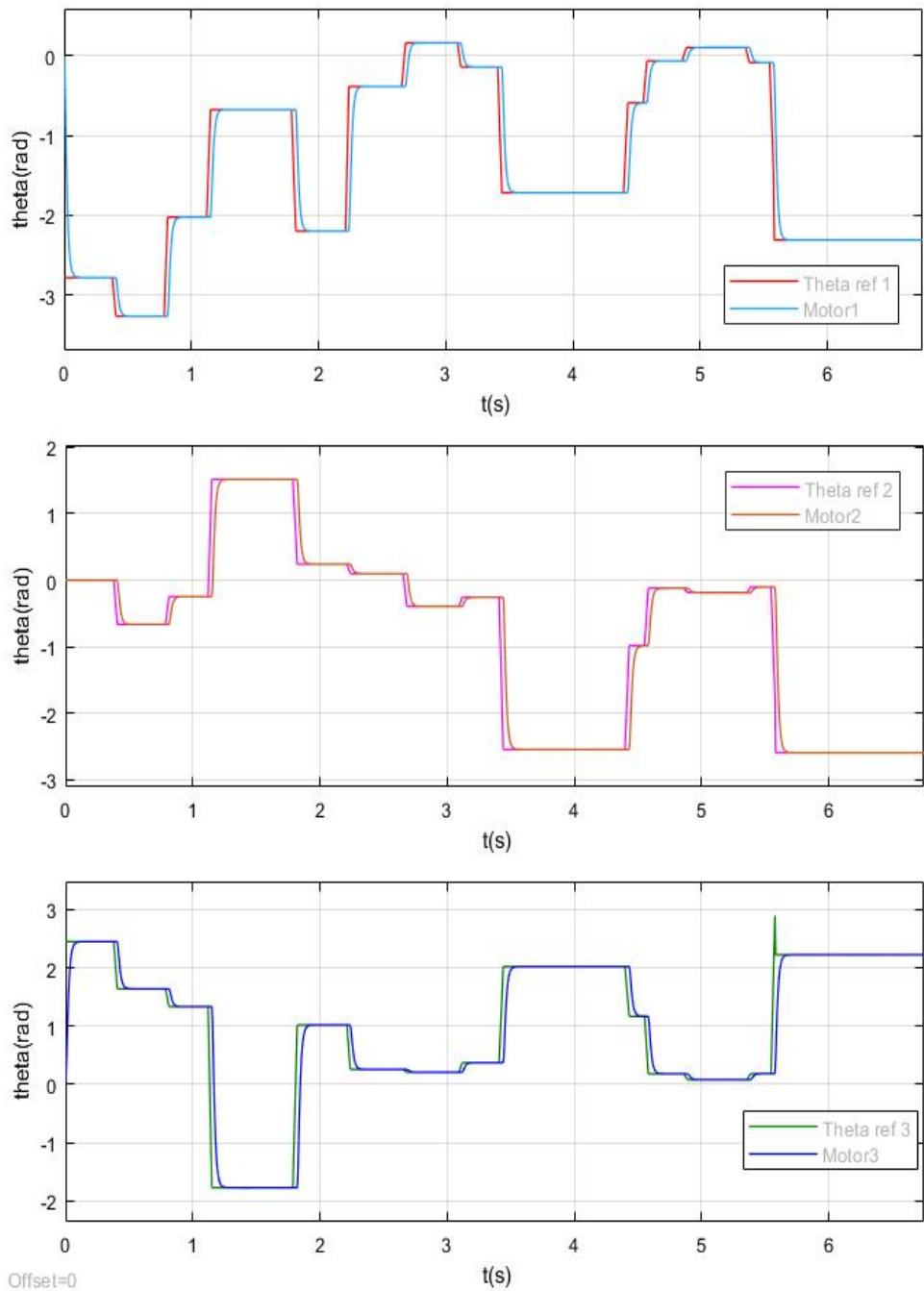
La función de transferencia (5.2) puede ser considerada si el motor DC se controlará directamente, caso contrario se debe tomar en cuenta los elementos complementarios que podría ir en conjunto con el motor.

La arquitectura del sistema de control para el cuello robótico se muestra en la Figura 5.11, implementada en Simulink Matlab. El esquema esta conformada por (de izquierda a derecha) señales de entrada, cinemática inversa bloque, una función de desplazamiento lineal a angular (para convertir longitud de los cables en posición de referencia del motor) para cada uno de los tres motores, un bloque con la función de transferencia del motor en lazo cerrado, una gráfica de la respuesta temporal de posición para cada motor, y finalmente un bloque con la representación gráfica del mecanismo controlado.

Finalmente en la Figura 5.12 se muestra las respuestas temporales de posición del Motor1, Motor2 y Motor3 con sus respectivas señales de control.



**Figura 5.11:** Modelo Simulink con Sistema de Control



**Figura 5.12:** Respuesta temporales de posición del Motor1, Motor2 y Motor3 para  $K_p=1$



## Conclusiones y trabajos futuros

El propósito de este trabajo es el diseño, obtención de la cinemática inversa y simulación de un mecanismo paralelo conducido por cables. El objetivo de esta tesis es proponer un cuello robótico que cumpla con las características de simplicidad, accesibilidad y seguridad, y que en un futuro este mecanismo pueda ser incorporado en varias partes del robot humanoide TEO como brazos, piernas y cuello.

### 6.1. Conclusiones

Los puntos que se han alcanzado se menciona a continuación:

- Diseño de un cuello robótico de 2 DOF tomando en cuenta que el mecanismo debe soportar una carga de 1 Kg, ademas para el dimensionamiento del motor DC se hizo un análisis de tensión del cable cuando alcance el angulo máximo de inclinación de 40°.
- Se resolvió la cinemática inversa del CDPM considerando la flexión lateral del resorte como una viga prismática sometida a flexión, enfocándose principalmente en el desplazamiento horizontal ( $s_0$ ) del resorte.

- Simulación del mecanismo mediante la herramienta de Simulink de Matlab, incorporando un controlador simple  $K_p=1$  a la planta del motor DC en un lazo cerrado

A continuación se describe algunas consideraciones importantes que se tomaron en cuenta en el desarrollo de este prototipo.

- Una importante característica para seleccionar un CDPM es que los cables son tensiles en todas partes y pueden ser anulados solo por una gran fuerza de la columna, por lo tanto, reduce la inercia del manipulador, lo que es deseable en esta aplicación robótica ya que permite la inclinación de la plataforma móvil
- El diseño mecánico no solo se rige al estudio de los modelos matemáticos y a la mecánica de materiales, existen consideraciones como la geometría y la estética que influyen en la decisión para elaborar un componente; además los componentes mecánicos están inspirados en el cuello humano por ejemplo: el resorte de compresión de espiral simula las vértebras cervicales y los cables que actúan como músculos.
- Al realizar la simulación del mecanismo en Simulink, se comprobó que dando los ángulos de inclinación  $\theta_p$  de la plataforma móvil y angulo de orientación  $\theta_s$  se puede obtener la configuración deseada del mecanismo, ademas, se puede adicionar el desplazamiento vertical  $t_0$  del resorte como otra entrada. Y por ultimo se verificó con la simulación que el mecanismo al ingresar el angulo máximo de inclinación de  $40^\circ$  que se declaro como objetivo de diseño, el mecanismo se inclino  $37.38^\circ$ , este error de precisión se debe a errores computacionales o que dentro del mecanismo se producen deflexiones importantes difíciles de modelar de forma precisa.

## 6.2. Trabajos futuros

Este trabajo al formar parte del proyecto Humasoft, se debe realizar las siguientes actividades:

- Se debe realizar el ensamblaje mecánico del mecanismo y realizar las pruebas mecánicas en su conjunto para realizar el re-diseño de algún elemento mecánico si se presenta algún inconveniente al momento de poner en marcha como por ejemplo: rozamiento considerable entre elementos, dimensiones del motor DC ya que se consideraron los valores dados de las hojas técnicas.
- Diseñar varios sistemas de control para el prototipo ensamblado. Ya en el Capítulo 5, se plantea el control de la posición angular del Motor DC en Simulink, se debería realizar un control de fuerzas y así tener un control mas completo del mecanismo.
- Plantear un nuevo diseño en el que e incorpore un material flexible "soft"por el resorte mecánico dentro del mecanismo y así dar avances importante en el proyecto Humasoft que es el proposito final.



# Bibliografía

- [1] Richard G Budynas and J Keith Nisbett. *Diseño en ingeniería mecánica de Shigley* (9a. McGraw Hill Mexico, 2012).
- [2] SUHM Spring Works. Materiales resortes-tamaños y valores de resistencia, 13 Agosto 2015.
- [3] Clément Gosselin. *Kinematic analysis, optimization and programming of parallel robotic manipulators*. McGill University Montréal, Canada, June, 15, 1988.
- [4] Bingtuan Gao, Ning Xi, Yantao Shen, Jianguo Zhao, and Ruiguang Yang. Development of a low motion-noise humanoid neck: Statics analysis and experimental validation. In *Robotics and Automation (ICRA), 2010 IEEE International Conference on*, pages 1203–1208. IEEE, 2010.
- [5] Ilian A Bonev and Jeha Ryu. Orientation workspace analysis of 6-dof parallel manipulators. In *Proceedings of the ASME*, 1999.
- [6] Joe Haley et al. Anthropometry and mass distribution for human analogues. *Harry G. Armstrong Aerospace Medical Research Laboratory, Wright-Patterson Air Force Base, OH, Report No. AAMRL-TR-88-010*, pages 33–38, 1988.

- [7] Samer Alfayad, Mohamad El Asswad, A Abdellatif, Fethi B Ouezdou, Arnaud Blanchard, Nils Beaussé, and Philippe Gaussier. Hydroïd humanoid robot head with perception and emotion capabilities: Modeling, design, and experimental results. *Frontiers in Robotics and AI*, 3:15, 2016.
- [8] W Thornton and J. Jackson. Anthropometric study of astronaut candidates. Unpublished Data, 1980.
- [9] Saeed Behzadipour and Amir Khajepour. Cable-based robot manipulators with translational degrees of freedom. In *Industrial Robotics: Theory, Modelling and Control*, pages 221–236. InTech, 2006.
- [10] Augustus A White, Manohar M Panjabi, et al. *Clinical biomechanics of the spine*, volume 2. Lippincott Philadelphia, 1990.
- [11] Hirohisa Hirukawa, Fumio Kanehiro, Kenji Kaneko, Shuuji Kajita, Kiyoshi Fujiwara, Yoshihiro Kawai, Fumiaki Tomita, Shigeoki Hirai, Kazuo Tanie, Takakatsu Isozumi, et al. Humanoid robotics platforms developed in hrp. *Robotics and Autonomous Systems*, 48(4):165–175, 2004.
- [12] Yoshiaki Sakagami, Ryujin Watanabe, Chiaki Aoyama, Shinichi Matsunaga, Nobuo Higaki, and Kikuo Fujimura. The intelligent asimo: System overview and integration. In *Intelligent Robots and Systems, 2002. IEEE/RSJ International Conference on*, volume 3, pages 2478–2483. IEEE, 2002.
- [13] Yonas Tadesse, Kamesh Subbarao, and Shashank Priya. Realizing a humanoid neck with serial chain four-bar mechanism. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 21(12):1169–1191, 2010.
- [14] Ill-Woo Park, Jung-Yup Kim, Baek-Kyu Cho, and Jun-Ho Oh. Control hardware integration of a biped humanoid robot with an android head. *Robotics and Autonomous Systems*, 56(1):95–103, 2008.

- [15] JD Han, SQ Zeng, KY Tham, M Badgero, and JY Weng. Dav: A humanoid robot platform for autonomous mental development. In *Development and learning, 2002. Proceedings. The 2nd international conference on*, pages 73–81. IEEE, 2002.
- [16] Ricardo Beira, Manuel Lopes, Miguel Praça, José Santos-Victor, Alexandre Bernardino, Giorgio Metta, Francesco Becchi, and Roque Saltarén. Design of the robot-cub (icub) head. In *Robotics and Automation, 2006. ICRA 2006. Proceedings 2006 IEEE International Conference on*, pages 94–100. IEEE, 2006.
- [17] Albert Albers, Sven Brudniok, Jens Ottnad, Christian Sauter, and Korkiat Sedchaicharn. Upper body of a new humanoid robot-the design of armar iii. In *Humanoid Robots, 2006 6th IEEE-RAS International Conference on*, pages 308–313. IEEE, 2006.
- [18] Hiroyasu Miwa, Tetsuya Okuchi, Hideaki Takanobu, and Atsuo Takanishi. Development of a new human-like head robot we-4. In *Intelligent Robots and Systems, 2002. IEEE/RSJ International Conference on*, volume 3, pages 2443–2448. IEEE, 2002.
- [19] Jochen Hirth, Norbert Schmitz, and Karsten Berns. Emotional architecture for the humanoid robot head roman. In *Robotics and Automation, 2007 IEEE International Conference on*, pages 2150–2155. IEEE, 2007.
- [20] Dannis Michel Brouwer, Jan Bennik, Jam Leideman, Herman MJR Soemers, and Stefano Stramigioli. Mechatronic design of a fast and long range 4 degrees of freedom humanoid neck. In *Robotics and Automation, 2009. ICRA'09. IEEE International Conference on*, pages 574–579. IEEE, 2009.
- [21] Bingtuan Gao, Jianguo Zhao, Ning Xi, and Jing Xu. Combined kinematic and static analysis of a cable-driven manipulator with a spring spine. In

- Robotics and Automation (ICRA), 2011 IEEE International Conference on*, pages 2725–2730. IEEE, 2011.
- [22] Takuya Hashimoto, Sachio Hitramatsu, Toshiaki Tsuji, and Hiroshi Kobayashi. Development of the face robot saya for rich facial expressions. In *SICE-ICASE, 2006. International Joint Conference*, pages 5423–5428. IEEE, 2006.
- [23] Hao Su, Laurie Dickstein-Fischer, Kevin Harrington, Qiushi Fu, Weina Lu, Haibo Huang, Gregory Cole, and Gregory S Fischer. Cable-driven elastic parallel humanoid head with face tracking for autism spectrum disorder interventions. In *Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC), 2010 Annual International Conference of the IEEE*, pages 467–470. IEEE, 2010.
- [24] Andrew S McIntosh and Declan A Patton. Boxing headguard performance in punch machine tests. *Br J Sports Med*, 49(17):1108–1112, 2015.
- [25] Stephen Timoshenko. *Theory of elastic stability*. New York McGraw-Hill Book Company, inc, 1st ed edition, 1936. URL <http://openlibrary.org/books/OL24757780M>. Bibliographical foot-notes.
- [26] Andrew C Sterling, Daniel G Cobian, Paul A Anderson, and Bryan C Heiderscheit. Annual frequency and magnitude of neck motion in healthy individuals. *Spine*, 33(17):1882–1888, 2008.
- [27] Jan Braun. *Libro de fórmulas*, volume 1. Editorial Maxon Academy,Sachseln, 2013.
- [28] JA Carretero, RP Podhorodeski, MA Nahon, and Clement M Gosselin. Kinematic analysis and optimization of a new three degree-of-freedom spatial parallel manipulator. *Journal of mechanical design*, 122(1):17–24, 2000.
- [29] Grigore Gogu. Mobility of mechanisms: a critical review. *Mechanism and Machine Theory*, 40(9):1068–1097, 2005.

- [30] Feng-Cheng Yang and EJ Haug. Numerical analysis of the kinematic working capability of mechanisms. *Journal of Mechanical Design*, 116(1):111–118, 1994.
- [31] Bingtuan Gao, Jing Xu, Jianguo Zhao, and Ning Xi. Combined inverse kinematic and static analysis and optimal design of a cable-driven mechanism with a spring spine. *Advanced Robotics*, 26(8-9):923–946, 2012.
- [32] R Frisch-Fay. Butterworths; washington, dc: 1962. *Flexible bars*, pages 33–44.
- [33] Nikunj A. Bhagat and Mahesh Bhaganagare. Dc motor speed control using pid controllers. 2009.



# Apéndice A

## Programa para calcular la fuerza de un cable

### A.1. Programa: ecu.m

```
function F=ecu(x)
a=0.05; %m distancia al centro
b=0.05; %m distancia al centro
L0=0.1; %m longitud original
m=1; %kg masa de carga
g=9.8; %m/s gravedad
E=206800; %MPa limite elastico
G=79300; %MPa limite de resorte
d=0.003; %m diametro del alambre
r=0.015; %m radio del resorte
n=15; % numero de espiras
I=(pi*d^4)/64; %m^4 inercia
k=(G*d^4)*1e6/(64*n*r^3); %N/m constante de resorte
```

```

beta0=(2*E*G*I*L0)*10e6/(pi*r*n*(E+2*G)); %constante de
deflexion
global the
theta=(the*pi/180); %rad angulo de inclinacion
% yb->x(1) zy->x(2) L1->x(3) L3->x(4) w->x(5)
% a1->x(6) a0->x(7) L->x(8) T->x(9)
F(1)=-x(5)+sqrt((m*g+(x(9)*cos(atan((x(1)+a*cos(theta)-
b)/(x(8)-x(2)-a*sin(theta)))))))/(beta0*x(8)/L0));
F(2)=-x(7)+((x(9)*a*cos(atan((x(1)+a*cos(theta)-b)/(x
(8)-x(2)-a*sin(theta)))))*cos(theta)+(x(9)*a*sin(
atan((x(1)+a*cos(theta)-b)/(x(8)-x(2)-a*sin(theta))))*
sin(theta)-(x(9)*x(8)*sin(atan((x(1)+a*cos(theta)-
b)/(x(8)-x(2)-a*sin(theta)))))))/(m*g+(x(9)*cos(atan
((x(1)+a*cos(theta)-b)/(x(8)-x(2)-a*sin(theta))))));
F(3)=-x(6)+(x(9)*sin(atan((x(1)+a*cos(theta)-b)/(x(8)-x
(2)-a*sin(theta)))))/(m*g+(x(9)*cos(atan((x(1)+a*cos
(theta)-b)/(x(8)-x(2)-a*sin(theta))))));
F(4)=-x(1)+(1-cos(x(5)*x(8)))*x(7)/cos(x(5)*x(8))-x(6)*
tan(x(5)*x(8))/x(5)+x(6)*x(8)/cos(x(5)*x(8));
F(5)=-x(2)+sec(x(5)*x(8))^2/8*x(5)*(-4*x(7)*x(6)*x(5)
+8*x(6)*x(5)*(x(7)+x(6)*x(8))*cos(x(5)*x(8))+2*(x(7)
+x(6)*x(8))^2*x(5)^3*x(8)-4*x(6)*x(8)*(x(7)+x(6)*x
(8))*x(5)^2*sin(x(5)*x(8))-2*x(6)*x(5)*(2*x(7)+x(6)*
x(8))*cos(2*x(5)*x(8))-(3*x(6)^2+(x(7)+x(6)*x(8))^2*
x(5)^2)*sin(2*x(5)*x(8)));
F(6)=-theta+x(7)*x(5)*tan(x(5)*x(8))+x(6)*(1-sec(x(5)*x
(8))+x(5)*x(8)*tan(x(5)*x(8)));
F(7)=-x(3)+sqrt((x(1)+a*cos(theta)-b)^2+(x(8)-x(2)-a*
sin(theta))^2);

```

```
F(8)=-x(4)+sqrt((b-(a*cos(theta)-x(1)))^2+((x(8)-x(2)-a
    *sin(theta))+2*a*sin(theta))^2);
F(9)=-x(8)+L0-((1/k)*(m*g+x(9)*cos(atan((x(1)+a*cos(
    theta)-b)/(x(8)-x(2)-a*sin(theta))))));
```

## A.2. Programa: cablefuerza.m

```
global the
x = 1:1:40;
s =x';
j=length(x);
for i = 1:j
    the=s(i,1);
    options = optimoptions('fsolve','
        MaxFunctionEvaluations',100000,'MaxIterations'
        ,100000);
    fun = @ecuaciones;
    x0 = [0.001 0.001 0.1 0.1 1 1 1 0.1 1];
    x1(i,:)= fsolve(fun,x0,options);
end
y=x1(:,9)';
```



Apéndice **B**

Tabla A Resultados del sistema de ecuaciones del (3.14) al (3.21).

$\theta_x(^{\circ})$	$y_b(\text{m})$	$z_y (\text{m})$	$L_1(\text{m})$	$L_3(\text{m})$	$w$	$a_1$	$a_0$	$L (\text{m})$	$T_1 (\text{N})$
1	0,0009	0,0000	0,0977	0,0995	2,3398	0,0056	0,0315	0,0986	1,7462
2	0,0017	0,0002	0,0958	0,0993	3,0071	0,0137	0,0377	0,0977	3,4834
3	0,0025	0,0006	0,0937	0,0990	3,5576	0,0222	0,0399	0,0969	5,2126
4	0,0034	0,0013	0,0913	0,0983	4,0398	0,0311	0,0408	0,0960	6,9356
5	0,0042	0,0024	0,0884	0,0972	4,4766	0,0403	0,0411	0,0951	8,6555
6	0,0049	0,0041	0,0851	0,0955	4,8811	0,0502	0,0410	0,0943	10,3767
7	0,0057	0,0064	0,0810	0,0933	5,2621	0,0610	0,0406	0,0934	12,1059
8	0,0065	0,0095	0,0763	0,0902	5,6265	0,0733	0,0400	0,0925	13,8538
9	0,0072	0,0135	0,0707	0,0864	5,9803	0,0877	0,0391	0,0917	15,6376
10	0,0079	0,0183	0,0641	0,0815	6,3304	0,1057	0,0379	0,0907	17,4874
11	0,0085	0,0243	0,0564	0,0756	6,6859	0,1295	0,0363	0,0898	19,4604
12	0,0091	0,0315	0,0475	0,0683	7,0636	0,1639	0,0339	0,0887	21,6834
13	0,0096	0,0402	0,0369	0,0595	7,5045	0,2211	0,0299	0,0875	24,5125
14	0,0096	0,0507	0,0241	0,0482	8,1701	0,3461	0,0215	0,0855	29,5575

$\theta_x(^{\circ})$	$y_b(\text{m})$	$z_y (\text{m})$	$L_1(\text{m})$	$L_3(\text{m})$	$w$	$a_1$	$a_0$	$L (\text{m})$	$T_1 (\text{N})$
15	0,0061	0,0589	0,0064	0,0315	10,9872	0,9356	-0,0122	0,0765	63,1291
16	0,0027	0,0595	0,0010	0,0285	12,0917	1,2370	-0,0239	0,0739	86,1282
17	0,0022	0,0722	0,0000	0,0296	6,8060	-0,3409	0,0792	0,0868	20,5207
18	0,0153	0,0910	0,0225	0,0217	6,9624	-0,6650	0,0926	0,0880	25,0562
19	0,0160	0,1117	0,0432	0,0206	7,7002	-0,3110	0,0675	0,0869	26,3044
20	0,0163	0,1333	0,0663	0,0363	8,1778	-0,1973	0,0589	0,0854	28,4471
21	0,0033	0,0712	0,0001	0,0365	5,9850	-0,1223	0,1048	0,0891	15,2651
22	0,0172	0,1801	0,1162	0,0807	8,8400	-0,1143	0,0524	0,0834	32,1475
23	0,0178	0,2066	0,1443	0,1068	9,1258	-0,0933	0,0506	0,0825	33,8658
24	0,0183	0,2356	0,1748	0,1355	9,3987	-0,0782	0,0492	0,0816	35,5436
25	0,0047	0,0889	-0,0002	0,0431	5,0173	-0,2266	0,1450	0,1100	13,3630
26	0,0194	0,3013	0,2437	0,2010	9,9241	-0,0575	0,0472	0,0799	38,8424
27	0,0199	0,3385	0,2825	0,2381	10,1819	-0,0502	0,0463	0,0791	40,4837
28	0,0205	0,3788	0,3243	0,2783	10,4387	-0,0441	0,0456	0,0783	42,1289
29	0,0210	0,4224	0,3695	0,3218	10,6957	-0,0390	0,0448	0,0774	43,7833
30	0,0215	0,4694	0,4181	0,3689	10,9540	-0,0346	0,0442	0,0766	45,4514
31	0,0220	0,5201	0,4704	0,4196	11,2144	-0,0309	0,0435	0,0757	47,1376
32	0,0224	0,5747	0,5266	0,4743	11,4779	-0,0276	0,0429	0,0749	48,8456
33	0,0229	0,6335	0,5869	0,5331	11,7453	-0,0248	0,0423	0,0740	50,5795
34	0,0233	0,6966	0,6516	0,5963	12,0174	-0,0223	0,0417	0,0731	52,3431
35	0,0237	0,7643	0,7209	0,6642	12,2951	-0,0200	0,0411	0,0722	54,1405
36	0,0241	0,8369	0,7952	0,7370	12,5794	-0,0180	0,0405	0,0713	55,9757
37	0,0245	0,9148	0,8747	0,8151	12,8711	-0,0162	0,0399	0,0703	57,8534
38	0,0248	0,9982	0,9598	0,8988	13,1715	-0,0146	0,0393	0,0694	59,7784
39	0,0251	1,0876	1,0508	0,9884	13,4816	-0,0131	0,0387	0,0684	61,7560
40	0,0254	1,1833	1,1482	1,0844	13,8028	-0,0118	0,0381	0,0673	63,7920

## Funciones para Simulink

### **C.1. Programa: modelo\_mat.m**

En este programa se plantea las ecuaciones del sistema en equilibrio tanto en fuerzas como en momentos

```
function F=modelo_mat(x)
global the si a b t0
%% RESORTE
a=0.05; %m distancia al centro
b=0.05; %m distancia al centro
L0=0.1; %m longitud original
m=0.3; %kg masa de carga
g=9.8; %m/s gravedad
E=206800; %MPa limite elastico
G=79300; %MPa limite de resorte
d=0.003; %m diametro del alambre
r=0.015; %m radio del resorte
n=15; % numero de espiras
I=(pi*d^4)/64; %m^4 inercia
```

```
%% ANGULO
theta=degtorad(the); %rad angulo de inclinacion
psi=degtorad(si); %rad angulo de orientacion
%% PRIMERA ETAPA
k=(G*d^4)*10e5/(64*n*r^3); %N/m constante de resorte
beta0=(2*E*G*I*L0)*10e5/(pi*r*n*(E+2*G)); %deflexion
t0=0.1; %m longitud comprimida
%F2_1=F2-m*g; %fuerza en y
%%beta=beta0*(t0/L0);
%% ECUACIONES
% INCOCGNITAS F1->x(1),F2->x(2),M->x(3),s0->x(4)
%D1=-(a2*c1-a1*c2)/(a2*b1-a1*b2);
%D2=-(b2*c1-b1*c2)/(b2*a1-b1*a2);
%E1=-(a2*d1-a1*d2)/(a2*b1-a1*b2);
%E2=-(b2*d1-b1*d2)/(b2*a1-b1*a2);
%a1=1-cos(sqrt(F2/(beta0*(t0/L0)))*t0);
%b1=sqrt((beta0*(t0/L0))/F2)*sin(sqrt(F2/...
%c1=-F2*cos(sqrt(F2/(beta0*(t0/L0)))*t0);
%d1=0;
%a2=sqrt(F2/(beta0*(t0/L0)))*sin(sqrt(F2/...
%b2=cos(sqrt(F2/(beta0*(t0/L0)))*t0)+t0*...
%c2=F2*sqrt(F2/(beta0*(t0/L0)))*sin(sqrt(..
F(1)=2*b*sin(theta)*sin(psi)*(x(2)-m*g)*(x(4))^2....
F(2)=x(1)-(-((sqrt(x(2))/(beta0*(t0/L0)))*sin(sqrt...
F(3)=x(3)-(-((cos(sqrt(x(2))/(beta0*(t0/L0)))*t0)+...
F(4)=(2*b*sin(theta)*sin(psi)*((x(2)-m*g)+t0.....
```

## C.2. Programa: estatico.m

Utilizando la herramienta Solver resuelve el sistemas de ecuaciones de la función modelo mat.m

```
function x1=estatico(an1,an2,an3)
global the si t0
the=an1;
si=an2;
t0=an3;
options =optimoptions('fsolve','
    MaxFunctionEvaluations',100000,'MaxIterations'
    ,100000);
fun = @modelo_mat;
x0 = [1 10 1 0.1];
x1 = fsolve(fun,x0,options);
```

## C.3. Programa: cinversa.m

Con la solución de las función estatico ( $F_1, F_2, M, s_0$ ), se puede resolver el problema de la cinemática inversa de las Longitudes  $L_1, L_2$  y  $L_3$ .

```
function x=cinversa(s0)
global the si a b t0
theta=degtorad(the); %rad angulo de inclinacion
psi=degtorad(si); %rad angulo de orientacion
a1=[0;a;0];
a2=[-sqrt(3)*a/2;-0.5*a;0];
a3=[sqrt(3)*a/2;-0.5*a;0];
b1=[0;b;0];
b2=[-sqrt(3)*b/2;-0.5*b;0];
```

```
b3=[sqrt(3)*b/2;-0.5*b;0];
OA=[a1,a2,a3]; % posicion del vector de los punto A
                (base fija)
OA1=[OA;1 1 1];
OB=[b1,b2,b3]; % posicion del vector de los punto B
                (base movil)
OB1=[OB;1 1 1];
t11=(sin(psi))^2+cos(theta)*(cos(psi))^2;
t12=(cos(theta)-1)*cos(psi)*sin(psi);
t21=t12;
t13=sin(theta)*cos(psi);
t31=-t13;
t23=sin(theta)*sin(psi);
t32=-t23;
t22=(cos(psi))^2+cos(theta)*(sin(psi))^2;
t33=cos(theta);
ORp=[t11 t12 t13;t21 t22 t23;t31 t32 t33];%Matriz
                de rotacion de base movil sobre base fija
OPo=[s0*cos(psi);s0*sin(psi);t0];%Matriz de
                traslacion de origen (o) respecto a base fija
OTo=[ORp OPo;0 0 0 1];%Matriz de homogenia
L=(OTo*OB1-OA1);
L1=norm(L(:,1)');%L1=sqrt(L(1,1)^2+L(2,1)^2+(L(3,1)
                )^2);
L2=norm(L(:,2)');%L2=sqrt(L(1,2)^2+L(2,2)^2+(L(3,2)
                )^2);
L3=norm(L(:,3)');%L3=sqrt(L(1,3)^2+L(2,3)^2+(L(3,3)
                )^2);
x=[L1,L2,L3];
```

## C.4. Programa: draw.m

Esta función tiene como finalidad realizar un bosquejo del mecanismo en el plano  $XYZ$ .

```
function [OA,res]= draw(s0)
    global the si a b t0
    theta=degtorad(the); %rad angulo de inclinacion
    psi=degtorad(si); %rad angulo de orientacion
    %initial parameter
    a1=[0;a;0];
    a2=[-sqrt(3)*a/2;-0.5*a;0];
    a3=[sqrt(3)*a/2;-0.5*a;0];
    OA=[a1,a2,a3];
    b1=[0;b;0];
    b2=[-sqrt(3)*b/2;-0.5*b;0];
    b3=[sqrt(3)*b/2;-0.5*b;0];
    OB=[b1,b2,b3];
    t11=(sin(psi))^2+cos(theta)*(cos(psi))^2;
    t12=(cos(theta)-1)*cos(psi)*sin(psi);
    t21=t12;
    t13=sin(theta)*cos(psi);
    t31=-t13;
    t23=sin(theta)*sin(psi);
    t32=-t23;
    t22=(cos(psi))^2+cos(theta)*(sin(psi))^2;
    t33=cos(theta);
    ORp=[t11 t12 t13;t21 t22 t23;t31 t32 t33];%Matriz
        de rotacion de base movil sobre base fija
    OPo=[s0*cos(psi);s0*sin(psi);t0];%Matriz de
        traslacion de origen (o) respecto a base fija
```

```
res=(ORp*OB+OPo);% posicion del vector de puntos B  
con respecto a base fija  
  
subplot(2,1,1);  
  
fill3(0A(1,:), 0A(2,:), 0A(3,:), [1,0.5,0.5]);  
hold on;  
grid on;  
fill3(res(1,:), res(2,:), res(3,:), [0.5,1,1]);  
plot3([a1(1,1) res(1,1)], [a1(2,1) res(2,1)], [a1  
(3,1) res(3,1)], '-o', 'LineWidth', 2, 'MarkerSize'  
, 6, 'MarkerFaceColor', [0.5,0.5,0.5]);  
plot3([a2(1,1) res(1,2)], [a2(2,1) res(2,2)], [a2  
(3,1) res(3,2)], '-o', 'LineWidth', 2, 'MarkerSize'  
, 6, 'MarkerFaceColor', [0.5,0.5,0.5]);  
plot3([a3(1,1) res(1,3)], [a3(2,1) res(2,3)], [a3  
(3,1) res(3,3)], '-o', 'LineWidth', 2, 'MarkerSize'  
, 6, 'MarkerFaceColor', [0.5,0.5,0.5]);  
% text(Q(1,5),Q(2,5),Q(3,5),[' (' , num2str(Q(1,5  
,3), ' ', ' , num2str(Q(2,5),3), ' ', ' , num2str(Q  
(3,5),3), ')']);  
title('Cuello robotico conducido por cable')  
xlabel('Eje X');  
ylabel('Eje Y');  
zlabel('Eje Z');  
hold off;
```

## C.5. Programa: offtheta.m

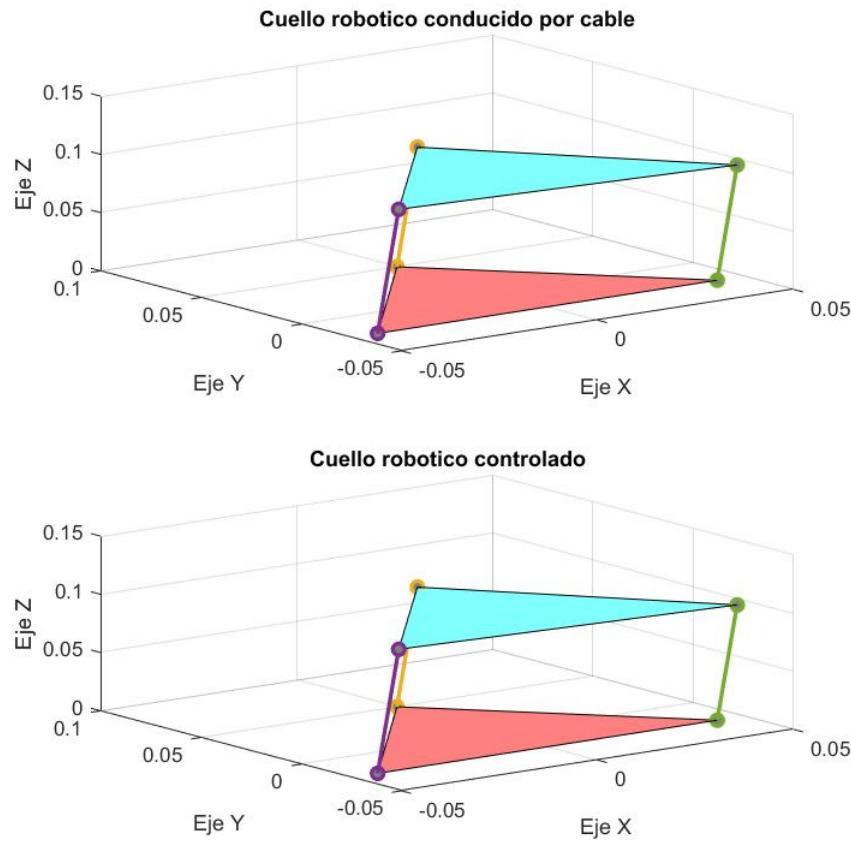
En esta función se obtiene la posición angular inicial de cada cable que se va a controlar.

```
function theta=offtheta(long)
long0=0.1; %longitud del resorte
radio=0.010; %m radio del acople giratorio
%longitud de Arco L=THETA*r
theta=(long0-long)/radio;
```

## C.6. Programa: drawfinal.m

Y por ultimo esta función dibuja el mecanismo controlado como se puede observar en la Figura C.1, que contiene el mecanismo teórico como el mecanismo controlado.

```
function drawfinal(t1,t2,t3,s0)
long0=0.1; %longitud del resorte
radio=0.010; %m radio del acople giratorio
%longitud de Arco L=THETA*r
long1=long0-(t1*radio);
long2=long0-(t2*radio);
long3=long0-(t3*radio);
global the si a b t0
theta=degtorad(the); %rad angulo de inclinacion
psi=degtorad(si); %rad angulo de orientacion
a1=[0;a;0];
a2=[-sqrt(3)*a/2;-0.5*a;0];
a3=[sqrt(3)*a/2;-0.5*a;0];
b1=[0;b;0];
```



**Figura C.1:** Simulación del mecanismo teórico y del controlado.

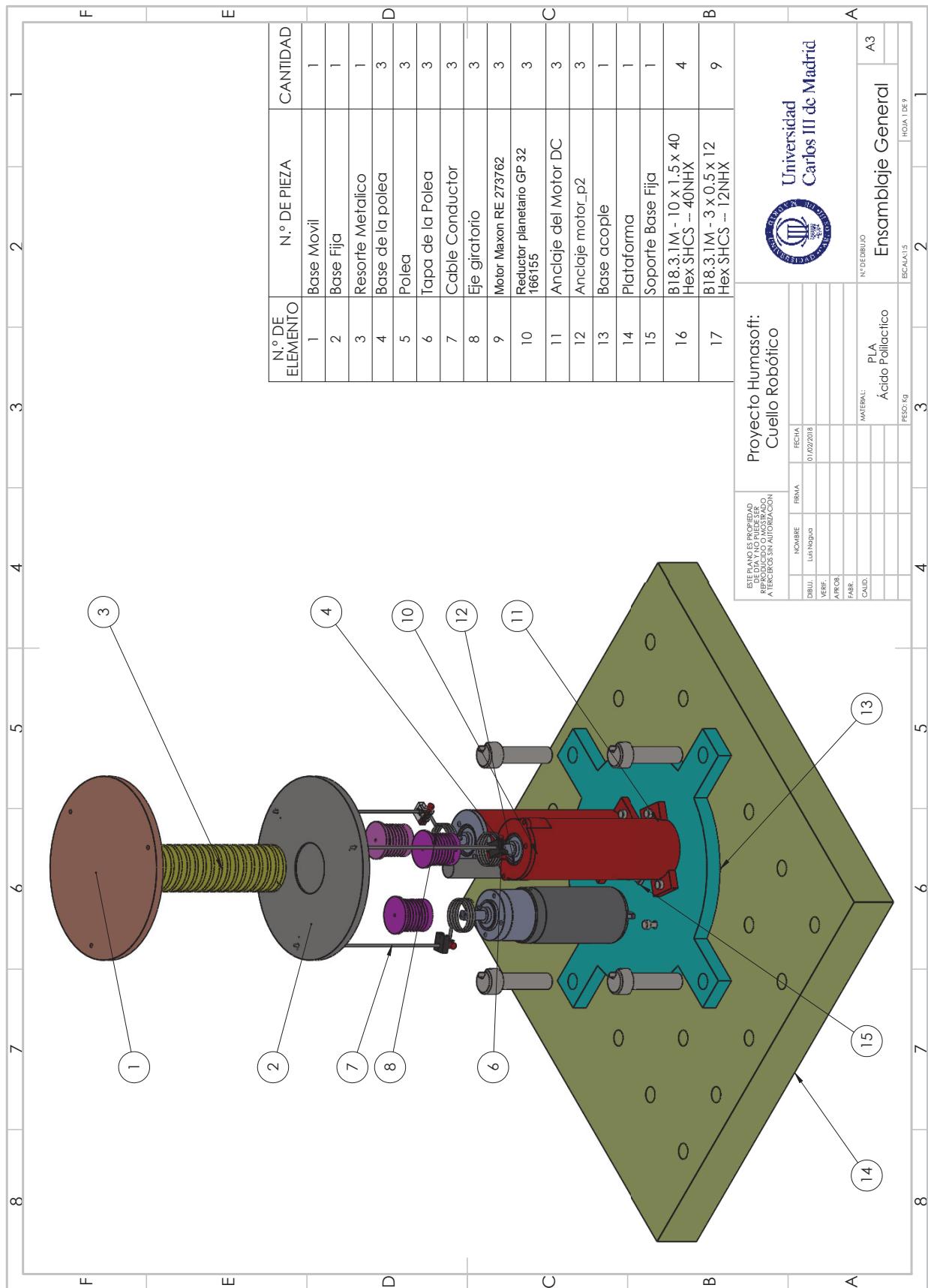
```
b2=[-sqrt(3)*b/2; -0.5*b; 0];
b3=[sqrt(3)*b/2; -0.5*b; 0];
OA=[a1 ,a2 ,a3]; % posicion del vector de los punto A
                  (base fija)
OA1=[OA ;1 1 1];
OB=[b1 ,b2 ,b3]; % posicion del vector de los punto B
                  (base movil)
OB1=[OB ;1 1 1];
```

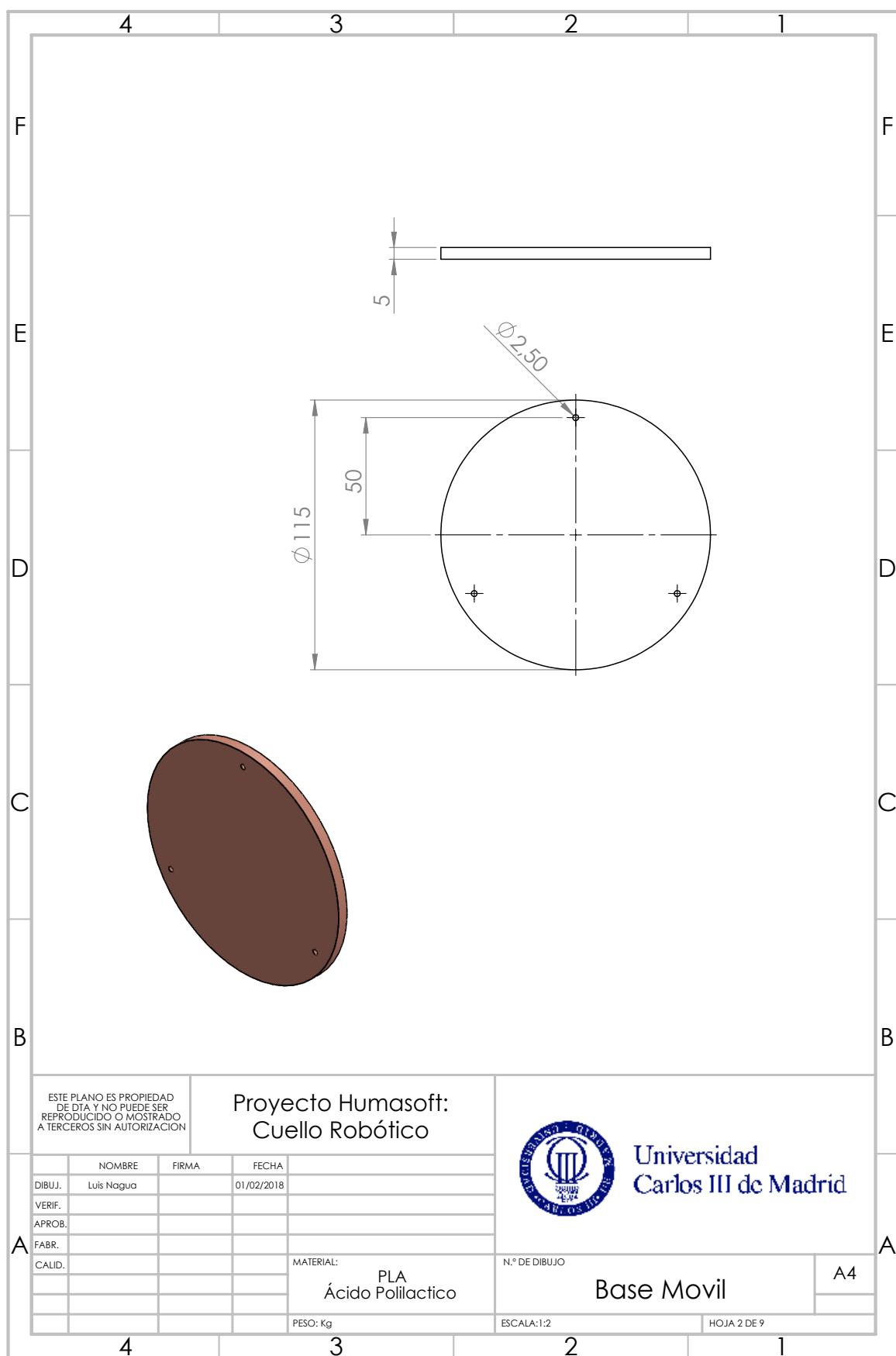
```
t11=(sin(psi))^2+cos(theta)*(cos(psi))^2;
t12=(cos(theta)-1)*cos(psi)*sin(psi);
t21=t12;
t13=sin(theta)*cos(psi);
t31=-t13;
t23=sin(theta)*sin(psi);
t32=-t23;
t22=(cos(psi))^2+cos(theta)*(sin(psi))^2;
t33=cos(theta);
ORp=[t11 t12 t13;t21 t22 t23;t31 t32 t33];%Matriz
    de rotacion de base movil sobre base fija
OPo=[s0*cos(psi);s0*sin(psi);t0];%Matriz de
    traslacion de origen (o) respecto a base fija
OTo=[ORp OPo;0 0 0 1];%Matriz de homogenia
L=(OTo*OB1-OA1);%vector de longitud
L1i=norm(L(:,1)');%L1=sqrt(L(1,1)^2+L(2,1)^2+(L
(3,1))^2);
L2i=norm(L(:,2)');%L2=sqrt(L(1,2)^2+L(2,2)^2+(L
(3,2))^2);
L3i=norm(L(:,3)');%L3=sqrt(L(1,3)^2+L(2,3)^2+(L
(3,3))^2);
x1=L(:,1)*(1/L1i); L1f=x1*long1; %x1 vector
    unitario de cable 1
x2=L(:,2)*(1/L2i); L2f=x2*long2; %x2 vector
    unitario de cable 1
x3=L(:,3)*(1/L3i); L3f=x3*long3; %x3 vector
    unitario de cable 1
Lf=[L1f,L2f,L3f]; %matriz de longitudes finales
```

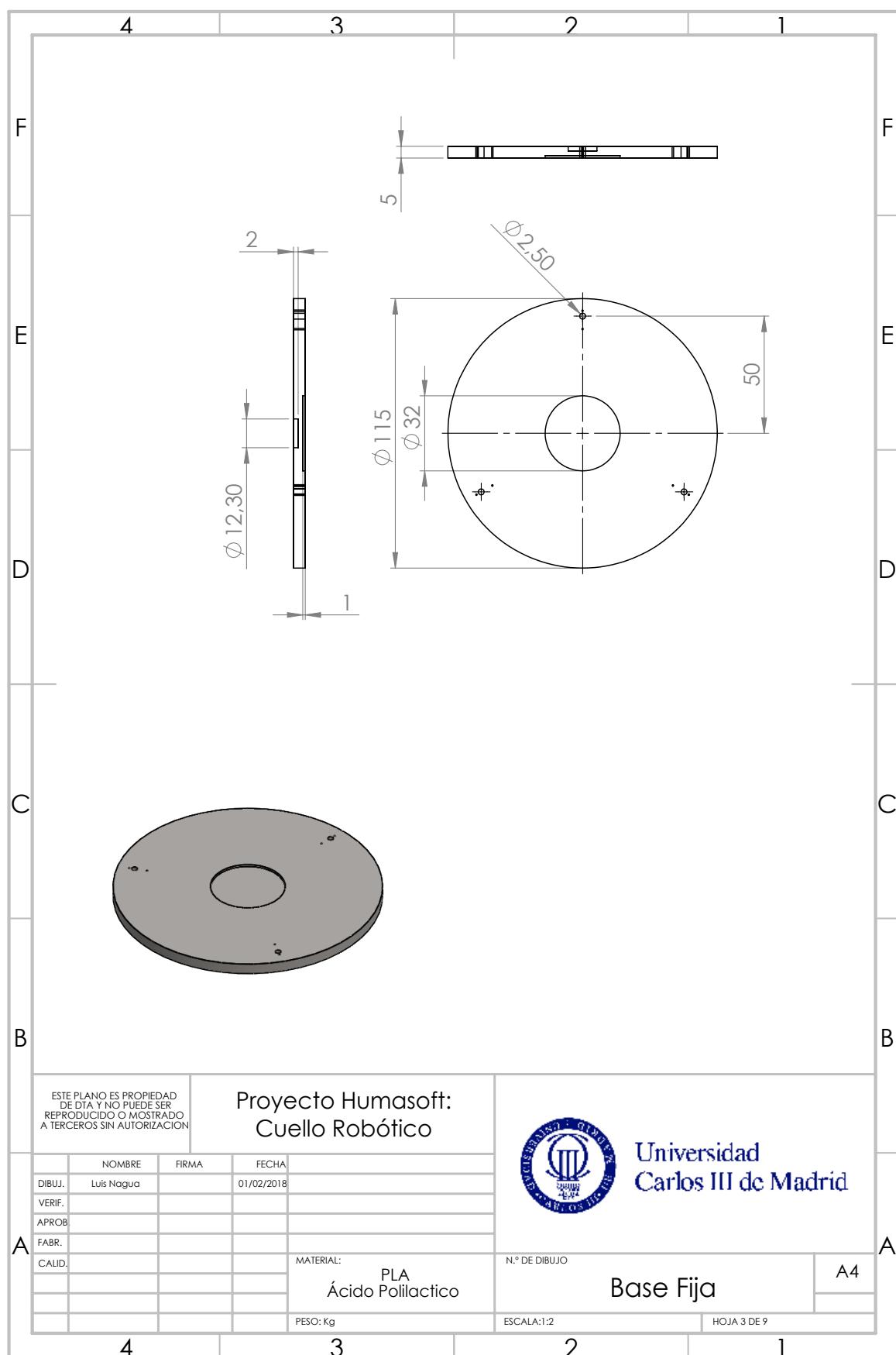
```
OBf1=OTo\LF+OA1;%posicion de los puntos de la
plataforma movil
OBf=OBf1(1:3,:);%puntos de la base movil controlado
res=(ORp*OBf+OPo);
subplot(2,1,2);
fill3(OA(1,:), OA(2,:), OA(3,:), [1,0.5,0.5]);
hold on;
grid on;
fill3(res(1,:), res(2,:), res(3,:), [0.5,1,1]);
plot3([a1(1,1) res(1,1)], [a1(2,1) res(2,1)], [a1
(3,1) res(3,1)], '-o', 'LineWidth', 2, 'MarkerSize'
, 6, 'MarkerFaceColor', [0.5,0.5,0.5]);
plot3([a2(1,1) res(1,2)], [a2(2,1) res(2,2)], [a2
(3,1) res(3,2)], '-o', 'LineWidth', 2, 'MarkerSize'
, 6, 'MarkerFaceColor', [0.5,0.5,0.5]);
plot3([a3(1,1) res(1,3)], [a3(2,1) res(2,3)], [a3
(3,1) res(3,3)], '-o', 'LineWidth', 2, 'MarkerSize'
, 6, 'MarkerFaceColor', [0.5,0.5,0.5]);
% text(Q(1,5),Q(2,5),Q(3,5),[' (' , num2str(Q(1,5
,3), ' ', ' , num2str(Q(2,5),3), ' ', ' , num2str(Q
(3,5),3), ')']);
title('Cuello robotico controlado')
xlabel('Eje X');
ylabel('Eje Y');
zlabel('Eje Z');
hold off;
```

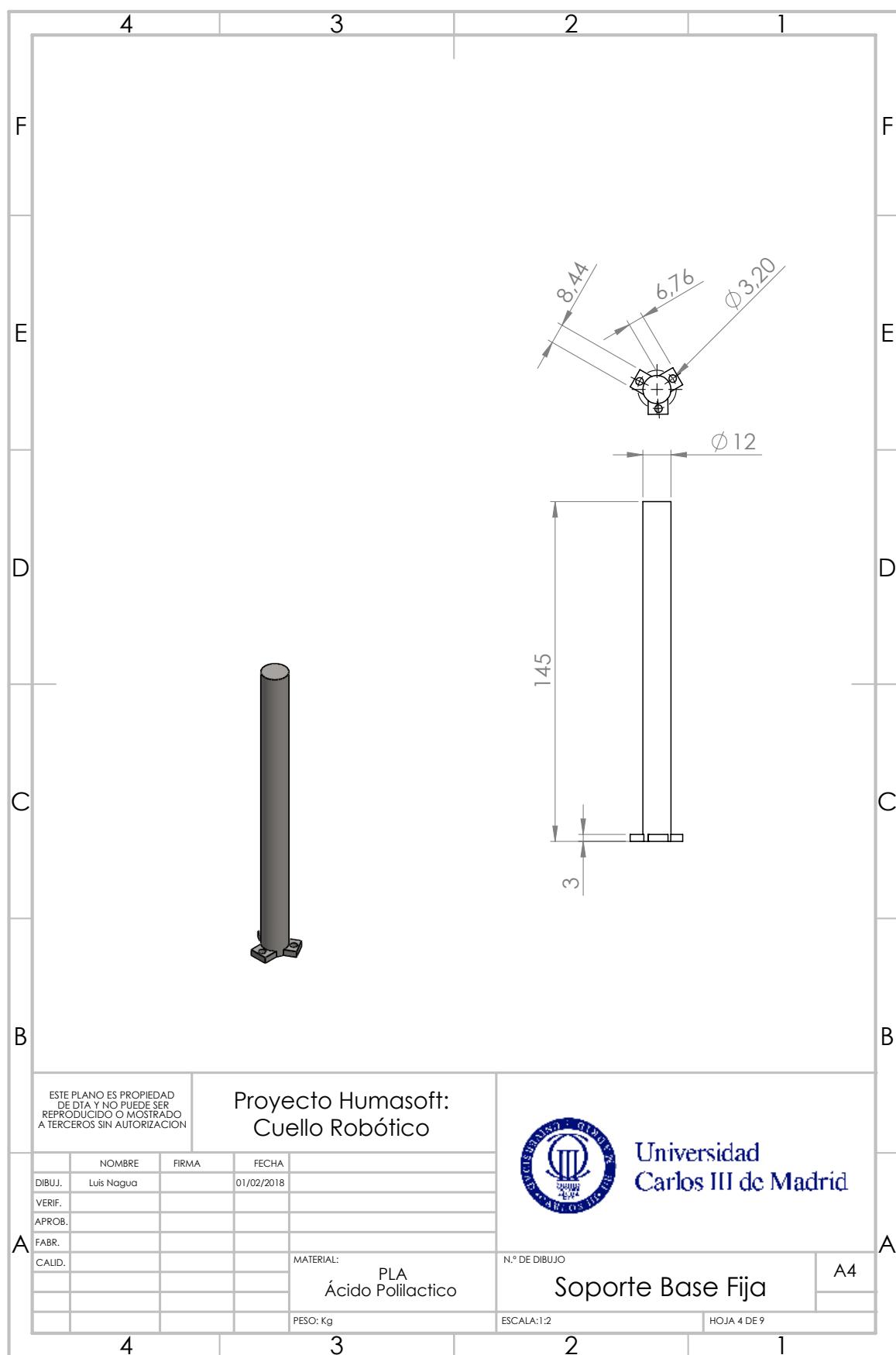
Apéndice **D**

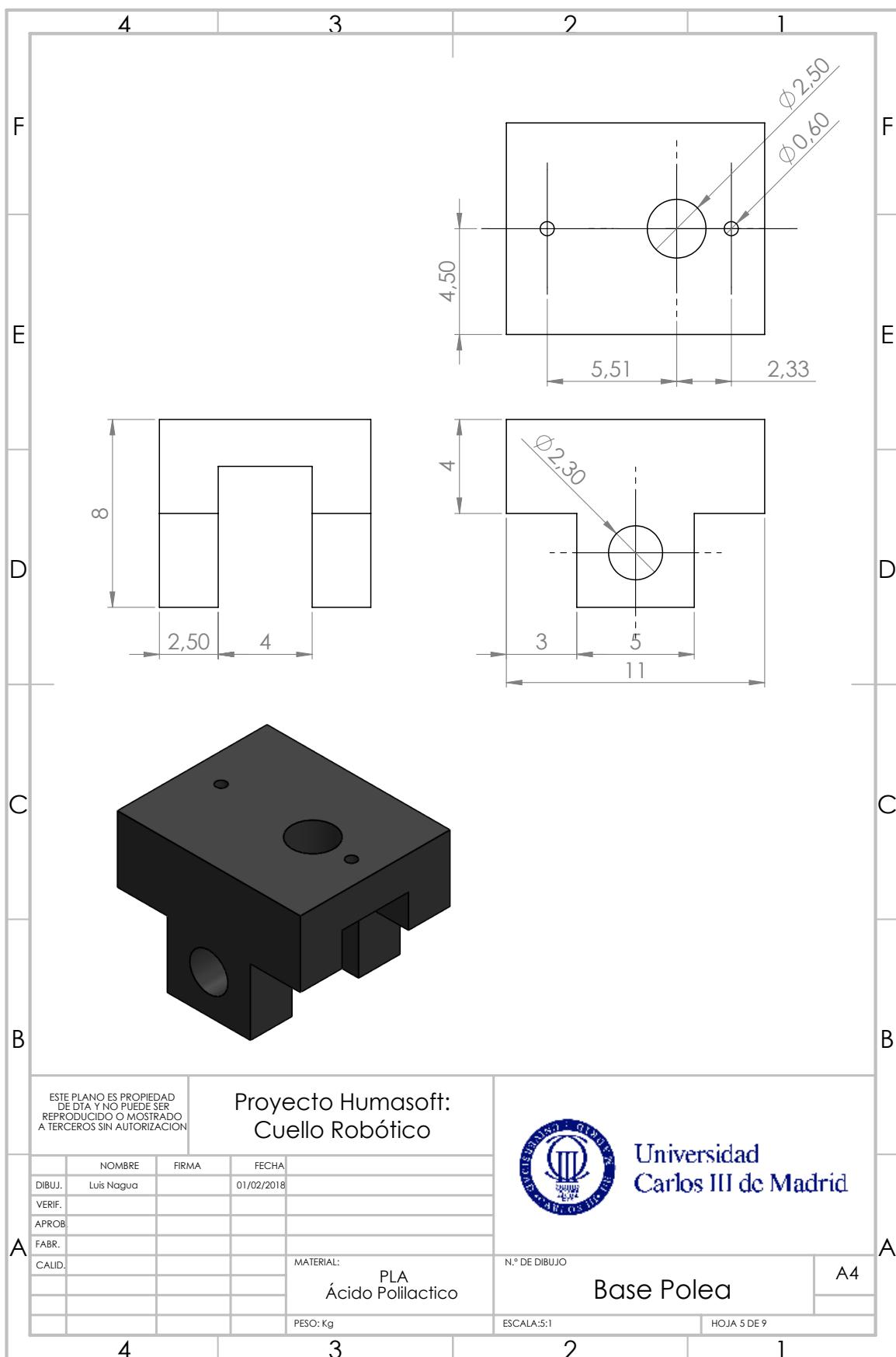
Planos

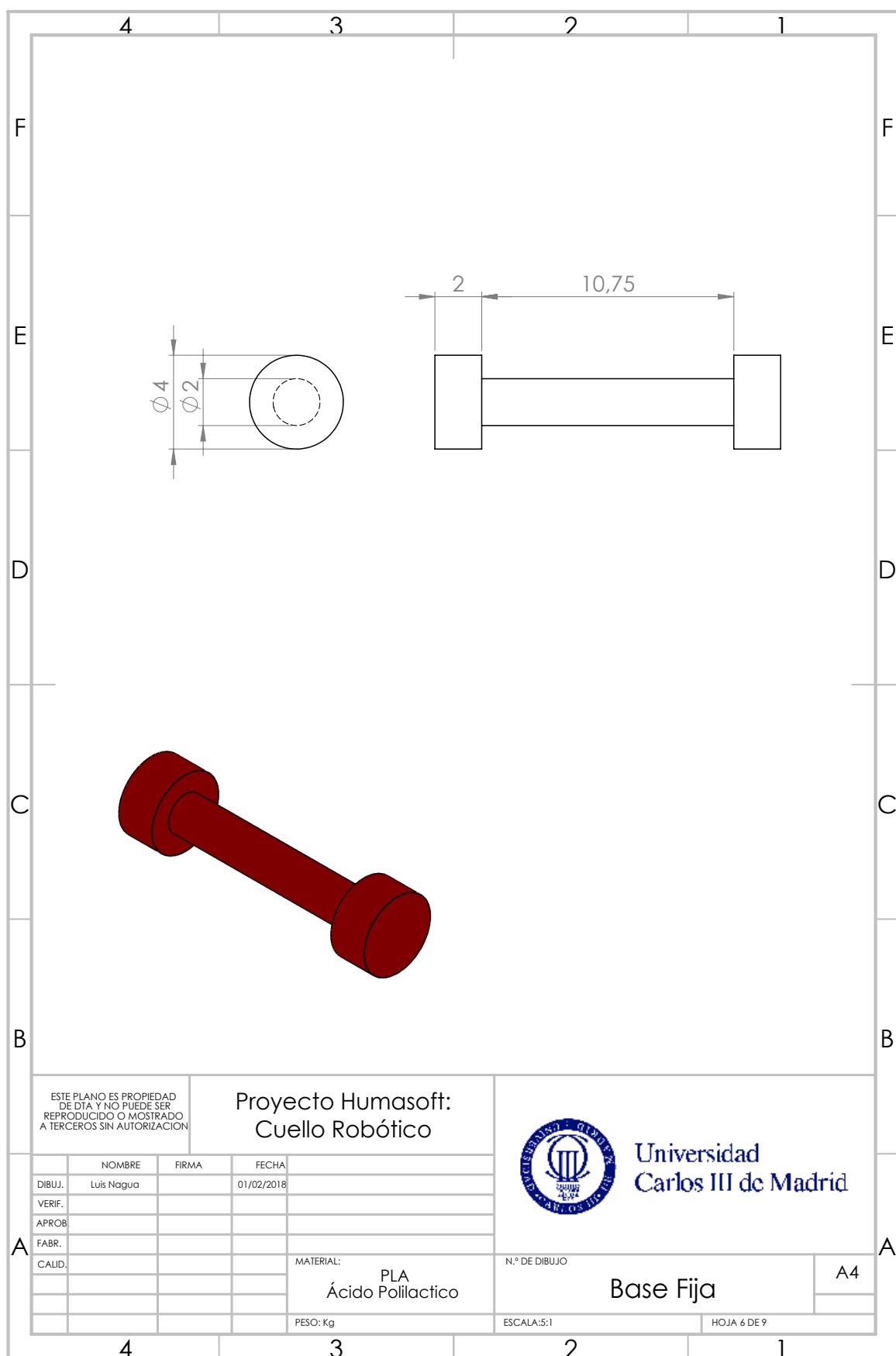


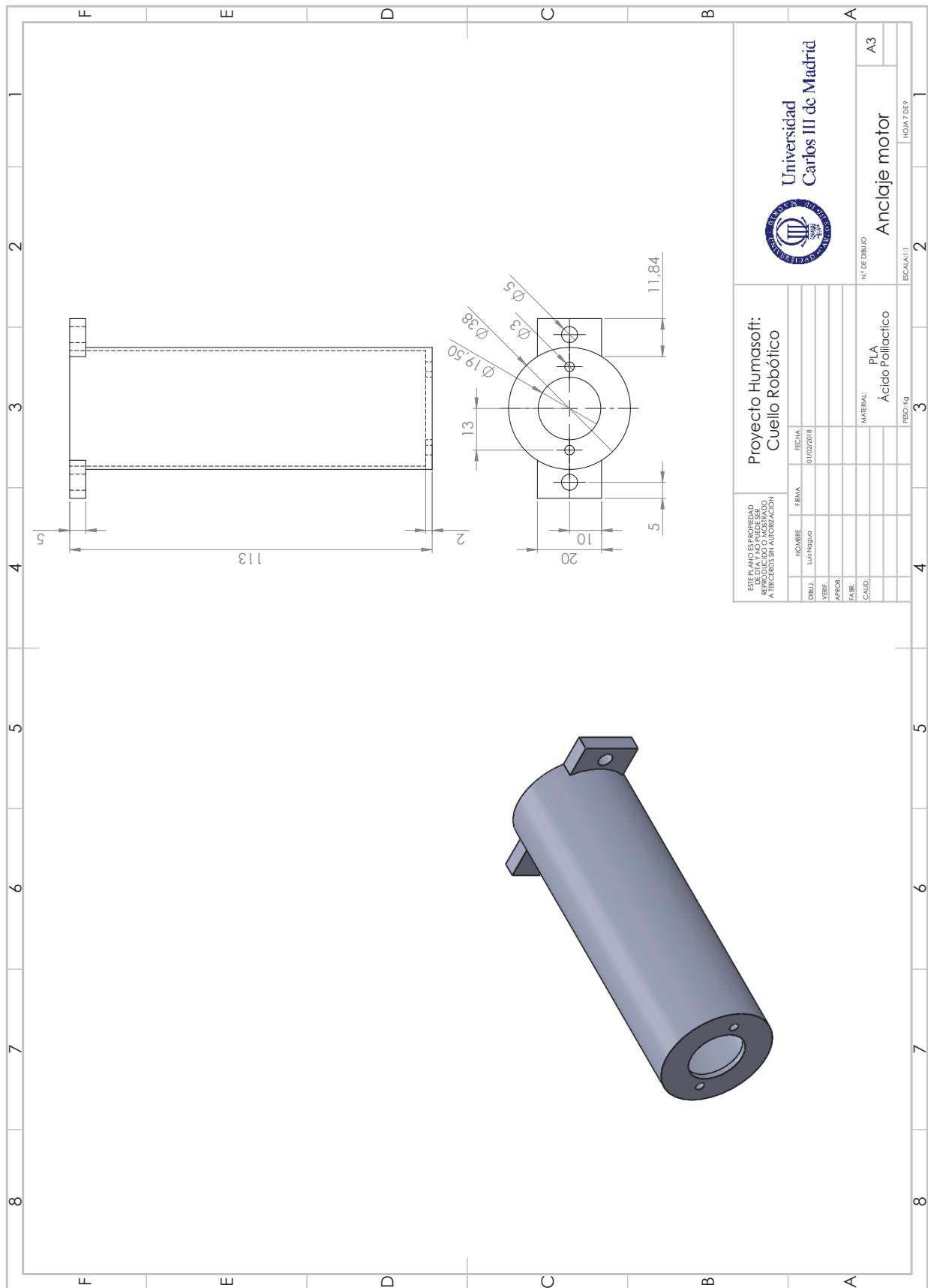


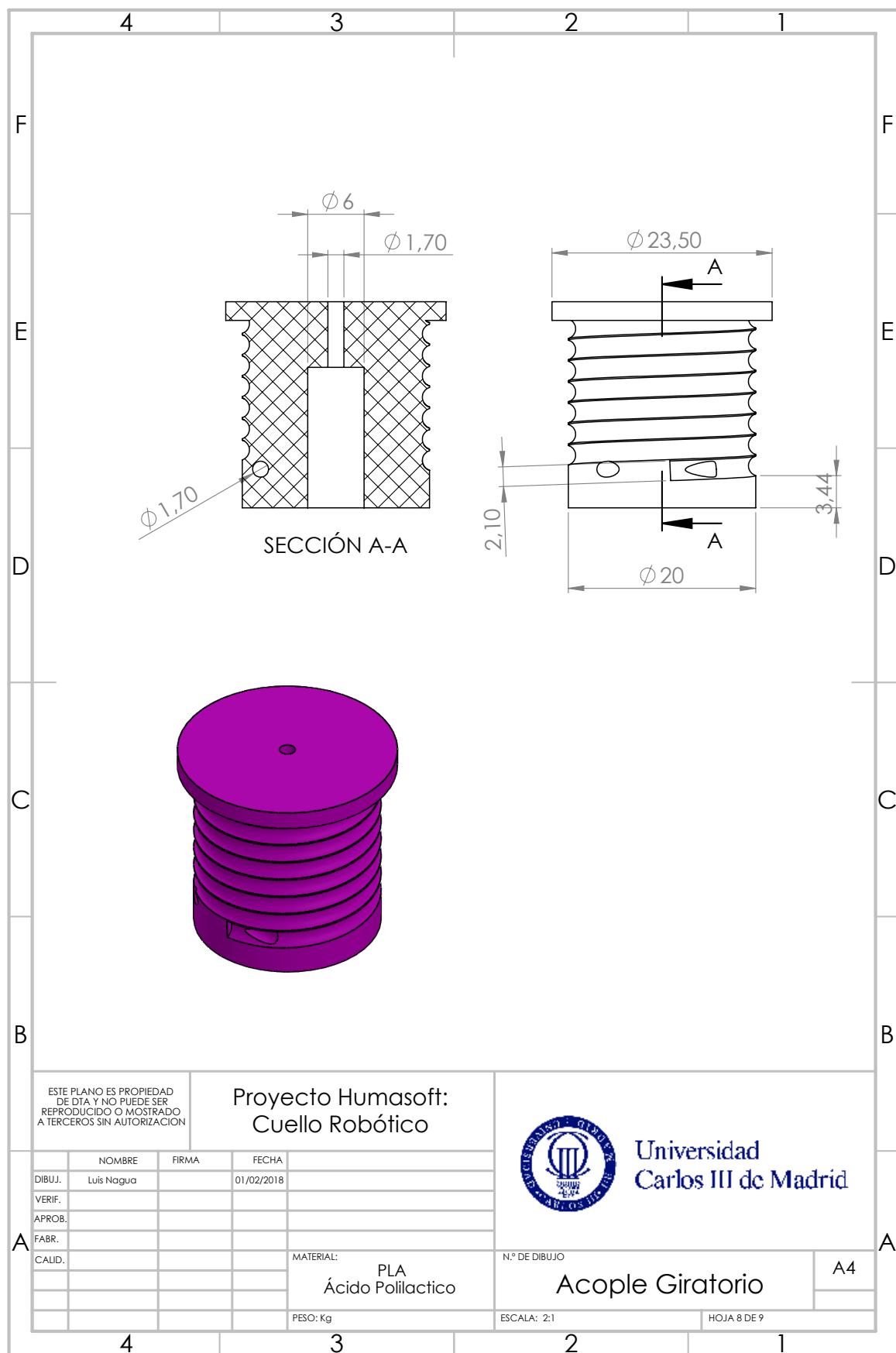


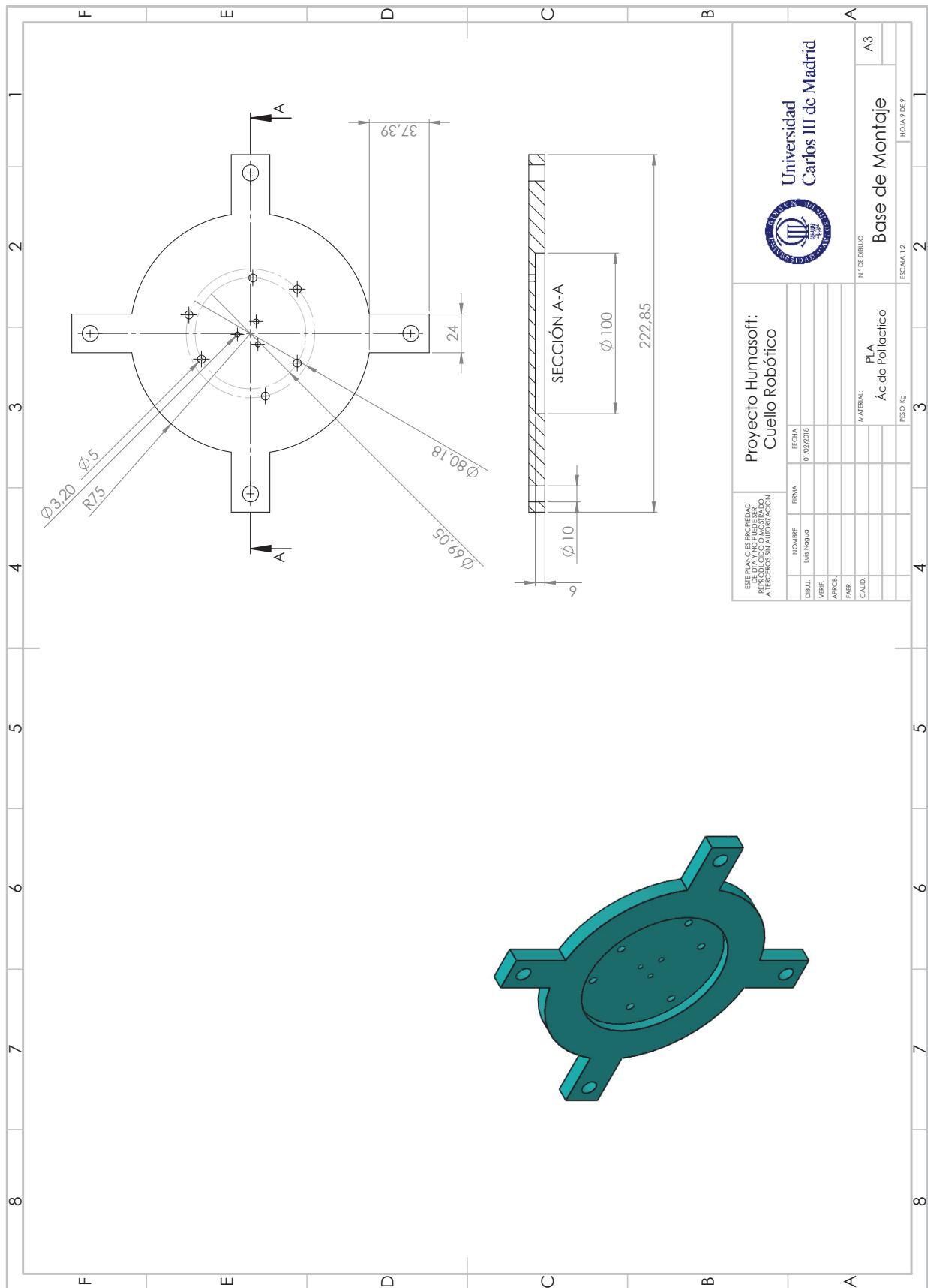








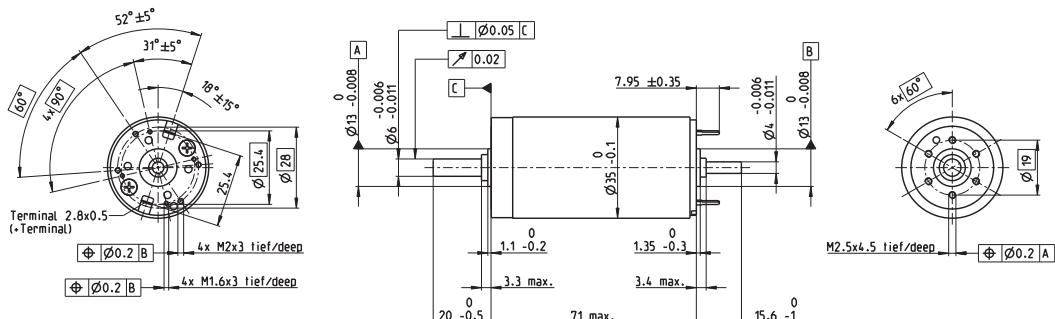




## Apéndice E

Datos técnicos del motor DC (RE 273762) y de la Reductora (GP 32 166155)

## RE 35 Ø35 mm, Graphite Brushes, 90 Watt



**M 1:2**

	Part Numbers													
Stock program	273752 323890 273753 273754 273755 273756 273757 273758 273759 273760 273761 273762 273763													
Standard program	285785 323891 285786 285787 285788 285789 285790 285791 285792 285793 285794 285795 285796													
Special program (on request)														
<b>Motor Data</b>														
Values at nominal voltage														
1 Nominal voltage V	15	24	30	42	48	48	48	48	48	48	48	48	48	48
2 No load speed rpm	7180	7740	7270	7560	7300	6670	5980	4760	3820	3140	2580	2110	1630	
3 No load current mA	247	169	124	92.9	77.5	68.8	59.8	44.8	34.2	27.2	21.6	17.2	13	
4 Nominal speed rpm	6500	7000	6490	6820	6530	5890	5180	3940	2990	2290	1720	1230	736	
5 Nominal torque (max. continuous torque) mNm	73.1	101	97.2	101	99.4	101	101	104	106	106	105	105		
6 Nominal current (max. continuous current) A	4	3.62	2.62	2.02	1.67	1.55	1.39	1.14	0.928	0.761	0.626	0.507	0.393	
7 Stall torque mNm	929	1200	973	1080	980	890	776	620	498	398	322	255	196	
8 Stall current A	47.8	41.1	25	20.7	15.8	13.1	10.2	6.5	4.2	2.76	1.84	1.19	0.708	
9 Max. efficiency %	83	86	85	86	86	85	85	84	82	79	77	74		
<b>Characteristics</b>														
10 Terminal resistance Ω	0.314	0.583	1.2	2.03	3.05	3.67	4.69	7.38	11.4	17.4	26	40.2	67.8	
11 Terminal inductance mH	0.085	0.191	0.34	0.62	0.87	1.04	1.29	2.04	3.16	4.65	6.89	10.3	17.1	
12 Torque constant mNm/A	19.4	29.2	38.9	52.5	62.2	68	75.8	95.2	119	144	175	214	276	
13 Speed constant rpm/V	491	328	246	182	154	140	126	100	80.5	66.4	54.6	44.7	34.6	
14 Speed / torque gradient rpm/mNm	7.93	6.55	7.57	7.05	7.52	7.57	7.79	7.77	7.76	8.01	8.13	8.4	8.49	
15 Mechanical time constant ms	5.65	5.44	5.4	5.35	5.34	5.35	5.35	5.36	5.36	5.37	5.38	5.39	5.41	
16 Rotor inertia gcm²	68.1	79.2	68.1	72.5	67.9	67.4	65.6	65.9	64	63.2	61.2	60.8		
<b>Specifications</b>														
<b>Thermal data</b>														
17 Thermal resistance housing-ambient K/W	6.2	2.0	1.9	1.8	1.7	1.6	1.5	1.4	1.3	1.2	1.1	1.0	0.9	0.8
18 Thermal resistance winding-housing K/W	2.0	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01	0.005
19 Thermal time constant winding s	30.2	30.2	30.2	30.2	30.2	30.2	30.2	30.2	30.2	30.2	30.2	30.2	30.2	30.2
20 Thermal time constant motor s	644	644	644	644	644	644	644	644	644	644	644	644	644	644
21 Ambient temperature °C	-30..+100	+100..+155	+155..+200	+200..+250	+250..+300	+300..+350	+350..+400	+400..+450	+450..+500	+500..+550	+550..+600	+600..+650	+650..+700	+700..+750
22 Max. winding temperature °C	+100	+100	+100	+100	+100	+100	+100	+100	+100	+100	+100	+100	+100	+100
<b>Mechanical data (ball bearings)</b>														
23 Max. speed rpm	12000	12000	12000	12000	12000	12000	12000	12000	12000	12000	12000	12000	12000	12000
24 Axial play mm	0.05 - 0.15	0.05 - 0.15	0.05 - 0.15	0.05 - 0.15	0.05 - 0.15	0.05 - 0.15	0.05 - 0.15	0.05 - 0.15	0.05 - 0.15	0.05 - 0.15	0.05 - 0.15	0.05 - 0.15	0.05 - 0.15	0.05 - 0.15
25 Radial play mm	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025
26 Max. axial load (dynamic) N	5.6	5.6	5.6	5.6	5.6	5.6	5.6	5.6	5.6	5.6	5.6	5.6	5.6	5.6
27 Max. force for press fits (static) N	110	110	110	110	110	110	110	110	110	110	110	110	110	110
28 Max. radial load, 5 mm from flange N	1200	1200	1200	1200	1200	1200	1200	1200	1200	1200	1200	1200	1200	1200
<b>Other specifications</b>														
29 Number of pole pairs	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
30 Number of commutator segments	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13
31 Weight of motor g	340	340	340	340	340	340	340	340	340	340	340	340	340	340
Values listed in the table are nominal. Explanation of the figures on page 151.														
<b>Operating Range</b>														
n [rpm]														
90 W														
273754														
<b>Comments</b>														
<b>Continuous operation</b>														
In observation of above listed thermal resistance (lines 17 and 18) the maximum permissible winding temperature will be reached during continuous operation at 25°C ambient.														
= Thermal limit.														
<b>Short term operation</b>														
The motor may be briefly overloaded (recurring).														
Assigned power rating														
<b>maxon Modular System</b>														
<b>Planetary Gearhead</b>														
Ø32 mm														
0.75 - 6.0 Nm														
Page 338-344														
<b>Recommended Electronics:</b>														
Notes														
Page 24														
ESCON Mod. 50/5	417	418	419	420	421	422	423	424	425	426	427	428	429	430
EPOS2 50/5	425	426	427	428	429	430	431	432	433	434	435	436	437	438
EPOS2 P 24/5	425	426	427	428	429	430	431	432	433	434	435	436	437	438
EPOS2 P 24/5	425	426	427	428	429	430	431	432	433	434	435	436	437	438
EPOS4 Module 50/8	431	432	433	434	435	436	437	438	439	440	441	442	443	444
EPOS4 Comp. 50/8 CAN	431	432	433	434	435	436	437	438	439	440	441	442	443	444
MAXPOS 50/5	435	436	437	438	439	440	441	442	443	444	445	446	447	448
<b>Overview on page 20-27</b>														
<b>Encoder MR</b>														
256 - 1024 CPT,														
3 channels														
Page 393														
<b>Encoder HED_5540</b>														
500 CPT,														
3 channels														
Page 399/401														

## Planetary Gearhead GP 32 A Ø32 mm, 0.75–4.5 Nm

		<b>Technical Data</b>																																																																																																																																																																																																														
		Planetary Gearhead Output shaft Shaft diameter as option Bearing at output Radial play, 5 mm from flange Axial play Max. axial load (dynamic) Max. force for press fits Direction of rotation, drive to output Max. continuous input speed Recommended temperature range Number of stages Max. radial load, 10 mm from flange																																																																																																																																																																																																														
		straight teeth stainless steel 8 mm ball bearing max. 0.14 mm max. 0.4 mm 120 N 120 N = 6000 rpm -40...+100°C 1 2 3 4 5 90 N 140 N 200 N 220 N 220 N																																																																																																																																																																																																														
		M 1:2 Option: Low-noise version																																																																																																																																																																																																														
<b>Part Numbers</b> <table border="1"> <thead> <tr> <th>166155</th><th>166158</th><th>166163</th><th>166164</th><th>166169</th><th>166174</th><th>166179</th><th>166184</th><th>166187</th><th>166192</th><th>166197</th><th>166202</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1 Reduction</td><td>3.7:1</td><td>14:1</td><td>33:1</td><td>51:1</td><td>111:1</td><td>246:1</td><td>492:1</td><td>762:1</td><td>1181:1</td><td>1972:1</td><td>2829:1</td></tr> <tr> <td>2 Absolute reduction</td><td>26/7</td><td>67/9</td><td>52/9</td><td>175/76</td><td>343</td><td>1382/5</td><td>42182/1715</td><td>8611/175</td><td>1023776/6575</td><td>437/175</td><td>495144/175</td></tr> <tr> <td>3 Max. motor shaft diameter</td><td>mm 6</td><td>6</td><td>3</td><td>6</td><td>4</td><td>4</td><td>3</td><td>3</td><td>4</td><td>3</td><td>3</td></tr> </tbody> </table>	166155	166158	166163	166164	166169	166174	166179	166184	166187	166192	166197	166202	1 Reduction	3.7:1	14:1	33:1	51:1	111:1	246:1	492:1	762:1	1181:1	1972:1	2829:1	2 Absolute reduction	26/7	67/9	52/9	175/76	343	1382/5	42182/1715	8611/175	1023776/6575	437/175	495144/175	3 Max. motor shaft diameter	mm 6	6	3	6	4	4	3	3	4	3	3																																																																																																																																																																
166155	166158	166163	166164	166169	166174	166179	166184	166187	166192	166197	166202																																																																																																																																																																																																					
1 Reduction	3.7:1	14:1	33:1	51:1	111:1	246:1	492:1	762:1	1181:1	1972:1	2829:1																																																																																																																																																																																																					
2 Absolute reduction	26/7	67/9	52/9	175/76	343	1382/5	42182/1715	8611/175	1023776/6575	437/175	495144/175																																																																																																																																																																																																					
3 Max. motor shaft diameter	mm 6	6	3	6	4	4	3	3	4	3	3																																																																																																																																																																																																					
<b>Gearhead Data</b> <table border="1"> <thead> <tr> <th>1 Reduction</th><th>3.7:1</th><th>14:1</th><th>33:1</th><th>51:1</th><th>111:1</th><th>246:1</th><th>492:1</th><th>762:1</th><th>1181:1</th><th>1972:1</th><th>2829:1</th><th>4380:1</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2 Absolute reduction</td><td>26/7</td><td>67/9</td><td>52/9</td><td>175/76</td><td>343</td><td>1382/5</td><td>42182/1715</td><td>8611/175</td><td>1023776/6575</td><td>437/175</td><td>495144/175</td><td>109503/25</td></tr> <tr> <td>3 Max. motor shaft diameter</td><td>mm 6</td><td>6</td><td>3</td><td>6</td><td>4</td><td>4</td><td>3</td><td>3</td><td>4</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td></tr> </tbody> </table>	1 Reduction	3.7:1	14:1	33:1	51:1	111:1	246:1	492:1	762:1	1181:1	1972:1	2829:1	4380:1	2 Absolute reduction	26/7	67/9	52/9	175/76	343	1382/5	42182/1715	8611/175	1023776/6575	437/175	495144/175	109503/25	3 Max. motor shaft diameter	mm 6	6	3	6	4	4	3	3	4	3	3	3	<b>Part Numbers</b> <table border="1"> <thead> <tr> <th>166156</th><th>166159</th><th>166165</th><th>166170</th><th>166175</th><th>166180</th><th>166185</th><th>166188</th><th>166193</th><th>166198</th><th>166203</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1 Reduction</td><td>4.8:1</td><td>18:1</td><td>66:1</td><td>123:1</td><td>295:1</td><td>531:1</td><td>913:1</td><td>1414:1</td><td>2189:1</td><td>3052:1</td><td>5247:1</td></tr> <tr> <td>2 Absolute reduction</td><td>24/5</td><td>62/9</td><td>162/4</td><td>387/49</td><td>337/52</td><td>3897/52</td><td>2083/35</td><td>271864/256</td><td>934503/6125</td><td>2086889/675</td><td>474513/140</td></tr> <tr> <td>3 Max. motor shaft diameter</td><td>mm 4</td><td>4</td><td>4</td><td>4</td><td>3</td><td>3</td><td>4</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td></tr> </tbody> </table>	166156	166159	166165	166170	166175	166180	166185	166188	166193	166198	166203	1 Reduction	4.8:1	18:1	66:1	123:1	295:1	531:1	913:1	1414:1	2189:1	3052:1	5247:1	2 Absolute reduction	24/5	62/9	162/4	387/49	337/52	3897/52	2083/35	271864/256	934503/6125	2086889/675	474513/140	3 Max. motor shaft diameter	mm 4	4	4	4	3	3	4	3	3	3	3	<b>Part Numbers</b> <table border="1"> <thead> <tr> <th>166157</th><th>166160</th><th>166166</th><th>166171</th><th>166176</th><th>166181</th><th>166186</th><th>166189</th><th>166194</th><th>166199</th><th>166204</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1 Reduction</td><td>5.8:1</td><td>21:1</td><td>79:1</td><td>132:1</td><td>318:1</td><td>589:1</td><td>1093:1</td><td>1526:1</td><td>2362:1</td><td>3389:1</td><td>6285:1</td></tr> <tr> <td>2 Absolute reduction</td><td>23/4</td><td>29/4</td><td>388/49</td><td>337/52</td><td>3897/52</td><td>2083/35</td><td>271864/256</td><td>934503/6125</td><td>2086889/675</td><td>474513/140</td><td>645634/1024</td></tr> <tr> <td>3 Max. motor shaft diameter</td><td>mm 3</td><td>3</td><td>3</td><td>4</td><td>3</td><td>3</td><td>4</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td></tr> </tbody> </table>	166157	166160	166166	166171	166176	166181	166186	166189	166194	166199	166204	1 Reduction	5.8:1	21:1	79:1	132:1	318:1	589:1	1093:1	1526:1	2362:1	3389:1	6285:1	2 Absolute reduction	23/4	29/4	388/49	337/52	3897/52	2083/35	271864/256	934503/6125	2086889/675	474513/140	645634/1024	3 Max. motor shaft diameter	mm 3	3	3	4	3	3	4	3	3	3	3																																																																									
1 Reduction	3.7:1	14:1	33:1	51:1	111:1	246:1	492:1	762:1	1181:1	1972:1	2829:1	4380:1																																																																																																																																																																																																				
2 Absolute reduction	26/7	67/9	52/9	175/76	343	1382/5	42182/1715	8611/175	1023776/6575	437/175	495144/175	109503/25																																																																																																																																																																																																				
3 Max. motor shaft diameter	mm 6	6	3	6	4	4	3	3	4	3	3	3																																																																																																																																																																																																				
166156	166159	166165	166170	166175	166180	166185	166188	166193	166198	166203																																																																																																																																																																																																						
1 Reduction	4.8:1	18:1	66:1	123:1	295:1	531:1	913:1	1414:1	2189:1	3052:1	5247:1																																																																																																																																																																																																					
2 Absolute reduction	24/5	62/9	162/4	387/49	337/52	3897/52	2083/35	271864/256	934503/6125	2086889/675	474513/140																																																																																																																																																																																																					
3 Max. motor shaft diameter	mm 4	4	4	4	3	3	4	3	3	3	3																																																																																																																																																																																																					
166157	166160	166166	166171	166176	166181	166186	166189	166194	166199	166204																																																																																																																																																																																																						
1 Reduction	5.8:1	21:1	79:1	132:1	318:1	589:1	1093:1	1526:1	2362:1	3389:1	6285:1																																																																																																																																																																																																					
2 Absolute reduction	23/4	29/4	388/49	337/52	3897/52	2083/35	271864/256	934503/6125	2086889/675	474513/140	645634/1024																																																																																																																																																																																																					
3 Max. motor shaft diameter	mm 3	3	3	4	3	3	4	3	3	3	3																																																																																																																																																																																																					
<b>Part Numbers</b> <table border="1"> <thead> <tr> <th>166161</th><th>166167</th><th>166172</th><th>166177</th><th>166182</th><th>166186</th><th>166190</th><th>166195</th><th>166200</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1 Reduction</td><td>23:1</td><td>86:1</td><td>159:1</td><td>411:1</td><td>636:1</td><td>1694:1</td><td>2548:1</td><td>3656:1</td></tr> <tr> <td>2 Absolute reduction</td><td>576/25</td><td>14976/175</td><td>1587/10</td><td>359424/875</td><td>79488/125</td><td>116221/688</td><td>7982624/3125</td><td>457056/125</td></tr> <tr> <td>3 Max. motor shaft diameter</td><td>mm 4</td><td>4</td><td>3</td><td>4</td><td>3</td><td>3</td><td>4</td><td>3</td></tr> </tbody> </table>	166161	166167	166172	166177	166182	166186	166190	166195	166200	1 Reduction	23:1	86:1	159:1	411:1	636:1	1694:1	2548:1	3656:1	2 Absolute reduction	576/25	14976/175	1587/10	359424/875	79488/125	116221/688	7982624/3125	457056/125	3 Max. motor shaft diameter	mm 4	4	3	4	3	3	4	3	<b>Part Numbers</b> <table border="1"> <thead> <tr> <th>166162</th><th>166168</th><th>166173</th><th>166178</th><th>166183</th><th>166191</th><th>166196</th><th>166201</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1 Reduction</td><td>28:1</td><td>103:1</td><td>190:1</td><td>456:1</td><td>706:1</td><td>1828:1</td><td>2623:1</td><td>4060:1</td></tr> <tr> <td>2 Absolute reduction</td><td>138/5</td><td>3588/35</td><td>12167/64</td><td>88401/196</td><td>158171/224</td><td>2238912/1225</td><td>2056220/784</td><td>3637933/896</td></tr> <tr> <td>3 Max. motor shaft diameter</td><td>mm 3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td></tr> </tbody> </table>	166162	166168	166173	166178	166183	166191	166196	166201	1 Reduction	28:1	103:1	190:1	456:1	706:1	1828:1	2623:1	4060:1	2 Absolute reduction	138/5	3588/35	12167/64	88401/196	158171/224	2238912/1225	2056220/784	3637933/896	3 Max. motor shaft diameter	mm 3	3	3	3	3	3	3	3	<b>Part Numbers</b> <table border="1"> <thead> <tr> <th>166163</th><th>166166</th><th>166170</th><th>166175</th><th>166180</th><th>166185</th><th>166188</th><th>166193</th><th>166198</th><th>166203</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1 Reduction</td><td>3.7:1</td><td>14:1</td><td>33:1</td><td>51:1</td><td>111:1</td><td>246:1</td><td>492:1</td><td>762:1</td><td>1181:1</td></tr> <tr> <td>2 Absolute reduction</td><td>26/7</td><td>67/9</td><td>52/9</td><td>175/76</td><td>343</td><td>1382/5</td><td>42182/1715</td><td>8611/175</td><td>1023776/6575</td></tr> <tr> <td>3 Max. motor shaft diameter</td><td>mm 6</td><td>6</td><td>3</td><td>6</td><td>4</td><td>4</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td></tr> </tbody> </table>	166163	166166	166170	166175	166180	166185	166188	166193	166198	166203	1 Reduction	3.7:1	14:1	33:1	51:1	111:1	246:1	492:1	762:1	1181:1	2 Absolute reduction	26/7	67/9	52/9	175/76	343	1382/5	42182/1715	8611/175	1023776/6575	3 Max. motor shaft diameter	mm 6	6	3	6	4	4	3	3	3																																																																																															
166161	166167	166172	166177	166182	166186	166190	166195	166200																																																																																																																																																																																																								
1 Reduction	23:1	86:1	159:1	411:1	636:1	1694:1	2548:1	3656:1																																																																																																																																																																																																								
2 Absolute reduction	576/25	14976/175	1587/10	359424/875	79488/125	116221/688	7982624/3125	457056/125																																																																																																																																																																																																								
3 Max. motor shaft diameter	mm 4	4	3	4	3	3	4	3																																																																																																																																																																																																								
166162	166168	166173	166178	166183	166191	166196	166201																																																																																																																																																																																																									
1 Reduction	28:1	103:1	190:1	456:1	706:1	1828:1	2623:1	4060:1																																																																																																																																																																																																								
2 Absolute reduction	138/5	3588/35	12167/64	88401/196	158171/224	2238912/1225	2056220/784	3637933/896																																																																																																																																																																																																								
3 Max. motor shaft diameter	mm 3	3	3	3	3	3	3	3																																																																																																																																																																																																								
166163	166166	166170	166175	166180	166185	166188	166193	166198	166203																																																																																																																																																																																																							
1 Reduction	3.7:1	14:1	33:1	51:1	111:1	246:1	492:1	762:1	1181:1																																																																																																																																																																																																							
2 Absolute reduction	26/7	67/9	52/9	175/76	343	1382/5	42182/1715	8611/175	1023776/6575																																																																																																																																																																																																							
3 Max. motor shaft diameter	mm 6	6	3	6	4	4	3	3	3																																																																																																																																																																																																							
<b>Gearhead Data</b> <table border="1"> <thead> <tr> <th>1 Reduction</th><th>3.7:1</th><th>14:1</th><th>33:1</th><th>51:1</th><th>111:1</th><th>246:1</th><th>492:1</th><th>762:1</th><th>1181:1</th><th>1972:1</th><th>2829:1</th><th>4380:1</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2 Absolute reduction</td><td>26/7</td><td>67/9</td><td>52/9</td><td>175/76</td><td>343</td><td>1382/5</td><td>42182/1715</td><td>8611/175</td><td>1023776/6575</td><td>437/175</td><td>495144/175</td><td>109503/25</td></tr> <tr> <td>3 Max. motor shaft diameter</td><td>mm 6</td><td>6</td><td>3</td><td>6</td><td>4</td><td>4</td><td>3</td><td>3</td><td>4</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td></tr> </tbody> </table>	1 Reduction	3.7:1	14:1	33:1	51:1	111:1	246:1	492:1	762:1	1181:1	1972:1	2829:1	4380:1	2 Absolute reduction	26/7	67/9	52/9	175/76	343	1382/5	42182/1715	8611/175	1023776/6575	437/175	495144/175	109503/25	3 Max. motor shaft diameter	mm 6	6	3	6	4	4	3	3	4	3	3	3	<b>Part Numbers</b> <table border="1"> <thead> <tr> <th>166156</th><th>166159</th><th>166165</th><th>166170</th><th>166175</th><th>166180</th><th>166185</th><th>166188</th><th>166193</th><th>166198</th><th>166203</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1 Reduction</td><td>4.8:1</td><td>18:1</td><td>66:1</td><td>123:1</td><td>295:1</td><td>531:1</td><td>913:1</td><td>1414:1</td><td>2189:1</td><td>3052:1</td><td>5247:1</td></tr> <tr> <td>2 Absolute reduction</td><td>24/5</td><td>62/9</td><td>162/4</td><td>387/49</td><td>337/52</td><td>3897/52</td><td>2083/35</td><td>271864/256</td><td>934503/6125</td><td>2086889/675</td><td>474513/140</td></tr> <tr> <td>3 Max. motor shaft diameter</td><td>mm 4</td><td>4</td><td>4</td><td>4</td><td>3</td><td>3</td><td>4</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td></tr> </tbody> </table>	166156	166159	166165	166170	166175	166180	166185	166188	166193	166198	166203	1 Reduction	4.8:1	18:1	66:1	123:1	295:1	531:1	913:1	1414:1	2189:1	3052:1	5247:1	2 Absolute reduction	24/5	62/9	162/4	387/49	337/52	3897/52	2083/35	271864/256	934503/6125	2086889/675	474513/140	3 Max. motor shaft diameter	mm 4	4	4	4	3	3	4	3	3	3	3	<b>Part Numbers</b> <table border="1"> <thead> <tr> <th>166157</th><th>166160</th><th>166166</th><th>166171</th><th>166176</th><th>166181</th><th>166186</th><th>166189</th><th>166194</th><th>166199</th><th>166204</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1 Reduction</td><td>5.8:1</td><td>21:1</td><td>79:1</td><td>132:1</td><td>318:1</td><td>589:1</td><td>1093:1</td><td>1526:1</td><td>2362:1</td><td>3389:1</td><td>6285:1</td></tr> <tr> <td>2 Absolute reduction</td><td>23/4</td><td>29/4</td><td>388/49</td><td>337/52</td><td>3897/52</td><td>2083/35</td><td>271864/256</td><td>934503/6125</td><td>2086889/675</td><td>474513/140</td><td>645634/1024</td></tr> <tr> <td>3 Max. motor shaft diameter</td><td>mm 3</td><td>3</td><td>3</td><td>4</td><td>3</td><td>3</td><td>4</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td></tr> </tbody> </table>	166157	166160	166166	166171	166176	166181	166186	166189	166194	166199	166204	1 Reduction	5.8:1	21:1	79:1	132:1	318:1	589:1	1093:1	1526:1	2362:1	3389:1	6285:1	2 Absolute reduction	23/4	29/4	388/49	337/52	3897/52	2083/35	271864/256	934503/6125	2086889/675	474513/140	645634/1024	3 Max. motor shaft diameter	mm 3	3	3	4	3	3	4	3	3	3	3	<b>Part Numbers</b> <table border="1"> <thead> <tr> <th>166161</th><th>166167</th><th>166172</th><th>166177</th><th>166182</th><th>166186</th><th>166190</th><th>166195</th><th>166200</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1 Reduction</td><td>23:1</td><td>86:1</td><td>159:1</td><td>411:1</td><td>636:1</td><td>1694:1</td><td>2548:1</td><td>3656:1</td></tr> <tr> <td>2 Absolute reduction</td><td>576/25</td><td>14976/175</td><td>1587/10</td><td>359424/875</td><td>79488/125</td><td>116221/688</td><td>7982624/3125</td><td>457056/125</td></tr> <tr> <td>3 Max. motor shaft diameter</td><td>mm 4</td><td>4</td><td>3</td><td>4</td><td>3</td><td>3</td><td>4</td><td>3</td></tr> </tbody> </table>	166161	166167	166172	166177	166182	166186	166190	166195	166200	1 Reduction	23:1	86:1	159:1	411:1	636:1	1694:1	2548:1	3656:1	2 Absolute reduction	576/25	14976/175	1587/10	359424/875	79488/125	116221/688	7982624/3125	457056/125	3 Max. motor shaft diameter	mm 4	4	3	4	3	3	4	3	<b>Part Numbers</b> <table border="1"> <thead> <tr> <th>166162</th><th>166168</th><th>166173</th><th>166178</th><th>166183</th><th>166191</th><th>166196</th><th>166201</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1 Reduction</td><td>28:1</td><td>103:1</td><td>190:1</td><td>456:1</td><td>706:1</td><td>1828:1</td><td>2623:1</td><td>4060:1</td></tr> <tr> <td>2 Absolute reduction</td><td>138/5</td><td>3588/35</td><td>12167/64</td><td>88401/196</td><td>158171/224</td><td>2238912/1225</td><td>2056220/784</td><td>3637933/896</td></tr> <tr> <td>3 Max. motor shaft diameter</td><td>mm 3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td></tr> </tbody> </table>	166162	166168	166173	166178	166183	166191	166196	166201	1 Reduction	28:1	103:1	190:1	456:1	706:1	1828:1	2623:1	4060:1	2 Absolute reduction	138/5	3588/35	12167/64	88401/196	158171/224	2238912/1225	2056220/784	3637933/896	3 Max. motor shaft diameter	mm 3	3	3	3	3	3	3	3
1 Reduction	3.7:1	14:1	33:1	51:1	111:1	246:1	492:1	762:1	1181:1	1972:1	2829:1	4380:1																																																																																																																																																																																																				
2 Absolute reduction	26/7	67/9	52/9	175/76	343	1382/5	42182/1715	8611/175	1023776/6575	437/175	495144/175	109503/25																																																																																																																																																																																																				
3 Max. motor shaft diameter	mm 6	6	3	6	4	4	3	3	4	3	3	3																																																																																																																																																																																																				
166156	166159	166165	166170	166175	166180	166185	166188	166193	166198	166203																																																																																																																																																																																																						
1 Reduction	4.8:1	18:1	66:1	123:1	295:1	531:1	913:1	1414:1	2189:1	3052:1	5247:1																																																																																																																																																																																																					
2 Absolute reduction	24/5	62/9	162/4	387/49	337/52	3897/52	2083/35	271864/256	934503/6125	2086889/675	474513/140																																																																																																																																																																																																					
3 Max. motor shaft diameter	mm 4	4	4	4	3	3	4	3	3	3	3																																																																																																																																																																																																					
166157	166160	166166	166171	166176	166181	166186	166189	166194	166199	166204																																																																																																																																																																																																						
1 Reduction	5.8:1	21:1	79:1	132:1	318:1	589:1	1093:1	1526:1	2362:1	3389:1	6285:1																																																																																																																																																																																																					
2 Absolute reduction	23/4	29/4	388/49	337/52	3897/52	2083/35	271864/256	934503/6125	2086889/675	474513/140	645634/1024																																																																																																																																																																																																					
3 Max. motor shaft diameter	mm 3	3	3	4	3	3	4	3	3	3	3																																																																																																																																																																																																					
166161	166167	166172	166177	166182	166186	166190	166195	166200																																																																																																																																																																																																								
1 Reduction	23:1	86:1	159:1	411:1	636:1	1694:1	2548:1	3656:1																																																																																																																																																																																																								
2 Absolute reduction	576/25	14976/175	1587/10	359424/875	79488/125	116221/688	7982624/3125	457056/125																																																																																																																																																																																																								
3 Max. motor shaft diameter	mm 4	4	3	4	3	3	4	3																																																																																																																																																																																																								
166162	166168	166173	166178	166183	166191	166196	166201																																																																																																																																																																																																									
1 Reduction	28:1	103:1	190:1	456:1	706:1	1828:1	2623:1	4060:1																																																																																																																																																																																																								
2 Absolute reduction	138/5	3588/35	12167/64	88401/196	158171/224	2238912/1225	2056220/784	3637933/896																																																																																																																																																																																																								
3 Max. motor shaft diameter	mm 3	3	3	3	3	3	3	3																																																																																																																																																																																																								
<b>maxon Modular System</b> <table border="1"> <thead> <tr> <th>+ Motor</th><th>Page</th><th>+ Sensor/Brake</th><th>Page</th><th>Overall length [mm] = Motor length + gearbox length + (sensor/brake) + assembly parts</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>RE 30, 15 W</td><td>182</td><td></td><td></td><td>94.6 104.5 104.5 111.2 111.2 117.9 117.9 117.9 124.6 124.6 124.6 124.6</td></tr> <tr> <td>RE 30, 15 W</td><td>182</td><td>MR</td><td>393</td><td>106.0 115.9 115.9 122.6 122.6 129.3 129.3 129.3 136.0 136.0 136.0 136.0</td></tr> <tr> <td>RE 30, 15 W</td><td>182</td><td>HED_5540</td><td>399/401</td><td>115.4 125.3 125.3 132.0 132.0 138.7 138.7 138.7 145.4 145.4 145.4 145.4</td></tr> <tr> <td>RE 30, 60 W</td><td>183</td><td></td><td></td><td>94.6 104.5 104.5 111.2 111.2 117.9 117.9 117.9 124.6 124.6 124.6 124.6</td></tr> <tr> <td>RE 30, 60 W</td><td>183</td><td>MR</td><td>393</td><td>106.0 115.9 115.9 122.6 122.6 129.3 129.3 129.3 136.0 136.0 136.0 136.0</td></tr> <tr> <td>RE 30, 60 W</td><td>183</td><td>HED_5540</td><td>399/401</td><td>115.4 125.3 125.3 132.0 132.0 138.7 138.7 138.7 145.4 145.4 145.4 145.4</td></tr> <tr> <td>RE 35, 90 W</td><td>184</td><td></td><td></td><td>97.6 107.5 107.5 114.2 114.2 120.9 120.9 120.9 127.6 127.6 127.6 127.6</td></tr> <tr> <td>RE 35, 90 W</td><td>184</td><td>MR</td><td>393</td><td>109.0 118.9 118.9 125.6 125.6 132.3 132.3 132.3 139.0 139.0 139.0 139.0</td></tr> <tr> <td>RE 35, 90 W</td><td>184</td><td>HED_5540</td><td>399/401</td><td>118.3 128.2 128.2 134.9 134.9 141.6 141.6 141.6 148.3 148.3 148.3 148.3</td></tr> <tr> <td>RE 35, 90 W</td><td>184</td><td>DCT 22</td><td>411</td><td>115.7 125.6 125.6 132.3 132.3 139.0 139.0 139.0 145.7 145.7 145.7 145.7</td></tr> <tr> <td>RE 35, 90 W</td><td>184</td><td>AB 28</td><td>446</td><td>133.7 143.6 143.6 150.3 150.3 157.0 157.0 157.0 163.7 163.7 163.7 163.7</td></tr> <tr> <td>RE 35, 90 W</td><td>184</td><td>HEDS 5540/AB 28</td><td>399/446</td><td>150.9 160.8 160.8 167.5 167.5 174.2 174.2 174.2 180.9 180.9 180.9 180.9</td></tr> <tr> <td>A-max 32</td><td>213/215</td><td></td><td></td><td>89.5 99.4 99.4 106.1 106.1 112.8 112.8 112.8 119.5 119.5 119.5 119.5</td></tr> <tr> <td>A-max 32</td><td>214/216</td><td></td><td></td><td>88.1 98.0 98.0 104.7 104.7 111.4 111.4 111.4 118.1 118.1 118.1 118.1</td></tr> <tr> <td>A-max 32</td><td>214/216</td><td>MR</td><td>393</td><td>99.3 109.2 109.2 115.9 115.9 122.6 122.6 122.6 129.3 129.3 129.3 129.3</td></tr> <tr> <td>A-max 32</td><td>214/216</td><td>HED_5540</td><td>400/402</td><td>108.9 118.8 118.8 125.5 125.5 132.2 132.2 132.2 138.9 138.9 138.9 138.9</td></tr> <tr> <td>EC 32, 80 W</td><td>251</td><td></td><td></td><td>86.6 96.5 96.5 103.2 103.2 109.9 109.9 109.9 116.6 116.6 116.6 116.6</td></tr> <tr> <td>EC 32, 80 W</td><td>251</td><td>HED_5540</td><td>400/403</td><td>105.0 114.9 114.9 121.6 121.6 128.3 128.3 128.3 135.0 135.0 135.0 135.0</td></tr> <tr> <td>EC 32, 80 W</td><td>251</td><td>Res 26</td><td>412</td><td>106.7 116.6 116.6 123.3 123.3 130.0 130.0 130.0 136.7 136.7 136.7 136.7</td></tr> <tr> <td>EC 32 flat, 15 W</td><td>296</td><td></td><td></td><td>44.5 54.4 54.4 61.1 61.1 67.8 67.8 67.8 74.5 74.5 74.5 74.5</td></tr> <tr> <td>EC 32 flat, IE, IP 00</td><td>297</td><td></td><td></td><td>54.6 64.5 64.5 71.2 71.2 77.9 77.9 77.9 84.6 84.6 84.6 84.6</td></tr> <tr> <td>EC 32 flat, IE, IP 40</td><td>297</td><td></td><td></td><td>56.3 66.2 66.2 72.9 72.9 79.6 79.6 79.6 86.3 86.3 86.3 86.3</td></tr> </tbody> </table>	+ Motor	Page	+ Sensor/Brake	Page	Overall length [mm] = Motor length + gearbox length + (sensor/brake) + assembly parts	RE 30, 15 W	182			94.6 104.5 104.5 111.2 111.2 117.9 117.9 117.9 124.6 124.6 124.6 124.6	RE 30, 15 W	182	MR	393	106.0 115.9 115.9 122.6 122.6 129.3 129.3 129.3 136.0 136.0 136.0 136.0	RE 30, 15 W	182	HED_5540	399/401	115.4 125.3 125.3 132.0 132.0 138.7 138.7 138.7 145.4 145.4 145.4 145.4	RE 30, 60 W	183			94.6 104.5 104.5 111.2 111.2 117.9 117.9 117.9 124.6 124.6 124.6 124.6	RE 30, 60 W	183	MR	393	106.0 115.9 115.9 122.6 122.6 129.3 129.3 129.3 136.0 136.0 136.0 136.0	RE 30, 60 W	183	HED_5540	399/401	115.4 125.3 125.3 132.0 132.0 138.7 138.7 138.7 145.4 145.4 145.4 145.4	RE 35, 90 W	184			97.6 107.5 107.5 114.2 114.2 120.9 120.9 120.9 127.6 127.6 127.6 127.6	RE 35, 90 W	184	MR	393	109.0 118.9 118.9 125.6 125.6 132.3 132.3 132.3 139.0 139.0 139.0 139.0	RE 35, 90 W	184	HED_5540	399/401	118.3 128.2 128.2 134.9 134.9 141.6 141.6 141.6 148.3 148.3 148.3 148.3	RE 35, 90 W	184	DCT 22	411	115.7 125.6 125.6 132.3 132.3 139.0 139.0 139.0 145.7 145.7 145.7 145.7	RE 35, 90 W	184	AB 28	446	133.7 143.6 143.6 150.3 150.3 157.0 157.0 157.0 163.7 163.7 163.7 163.7	RE 35, 90 W	184	HEDS 5540/AB 28	399/446	150.9 160.8 160.8 167.5 167.5 174.2 174.2 174.2 180.9 180.9 180.9 180.9	A-max 32	213/215			89.5 99.4 99.4 106.1 106.1 112.8 112.8 112.8 119.5 119.5 119.5 119.5	A-max 32	214/216			88.1 98.0 98.0 104.7 104.7 111.4 111.4 111.4 118.1 118.1 118.1 118.1	A-max 32	214/216	MR	393	99.3 109.2 109.2 115.9 115.9 122.6 122.6 122.6 129.3 129.3 129.3 129.3	A-max 32	214/216	HED_5540	400/402	108.9 118.8 118.8 125.5 125.5 132.2 132.2 132.2 138.9 138.9 138.9 138.9	EC 32, 80 W	251			86.6 96.5 96.5 103.2 103.2 109.9 109.9 109.9 116.6 116.6 116.6 116.6	EC 32, 80 W	251	HED_5540	400/403	105.0 114.9 114.9 121.6 121.6 128.3 128.3 128.3 135.0 135.0 135.0 135.0	EC 32, 80 W	251	Res 26	412	106.7 116.6 116.6 123.3 123.3 130.0 130.0 130.0 136.7 136.7 136.7 136.7	EC 32 flat, 15 W	296			44.5 54.4 54.4 61.1 61.1 67.8 67.8 67.8 74.5 74.5 74.5 74.5	EC 32 flat, IE, IP 00	297			54.6 64.5 64.5 71.2 71.2 77.9 77.9 77.9 84.6 84.6 84.6 84.6	EC 32 flat, IE, IP 40	297			56.3 66.2 66.2 72.9 72.9 79.6 79.6 79.6 86.3 86.3 86.3 86.3																																																																																													
+ Motor	Page	+ Sensor/Brake	Page	Overall length [mm] = Motor length + gearbox length + (sensor/brake) + assembly parts																																																																																																																																																																																																												
RE 30, 15 W	182			94.6 104.5 104.5 111.2 111.2 117.9 117.9 117.9 124.6 124.6 124.6 124.6																																																																																																																																																																																																												
RE 30, 15 W	182	MR	393	106.0 115.9 115.9 122.6 122.6 129.3 129.3 129.3 136.0 136.0 136.0 136.0																																																																																																																																																																																																												
RE 30, 15 W	182	HED_5540	399/401	115.4 125.3 125.3 132.0 132.0 138.7 138.7 138.7 145.4 145.4 145.4 145.4																																																																																																																																																																																																												
RE 30, 60 W	183			94.6 104.5 104.5 111.2 111.2 117.9 117.9 117.9 124.6 124.6 124.6 124.6																																																																																																																																																																																																												
RE 30, 60 W	183	MR	393	106.0 115.9 115.9 122.6 122.6 129.3 129.3 129.3 136.0 136.0 136.0 136.0																																																																																																																																																																																																												
RE 30, 60 W	183	HED_5540	399/401	115.4 125.3 125.3 132.0 132.0 138.7 138.7 138.7 145.4 145.4 145.4 145.4																																																																																																																																																																																																												
RE 35, 90 W	184			97.6 107.5 107.5 114.2 114.2 120.9 120.9 120.9 127.6 127.6 127.6 127.6																																																																																																																																																																																																												
RE 35, 90 W	184	MR	393	109.0 118.9 118.9 125.6 125.6 132.3 132.3 132.3 139.0 139.0 139.0 139.0																																																																																																																																																																																																												
RE 35, 90 W	184	HED_5540	399/401	118.3 128.2 128.2 134.9 134.9 141.6 141.6 141.6 148.3 148.3 148.3 148.3																																																																																																																																																																																																												
RE 35, 90 W	184	DCT 22	411	115.7 125.6 125.6 132.3 132.3 139.0 139.0 139.0 145.7 145.7 145.7 145.7																																																																																																																																																																																																												
RE 35, 90 W	184	AB 28	446	133.7 143.6 143.6 150.3 150.3 157.0 157.0 157.0 163.7 163.7 163.7 163.7																																																																																																																																																																																																												
RE 35, 90 W	184	HEDS 5540/AB 28	399/446	150.9 160.8 160.8 167.5 167.5 174.2 174.2 174.2 180.9 180.9 180.9 180.9																																																																																																																																																																																																												
A-max 32	213/215			89.5 99.4 99.4 106.1 106.1 112.8 112.8 112.8 119.5 119.5 119.5 119.5																																																																																																																																																																																																												
A-max 32	214/216			88.1 98.0 98.0 104.7 104.7 111.4 111.4 111.4 118.1 118.1 118.1 118.1																																																																																																																																																																																																												
A-max 32	214/216	MR	393	99.3 109.2 109.2 115.9 115.9 122.6 122.6 122.6 129.3 129.3 129.3 129.3																																																																																																																																																																																																												
A-max 32	214/216	HED_5540	400/402	108.9 118.8 118.8 125.5 125.5 132.2 132.2 132.2 138.9 138.9 138.9 138.9																																																																																																																																																																																																												
EC 32, 80 W	251			86.6 96.5 96.5 103.2 103.2 109.9 109.9 109.9 116.6 116.6 116.6 116.6																																																																																																																																																																																																												
EC 32, 80 W	251	HED_5540	400/403	105.0 114.9 114.9 121.6 121.6 128.3 128.3 128.3 135.0 135.0 135.0 135.0																																																																																																																																																																																																												
EC 32, 80 W	251	Res 26	412	106.7 116.6 116.6 123.3 123.3 130.0 130.0 130.0 136.7 136.7 136.7 136.7																																																																																																																																																																																																												
EC 32 flat, 15 W	296			44.5 54.4 54.4 61.1 61.1 67.8 67.8 67.8 74.5 74.5 74.5 74.5																																																																																																																																																																																																												
EC 32 flat, IE, IP 00	297			54.6 64.5 64.5 71.2 71.2 77.9 77.9 77.9 84.6 84.6 84.6 84.6																																																																																																																																																																																																												
EC 32 flat, IE, IP 40	297			56.3 66.2 66.2 72.9 72.9 79.6 79.6 79.6 86.3 86.3 86.3 86.3																																																																																																																																																																																																												