

Resumen

El presente trabajo de fin de Master tiene como finalidad implementar un prototipo de cuello robótico de dos grados de libertad. Principalmente se pretende investigar, estudiar y diseñar un mecanismo que permita simular los movimientos de un cuello humano concretamente los movimientos de: flexión y extensión, y doblado lateral. Para obtener estos movimientos se realiza el diseño basándose en un mecanismo de cables conductores validándolo en un software CAD, mediante el cual permitirá obtener el bosquejo de los componentes que conforma el cuello flexible y posteriormente su fabricación en una impresora 3D.

Otro aspecto importante para el desarrollo del proyecto es el peso de carga que puede el cuello flexible soportar, para dimensionar los motores que se necesita para el funcionamiento del mecanismo paralelo. Además, se realiza el análisis del modelo matemático para el sistema de control que se implementara en un trabajo futuro.

Capítulo 1

Introducción

Basándose en los movimientos del cuello humano se realizará un análisis de los diferentes mecanismos que permitirán emular los movimientos de un cuello, dando énfasis que el prototipo debe ser tamaño pequeño, fácil ensamblaje y de fácil trasportabilidad.

1.1 Cuello Humano

La dimensión media del cuello humano lo establece Haley (1988), donde la circunferencia media del cuello varía de 36.5 a 40.6 cm. Mientras tanto, la longitud media del cuello varía de 8,3 a 8,5 cm. Los movimientos del cuello humano que incluyen flexión / extensión (pitch), rotación vertical (yaw) y flexión lateral (roll rotation) (Fitzpatrick, 2010). El movimiento de flexión con un rango canónico de 50° permite que la cabeza se doble hacia adelante, mientras que la extensión tiene un alcance de 57.5° asegura que la cabeza se incline hacia atrás. Estos dos movimientos se pueden permitir la rotación más bajo del cuello. La rotación vertical del cuello se describe como girar el movimiento de la cabeza hacia la derecha y hacia la izquierda. El rango de rotación es de 70° , comenzando desde el eje principal de la cabeza. La flexión lateral es el movimiento que permite que la cabeza se doble hacia el hombro. El ángulo de flexión del movimiento es de 45° . Esto se llama rotación del rodillo. Todos estos movimientos se muestran en la Figura 1.1

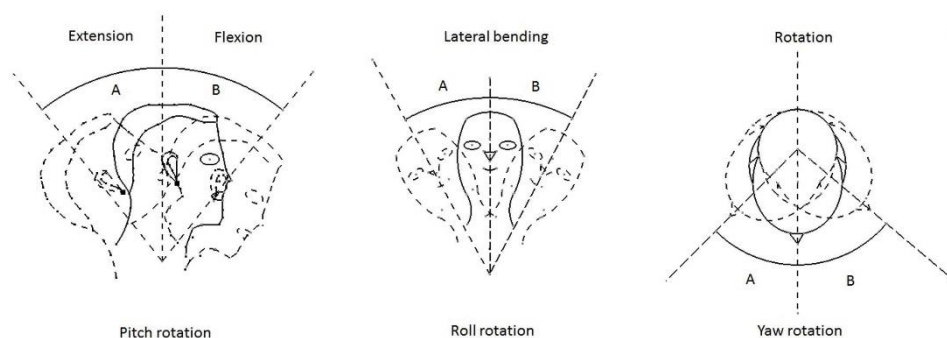


Figura 1.1 Movimientos de cuello humano

1.2 Mecanismos accionados por cables

Los manipuladores de robótica, como muchas otras tecnologías, tienen sus raíces en los mecanismos vivientes. La idea del brazo humano debe haber sido una de las primeras motivaciones para que los investigadores desarrollen manipuladores de estructura seriada para mejorar la capacidad de un ser humano para una manipulación más eficiente de los objetos. Además, los errores del actuador, en estos manipuladores, se acumulan y, por lo tanto, la precisión de posicionamiento es relativamente pobre. La naturaleza ya ha resuelto estos problemas con otra configuración en miembros vivos tales como el cuello y el ojo que se controlan con varios músculos que trabajan en paralelo.

Los humanos usan tres dedos en paralelo para movimientos rápidos y de alta precisión, como la escritura. Un manipulador paralelo es una solución alternativa para aplicaciones que requieren una gran capacidad de carga y un posicionamiento preciso. En estos manipuladores, dado que los actuadores funcionan en paralelo, la carga se comparte y el error no se acumula. Además, la rigidez de tales manipuladores es significativamente mejor que la de los robots en serie. Sin embargo, estos manipuladores son más complejos de analizar y diseñar, y tienen una relación de espacio de impresión de área de trabajo relativamente más grande. Los robots basados en cables poseen varias ventajas (Saeed Behzadipour and Amir Khajepour) sobre los mecanismos convencionales de uniones rígidas en serie o paralelo, que incluyen:

1. **Espacio de trabajo grande:** Un torno activo puede proporcionar una gama grande de cambio de longitud sobre los. Esto facilita la construcción de manipuladores para espacios de trabajo muy grandes que otros robots no pueden obtener.
2. **Baja inercia:** los materiales proporcionan su mayor relación de resistencia a masa cuando están bajo carga de tracción. El uso de cables, que solo pueden estar en tensión, maximiza el uso de la resistencia del material y, por lo tanto, reduce la masa y la inercia del manipulador. La baja inercia es deseable en muchas aplicaciones, incluida la robótica de alta velocidad / aceleración.
3. **Simplicidad en la estructura:** los cables simplifican la estructura del robot al utilizar la flexibilidad como uniones cinemáticas reduciendo el costo de fabricación al minimizar el proceso de mecanizado.
4. **Reconfiguración y transportabilidad:** los ensamblajes del mecanismo pueden simplemente reubicarse para reconfigurar y ajustar el espacio de trabajo de un manipulador accionado por cable. La facilidad de montaje / desmontaje de estos manipuladores también facilita su transporte y configuración rápida.
5. **Actuación completamente remota:** utilizando un manipulador totalmente movido por cable, todos los actuadores y partes sensibles están ubicados lejos del efector final y el área de trabajo real. Dichos manipuladores se adaptan mejor a ambientes peligrosos o peligrosos.

1.3 Objetivos

Investigar el estado del arte con respecto a los cuellos robóticos existentes.

Diseñar y construir un cuello robótico de 2DOF bajo criterios de simplicidad, flexibilidad y transportabilidad.

Obtener la cinemática inversa del mecanismo mediante la orientación de los ángulos de Euler

Realizar el montaje y validar el correcto funcionamiento del prototipo, resultados obtenidos deben servir de base para trabajos futuros que permita completar

Capítulo 2

Estado del arte

Los principios de los movimientos de la cabeza humana se han estudiado ampliamente en el campo de la biomecánica. Los estudios clínicos muestran que el movimiento de la cabeza se basa en la porción cervical de la columna vertebral humana, que contiene siete vértebras cervicales [1]. Cada vértebra tiene 6DOF, desde el punto de vista práctico, los investigadores toman el cuello general como 3DOF: flexión de la cabeza hacia adelante (flexión) y hacia atrás (extensión), doblando la cabeza hacia la izquierda y derecha, y girando la cabeza hacia la izquierda y derecho, o se puede llamar pitch, roll y yaw, respectivamente. Muchos mecanismos de cuello humanoide se han diseñado en la última década, la mayoría de los cuales se presentan en el contexto de robots humanoides. Los dividimos a todos en dos categorías: serie y paralelo. El cuello en serie es ampliamente utilizado debido a su estructura simple y fácil control, ya que cada DOF del cuello se acciona de forma independiente.

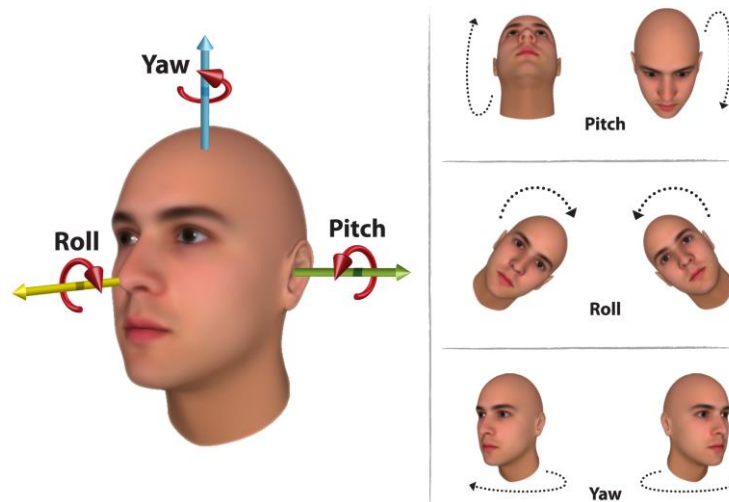


Figura 2.1 Orientación del cuello humano en términos de pitch, roll and yaw.

2.1 Cuellos robóticos en serie

El HRP-4 [2] y Honda ASIMO-2002 [3] tienen cuellos en serie con 2 DOF (pitch, yaw). Un cuello robótico de cuatro barras [4] también tienen dos DOF. El Albert HUBO [5], el Dav [6] y el diseño final de iCub [7] tienen cuellos en serie con 3DOF. Los robots desarrollados en [8-13] tienen cuellos en serie con 4DOF en los que se considera un DOF de cabeceo independiente.



Figura 2.2 Robot Humanoide con cuello de 2DOF, (a) HRP4 [2], (b) Honda ASIMO [3].

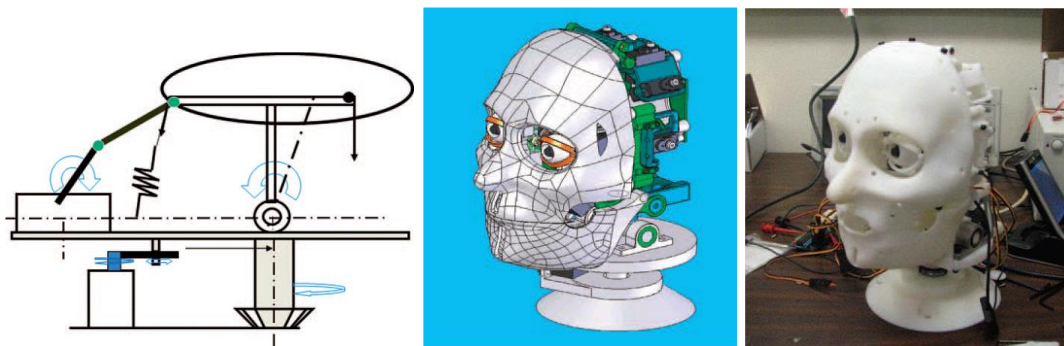


Figura 2.3 Cuello humanoide de 4 barras de 2 DOF, (a) diagrama esquemático del mecanismo, (b) modelo CAD, (c) prototipo [4].

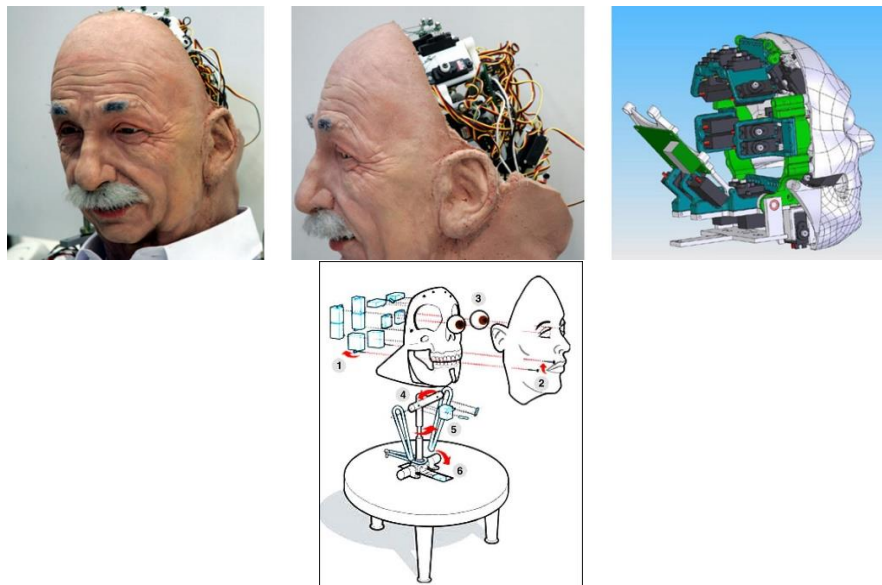


Figura 2.4 Cabeza androide de Albert HUBO de 3 DOF[5].

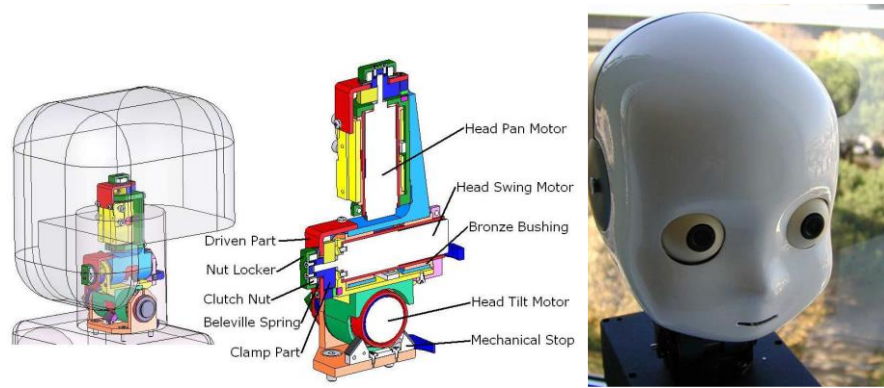


Figura 2.5 Cabeza del Robot-Cub de 3 DOF [7], (a) modelo CAD del mecanismo en serie, (b) prototipo final de la cabeza.

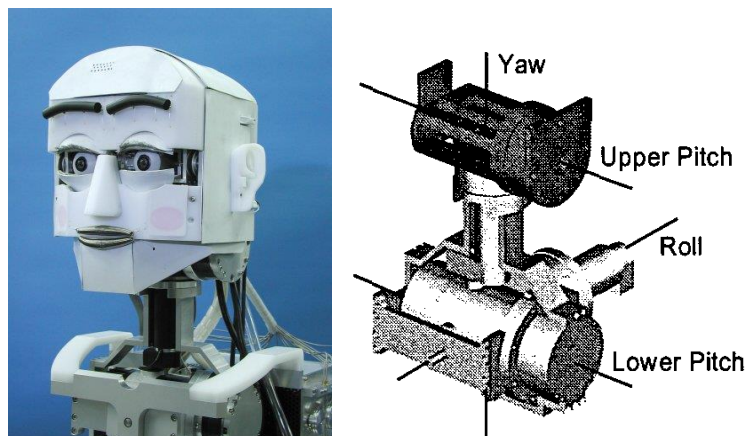


Figura 2.6 Cuello del Robot WE-4 con 4DOF [8], (a) Cabeza del robot, (b) Mecanismo del cuello.

El robot iCub tiene dos cuellos paralelos similares serie. El primero usa un resorte como columna y tres cables accionados; el segundo usa un manipulador paralelo 3DOF con una columna pasivo central [7]. El robot humanoide James [16, 17] también tiene una cabeza similar al primer cuello paralelo de iCub. Otro mecanismo de cuello paralelo basado en dos miembros elásticos impulsados por cable y una extremidad pasiva sin columna central se propone en [18].

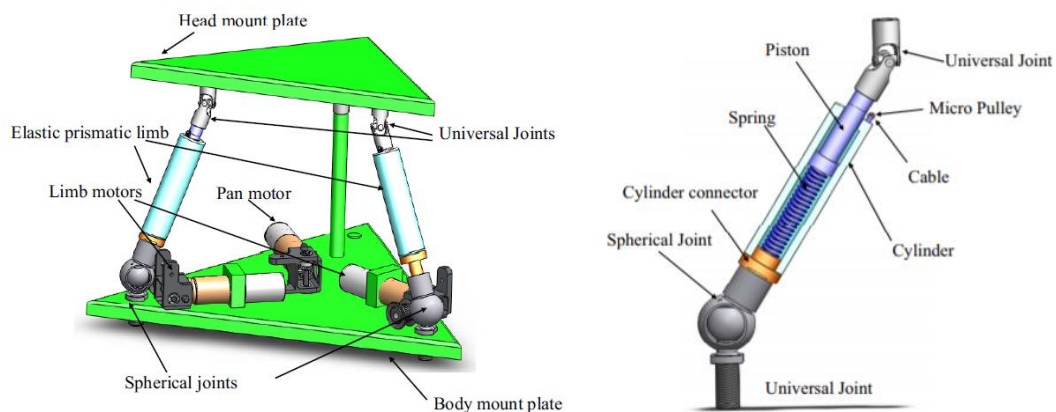


Figura 2.7 Cuello humanoide con mecanismo paralelo accionado con cables conductores [18]

Cada miembro activo tiene una conexión de articulación esférica universal-prismática. La Figura 2.7 muestra una representación CAD de una extremidad elástica accionada por cable. Un pistón se inserta en un cilindro hueco y se empuja contra un resorte precargado. El cable (no se muestra) se ejecuta desde la polea motorizada se conecta a la base del pistón interno. Cuando el motor enrolla el cable, el pistón se extiende y cuando el motor suelta el cable, el pistón se retrae. El resorte proporciona la fuerza de retracción. Todos los motores están fijos en la base, por tanto, la inercia de la parte móvil es pequeña.

2.2 Cuellos Robóticos en paralelo

Estos cuellos están basados en un manipulador paralelo, que consiste en una plataforma móvil, una base fija, varias cadenas activas idénticas y una columna vertebral pasiva si es necesario [14], este mecanismo realiza tiene 4 cables conductores y realiza 2 DOF de un cuello humano (pitch,roll).



Figura 2.8 Cuello humano inspirado en un mecanismo paralelo conducido por cables, de 2 DOF [14].

El mecanismo de cabeza de SAYA se basa en un resorte central y varios músculos artificiales neumáticos [15].

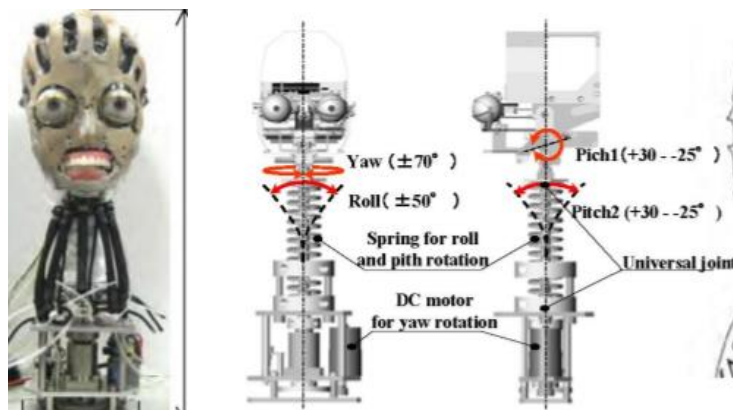


Figura 2.9 Cuello humano del robot SAYA [15].

2.3 Aplicaciones

Una aplicación importante del cuello robótica se presenta en el Hybrid III [16] que es un maniquí de prueba de choque más utilizado en el mundo para la evaluación de sistemas de seguridad automotriz en las pruebas de choque frontal. Originalmente desarrollado por General Motors, el diseño Hybrid III ahora es mantenido y desarrollado por Humanetics junto con los Comités de Biomecánica de la Sociedad de Ingenieros Automotrices (SAE) y la Administración Nacional de Seguridad y Transporte de Carreteras (NHTSA) de Estados Unidos.

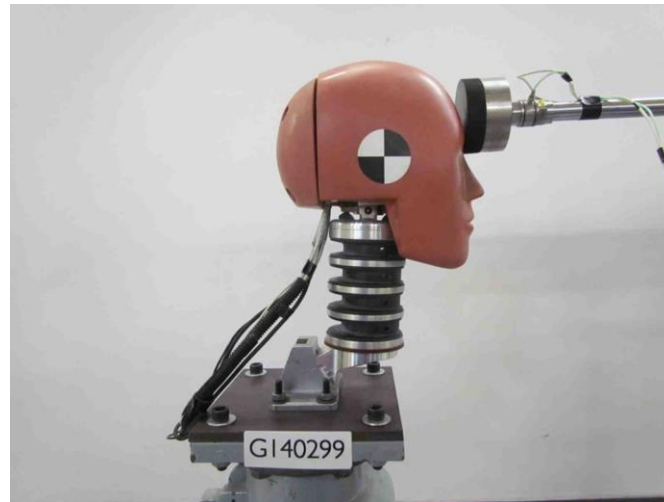
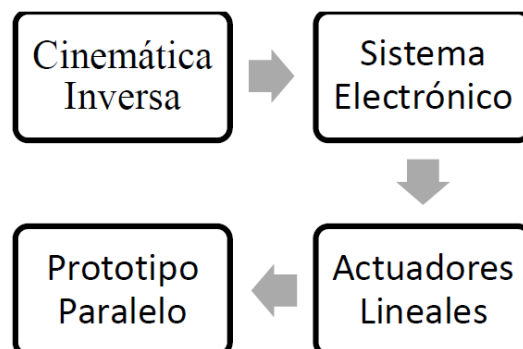


Figura 2.10 Configuración general de la cabeza y cuello del Hybrid III [16]

Capítulo 3

Diseño del prototipo

El prototipo que se presenta a continuación es el resultado de la investigación previa que se realizó sobre robots, enfocando en la configuración de robots paralelos, así como del estado del arte de los cuellos robóticos. Se puede clasificar el desarrollo del prototipo en un diagrama de bloques que incluyen 4 categorías principales, tal como se muestra en la figura.



3.1 Manipuladores paralelos

Un manipulador o mecanismo paralelo en una definición generalización es un mecanismo de cadena cinemática de bucle cerrado cuyo efector final está unido a la base por varias cadenas cinemáticas independientes.

3.1.1 Estructura general del mecanismo paralelo manejado por cable (CDPM)

La estructura general de estos manipuladores incluye una plataforma base, una plataforma móvil o efector final, una columna central extensible o telescópica que conecta la base con la plataforma móvil para aplicar una fuerza de empuje a las plataformas. La columna central puede aplicar la fuerza mediante un actuador (activo) o resorte o pistones (pasivo). Los manipuladores robóticos utilizan una combinación de elementos tensores activos y pasivos (cables), y enlaces rígidos para maximizar los beneficios tanto del cable puro como de los mecanismos paralelos convencionales.

La configuración general de los manipuladores basados en cables estudiados en este artículo. se muestra en la figura 1.2. Los cuatro elementos principales de estos manipuladores son:

1. Base: la parte fija del manipulador al que pertenece el sistema global de coordenadas OXYZ
2. Efector final: el cuerpo móvil que lleva el marco móvil O'X'Y'Z'.
3. Cables: elementos flexibles con masa y diámetro insignificantes conectado de un extremo al efector final en los puntos P_i ($i = 1, 2, \dots, m$) y tirado del otro extremo en Q_i . El actuador de tracción produce tensión t_i dentro del cable y puede ser simplemente un torno que tira y enrolla el cable o un mecanismo separado que mueve el extremo del cable (Q_i) sin cambiar su longitud. Los vectores unitarios u_i ($i = 1, 2, \dots, m$) determinan la dirección de los cables y apuntan hacia la base. Dependiendo de la estructura del manipulador, puede haber algunas poleas adicionales para guiar los cables. El número de cables, m , es igual a la dimensión del espacio de movimiento del cuerpo móvil.
4. Columna central: elemento que produce una fuerza entre la base y el cuerpo móvil para mantener todos los cables en tensión. La columna vertebral puede ser un elemento activo que genere una fuerza deseada. También puede ser un elemento pasivo, como un cilindro neumático o un resorte de compresión diseñado adecuadamente para proporcionar la fuerza suficiente requerida para mantener la tensión en los cables. La dirección de la columna vertebral se muestra por unidad de vector w apuntando hacia el efector final.

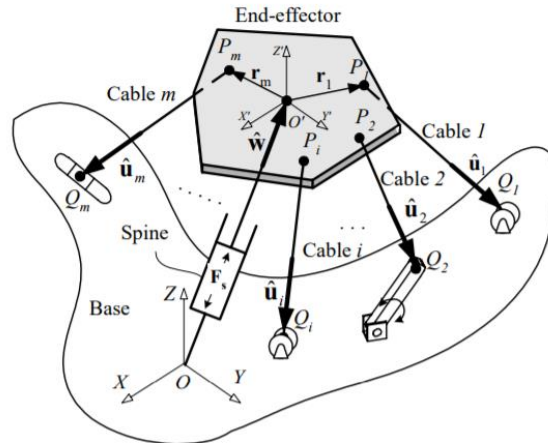


Figura 3.1 Configuración general de un mecanismo conducido por cables

Los diferentes manipuladores robóticos utilizan solo cables activos, solo cables pasivos o combinaciones de cables activos y pasivos. Un cable activo es aquel cuya longitud varía por medio de un cabrestante. Un cable pasivo es una longitud constante y que se utiliza para proporcionar una tensión mecánica constante. Estos mecanismos reducen la inercia móvil de manera significativa para mejorar la velocidad operativa de los robots. También proporcionan una forma más simple y rentable de fabricar mecanismos paralelos para su uso en aplicaciones robóticas.

Este tipo de mecanismo es interesante por las siguientes razones:

- un mínimo de dos cadenas nos permite distribuir la carga en las cadenas
- la cantidad de actuadores es mínima.
- la cantidad de sensores necesarios para el control de bucle cerrado del mecanismo es mínima.
- cuando los actuadores están bloqueados, el manipulador permanece en su posición; este es un aspecto de seguridad importante para ciertas aplicaciones, como la robótica médica.

3.1.2 Manipuladores totalmente paralelos. [186]

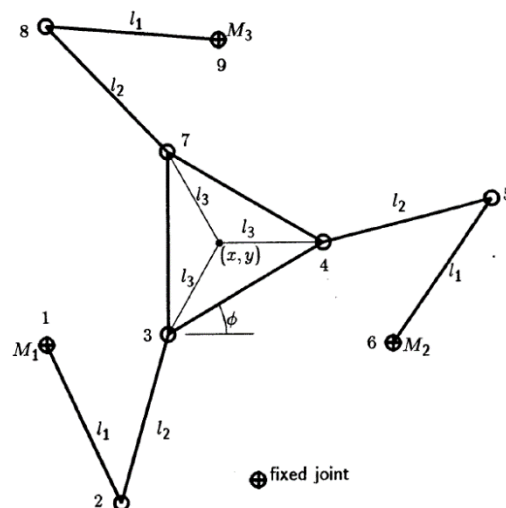


Figure 3.2 Manipulador paralelo planar de 3DOF.

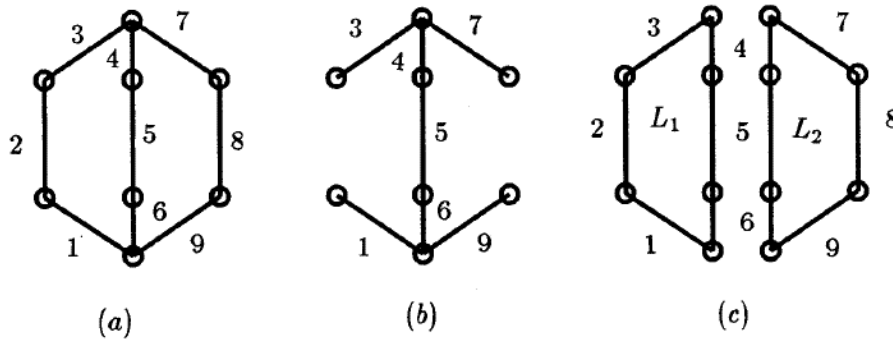


Figura 3.3 (a) Gráfico asociado con el manipulador que se muestra en la figura 3.4 (b) un árbol de expansión y (c) los bucles independientes correspondientes.

Ante todo, la representación gráfica de los manipuladores paralelos siempre es del tipo que se muestra en la figura 3.3(a). El gráfico está compuesto por un conjunto de caminos paralelos que conectan dos polos, siendo los polos el enlace de base y la pinza. Por lo tanto, estos dos enlaces son los únicos que tienen un grado de conectividad mayor o igual a tres. El número de uniones en cada una de las rutas paralelas y el número de caminos puede variar.

Gosselin caracteriza a los manipuladores completamente paralelos por la ecuación;

$$p(n - 6) = -6p \quad (2.1)$$

donde p representa el número de grados de libertad (DOF) y n el número de cuerpos rígidos dentro de una cadena, la solución de esta ecuación es físicamente significativo, es decir, los que corresponden a manipuladores factibles, se muestran en la figura 3.4. El punto A está asociado con el conocido dispositivo paralelo de seis grados de libertad denominado plataforma Stewart (Stewart, 1965). Punto B, a su vez, corresponde a un manipulador de tres grados de libertad como, por ejemplo, la parte paralela del manipulador AR TISAN estudiado en el Capítulo 4. El punto C está asociado con una cadena cinemática cerrada simple de dos grados de libertad.

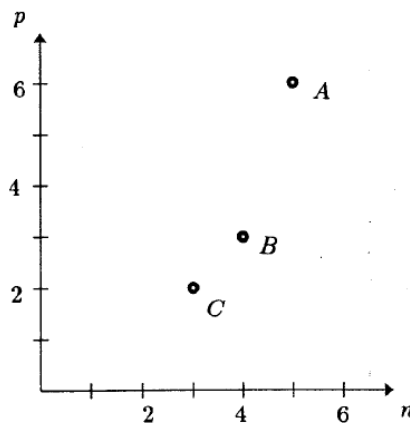


Figura 3.4 Manipuladores totalmente paralelos.

Ahora, tomando como objetivo del proyecto en alcanzar los 2 DOF del prototipo a desarrollar, se resuelve la ecuación (1.1) para obtener el número de cables conductores del que necesita para obtener un mecanismo paralelo totalmente definido, considerando como $p=2$, se obtiene $n=3$, por lo tanto, se necesita 3 cables conductores para obtener un manipulador paralelo de 2DOF.

3.2 Sistema Mecánico

En el numeral 3.1.2 se concluyó que para un mecanismo paralelo conducido por cables se necesita 3 cables, en la figura 3.5 se presenta un bosquejo general del prototipo a diseñar.

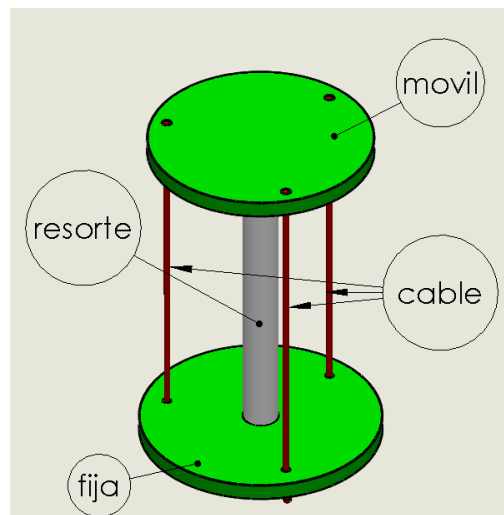


Figura 3.5 Bosquejo general del mecanismo paralelo.

3.2.1 Diseño del resorte

Se utilizará como columna central un resorte el cual debe estar diseñado adecuadamente para proporcionar la fuerza suficiente requerida para mantener la tensión en los cables.

Primeramente, se realizará el cálculo necesario cuando el resorte tenga que soportar una carga de 1 kg para que el resorte se comprima lo menos posible para obtener el desplazamiento asociado a un resorte helicoidal de compresión se recurre al Teorema de Castigliano, utilizando los aportes energéticos debidos a la torsión y al cortante, y se obtiene la energía de deformación en un resorte de compresión como:

$$U = \frac{T^2 L}{2GJ} + \frac{F^2 L}{2AG} \quad (3.1)$$

Donde

T = momento de torsión

L = Longitud del resorte

J = momento de inercia

A = Área del resorte

F = Fuerza cortante

G = Límite elástico por cortadura

Usando el teorema de Castigliano, se conoce que la deflexión es la derivada de la energía de deformación respecto a la fuerza

$$\delta = \frac{\partial U}{\partial F} \quad (3.2)$$

Después, de derivar la ecuación (3.1) la ecuación que describe la deflexión del resorte se puede aproximar a la siguiente ecuación.

$$\delta = \frac{8FD^3N_a}{Gd^4} \quad (3.3)$$

Donde:

δ = deformación de compresión.

D =diámetro del resorte (hélice)

d = diámetro del alambre

N_a =número de espiras

Se tomará en cuenta como material del resorte el Alambre de piano ASTM A228 con sus respectivas características de la tabla 1, y como datos los valores de la tabla 2 y considerando como incógnita a obtener será el diámetro del resorte D .

Material	Límite elástico, porcentaje de S_{utr} tensión, torsión		Diámetro d , pulg	E		G	
				Mpsi	GPa	Mpsi	GPa
Alambre de piano A228	65-75	45-60	<0.032	29.5	203.4	12.0	82.7
			0.033-0.063	29.0	200	11.85	81.7
			0.064-0.125	28.5	196.5	11.75	81.0
			>0.125	28.0	193	11.6	80.0
Resorte estirado duro A227	60-70	45-55	<0.032	28.8	198.6	11.7	80.7
			0.033-0.063	28.7	197.9	11.6	80.0
			0.064-0.125	28.6	197.2	11.5	79.3
			>0.125	28.5	196.5	11.4	78.6
Templado en aceite A239	85-90	45-50		28.5	196.5	11.2	77.2
Resorte de válvula A230	85-90	50-60		29.5	203.4	11.2	77.2
Cromo vanadio A231	88-93	65-75		29.5	203.4	11.2	77.2
A232	88-93			29.5	203.4	11.2	77.2
Cromo silicio A401	85-93	65-75		29.5	203.4	11.2	77.2
Acero inoxidable							
A313*	65-75	45-55		28	193	10	69.0
17-7PH	75-80	55-60		29.5	208.4	11	75.8
414	65-70	42-55		29	200	11.2	77.2
420	65-75	45-55		29	200	11.2	77.2
431	72-76	50-55		30	206	11.5	79.3
Bronce fosforado B159	75-80	45-50		15	103.4	6	41.4
Cobre al berilio B197	70	50		17	117.2	6.5	44.8
	75	50-55		19	131	7.3	50.3
Aleación inconel X-750	65-70	40-45		31	213.7	11.2	77.2

Tabla 1. Propiedades mecánicas de algunos alambres para resorte[Shigley]

δ (m)	d (mm)	N_a (vueltas)	F (N)	G (GPa)	E (GPa)
0,001	3	15,6	9,8	80	200

Tabla 2. Datos para calcular el diámetro del resorte D .

Despejando de la ecuación 3.3 la variable D y reemplazando con los datos de la Tabla 1 y 2 se obtiene como diámetro del resorte $D=30\text{mm}$, una ilustración en general el resorte a utilizar tendrá un bosquejo como en la figura 3.6

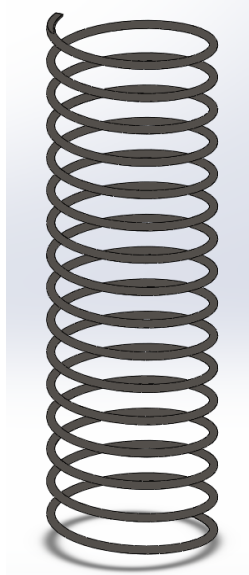


Figura 3.6 Diseño del resorte a utilizar.

3.2.2 Validación del resorte

Considerando en el apartado 1.1 el ángulo de flexión máximo de un cuello humano es de 45 grados, por lo que en este proyecto se considerara como ángulo máximo de inclinación de 40 grados.

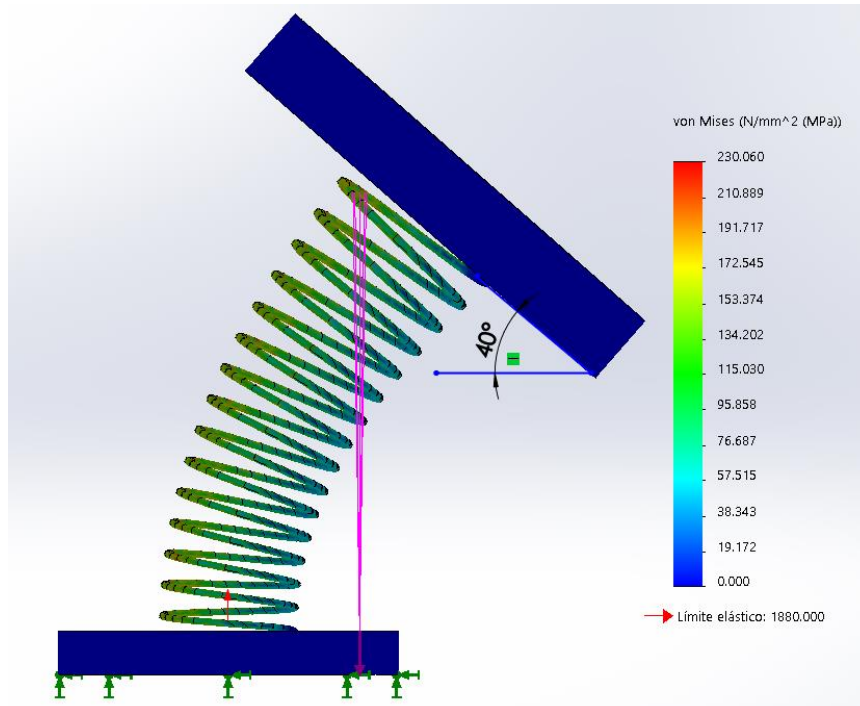


Figura 3.7 Estudio de tensión para validación del resorte.

Para validar el diseño del resorte se realiza un estudio de tensión en un software CAD para observar si al aplicar una fuerza al obtener la inclinación máxima que alcanza el

prototipo, tomando en consideración que el limite elástico del acero A228 que está hecho el resorte es de 2000 Mpa (Tabla 2) para d=3mm, al realizar el estudio de tensión como se observa en la figura 3.7 para alcanzar un ángulo de inclinación de 40° el resorte que actúa como columna central podrá recuperar su estado inicial ya que el limite elástico simulado no supera al teórico, pero se debe considerar que en los extremos del resorte será donde se aplicará mas esfuerzo como se observa en la figura 3.8.

Diametro, mm	Resistencia a la Tension, MPa		Diametro, mm	Resistencia a la Tension, MPa		Diametro, mm	Resistencia a la Tension, MPa		Diametro, mm	Resistencia a la Tension, MPa	
	minimo	maximo		minimo	maximo		minimo	maximo		minimo	maximo
0,10	3027	3344	0,56	2379	2634	1,50	2041	2255	3,18	1800	1986
0,13	2937	3247	0,61	2351	2599	1,60	2020	2234	3,30	1786	1972
0,15	2861	3165	0,66	2324	2572	1,70	1999	2213	3,43	1779	1765
0,18	2806	3096	0,71	2296	2537	1,83	1979	2186	3,56	1765	1951
0,20	2751	3041	0,76	2275	2517	1,93	1958	2165	3,68	1751	1937
0,23	2710	2992	0,81	2255	2489	2,03	1944	2151	3,81	1744	1924
0,25	2668	2951	0,86	2234	2468	2,16	1924	2124	3,96	1731	1910
0,28	2634	2910	0,91	2213	2448	2,29	1903	2103	4,11	1717	1896
0,30	2599	2875	0,97	2193	2427	2,41	1889	2089	4,50	1689	1862
0,33	2572	2841	1,02	2172	2406	2,54	1868	2068	4,88	1662	1841
0,36	2544	2813	1,07	2158	2386	2,59	1862	2062	5,26	1641	1820
0,38	2517	2785	1,14	2130	2358	2,72	1848	2041	5,72	1620	1793
0,41	2496	2758	1,22	2110	2337	2,79	1841	2034	6,35	1586	1758
0,46	2455	2710	1,30	2089	2310	2,84	1834	2027			
0,51	2413	2668	1,40	2068	2282	3,07	1813	1999			

Tabla 3. Tabla de resistencia para acero ASTM A228 [Spring Works INC]

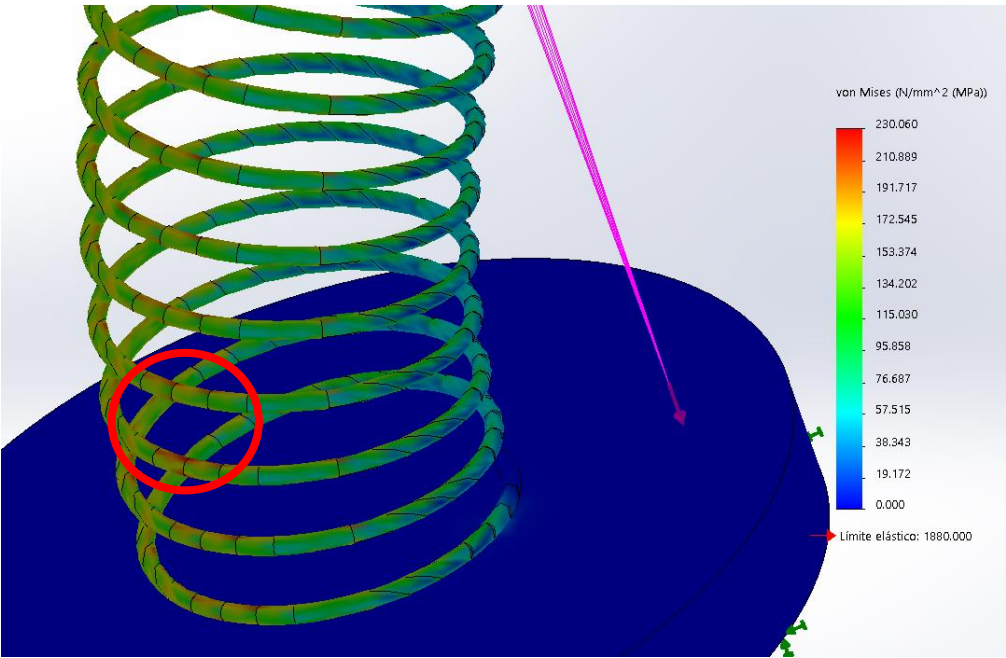


Figura 3.8 Zona del resorte donde se aplica el esfuerzo máximo.

Se deberá considerar si el resorte va perdiendo su elasticidad, reemplazar por un resorte con un perfil rectangular figura 3.9 dado que este diseño sirve para soportar grandes esfuerzos.

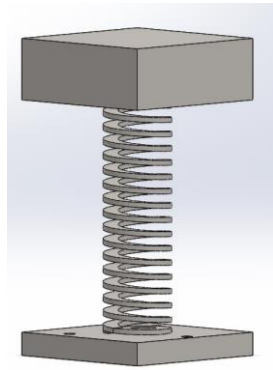


Figura 3.9 Alternativa con un resorte rectangular

3.2.1 Fuerza de tensión del cable

Una vez diseñado el resorte, se necesita saber la fuerza necesaria para que el mecanismo llegue al ángulo de inclinación deseada, por deducción la fuerza máxima se conseguirá cuando el mecanismo alcance los 40° de inclinación que anteriormente se definió como el ángulo máximo de flexión del resorte,

Para realizar el estudio de la fuerza se basará en el análisis estático [development] del mecanismo con 1DOF, inspirado en el movimiento de flexión del cuello humano desarrollando un análisis sobre el pandeo lateral del cuello robótico con la teoría de elasticidad al considerar el resorte como una barra prismática en el cambio en la longitud del resorte.

El mecanismo de movimiento de cabeceo y alabeo (pitch/roll) del cuello humanoide es un práctico problema de pandeo lateral de resortes helicoidales comprimidos, como se trata en el artículo de Wittrick [16]. Timoshenko [17] investigó coeficiente de deflexión de compresión, lateral y de corte de un resorte helicoidal para explicar los límites de estabilidad, además Timoshenko [17] también señaló que el pandeo lateral de un resorte comprimido en espiral puede estudiarse con los mismos métodos que las barras prismáticas, pero considerando el cambio en la longitud del resorte debido a la compresión.

Las siguientes anotaciones del resorte helicoidal son:

L_0 es la longitud inicial del resorte

n es el número de espiras;

r es el radio de la hélice

L es la longitud del muelle después de la compresión

I es el momento de inercia de la sección transversal del cable con respecto a su diámetro

α_0 , β_0 , γ_0 son los coeficientes de rigidez compresión, flexión y corte del resorte helicoidal sin carga

α , β , γ , son las rigideces del resorte cargado

Timoshenko [17] declara que el número de espiras por unidad de longitud del resorte aumenta por el factor L_0/L cuando el resorte está comprimido. Por lo tanto, las rigideces disminuyen por el factor I / I_0 , por lo tanto, se tiene:

$$\alpha = \alpha_0 \frac{L}{L_0}, \quad \beta = \beta_0 \frac{L}{L_0}, \quad \gamma = \gamma_0 \frac{L}{L_0} \quad (3.4)$$

Donde rigidez a la compresión, flexión y cote puede ser calculados respectivamente por:

$$\alpha_0 = \frac{GIL_0}{\pi nr^3}, \quad \beta_0 = \frac{2EGIL_0}{\pi nr(E+2G)}, \quad \gamma_0 = \frac{EIL_0}{\pi nr^3} \quad (3.5)$$

La flexión lateral de un resorte se presenta en la figura 3.10. Además, se toma en cuenta como una masa puntual m_0 la carga total desde del centro de la base móvil, el mecanismo es impulsado por 2 cables que aplican las tensiones T_1 y T_3 y que están ubicados desde una distancia a medida desde el centro de la base móvil, y a su vez estos cable pasan por la placa fija a una distancia b medido desde el centro de la base.

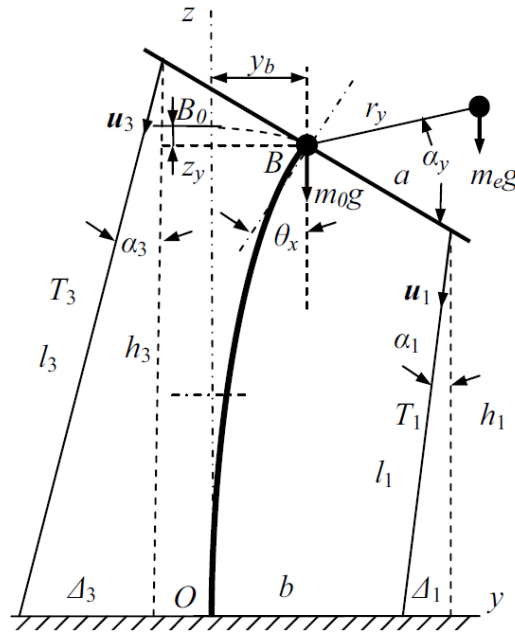


Figura 3.10 Modelo de la flexión lateral del mecanismo paralelo conducido por cables (CDMP)

Como ya se dijo anteriormente al resorte se lo estudiara como una viga prismática, por lo que el momento de pandeo en cualquier parte de la sección transversal del resorte es M y mediante desarrollos matemáticos se sabe que la curvatura de desviación está dada por la ecuación:

$$\beta \frac{\frac{d^2 y}{dz^2}}{(1 + (\frac{dy}{dz})^2)^{\frac{3}{2}}} = M \quad (3.6)$$

El momento total M aplicado en la flexión del resorte consta de 4 partes:

- M_{m_0} : Torque generado por la masa de la base fija
- M_{m_e} : Torque generado por la carga útil externa.
- M_{T_1} y M_{T_3} : Torque generado por las tensiones de los cables T_1 y T_3

Para pequeñas deflexiones pequeñas la ecuación (3.6) puede ser escrita como un caso lineal:

$$\beta \frac{d^2 y}{dz^2} = M \quad (3.7)$$

La cabeza humana adulta puede inclinarse más de 40 grados de deflexión, el movimiento de la cabeza generalmente en nuestra vida diaria no es más que 15 grados [development]. Por tanto, es factible usar la ecuación lineal (3.7) para analizar el modelo estático del mecanismo CDPM planteado en este proyecto. Considerando las condiciones iniciales:

$$(y)_{z=0} = 0, \left(\frac{dy}{dz} \right)_{z=0} = 0, \quad (3.8)$$

La solución general de la ecuación (3.7) es la siguiente:

$$y = (y_b + a_0)(1 - \cos wz) - \frac{a_1}{w} \sin wz + a_1 z, \quad (3.9)$$

Donde:

$$w = \sqrt{\frac{m_0 g + m_y g + T_1 \cos \alpha_1 + T_3 \cos \alpha_3}{\beta}}, \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} a_0 = & [m_e g r_y \cos \alpha_y + T_1 \cos \alpha_1 a \cos \theta_x \\ & + T_1 \sin \alpha_1 a \sin \theta_x - T_3 \cos \alpha_3 a \cos \theta_x \\ & - T_3 \sin \alpha_3 a \sin \theta_x - (T_1 \sin \alpha_1 + T_3 \sin \alpha_3) l] \\ & (m_0 g + m_e g + T_1 \cos \alpha_1 + T_3 \cos \alpha_3)^{-1}, \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} a_1 = & (T_1 \sin \alpha_1 + T_3 \sin \alpha_3) \\ & (m_0 g + m_e g + T_1 \cos \alpha_1 + T_3 \cos \alpha_3)^{-1} \end{aligned} \quad (3.12)$$

Las siguientes ecuaciones describirán en su conjunto el ángulo de deflexión de la base móvil y el resorte, además describirán matemáticamente las diferentes dimensiones que se muestran en la figura 3.10 [development].

$$y_b = \frac{1 - \cos wl}{\cos wl} a_0 - \frac{a_1}{w} \tan wl + \frac{a_1 l}{\cos wl}. \quad (3.12)$$

$$\theta_x \approx y'_{z=l} = a_0 w \tan wl + a_1 (1 - \sec wl + wl \tan wl). \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} z_y = & \frac{\sec^2(wl)}{8w} \{ -4a_0 a_1 w + 8a_1 (a_0 + a_1 l) w \cos(wl) \\ & + 2(a_0 + a_1 l)^2 w^3 l - 4a_1 l (a_0 + a_1 l) w^2 \sin(wl) \\ & - 2a_1 (2a_0 + a_1 l) w \cos(2wl) \\ & - [3a_1^2 + (a_0 + a_1 l)^2 w^2] \sin(2wl) \}. \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$\alpha_1 = \arctan \frac{\Delta_1}{h_1}, \quad (3.15)$$

$$l_1 = \sqrt{\Delta_1^2 + h_1^2}, \quad (3.16)$$

$$\alpha_3 = \arctan \frac{\Delta_3}{h_3}, \quad (3.17)$$

$$l_3 = \sqrt{\Delta_3^2 + h_3^2} \quad (3.18)$$

Donde:

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= y_b + a \cos \theta_x - b, \\ h_1 &= l - z_y - a \sin \theta_x, \\ \Delta_3 &= b - (a \cos \theta_x - y_b), \\ h_3 &= h_1 + 2a \sin \theta_x. \end{aligned}$$

La longitud l del resorte comprimido es calculo como

$$l = l_0 - \Delta l \quad (3.19)$$

Donde:

$$\Delta l = \frac{1}{K} [m_0 g + m_e g + \sum_{i=1}^2 T_i \cos \alpha_i]$$

y K es la constante elástica del resorte.

Los parámetros conocidos son l_0, K, a, b, m_0, m_e y (r_y, α_y) son conocidos, además se tiene 8 ecuaciones independientes desde (3.12) al (3.19) y a su vez tenemos las siguientes variables

θ_x = ángulo de flexión o inclinación

l = longitud comprimida del resorte

l_1 = longitud del cable l_1

l_3 = longitud del cable l_3

α_1 = dirección del cable l_1

α_3 = dirección del cable l_3

z_y = desplazamiento vertical del resorte bajo pandeo

y_b = desplazamiento horizontal del resorte bajo pandeo

y por ultimo las tensiones de los cables T_1 y T_3

Sin embargo, se tiene un problema de redundancia porque para un ángulo θ_x de pandeo dado se debe encontrar las tensiones de los cables T_1 y T_3 se emplea una solución simple, que consiste en un utilizar un solo cable para realizar el pandeo del resorte, por lo tanto, como se observa en la figura 3.10 el cable T_1 es suficiente para el pandeo lateral por lo que el cable T_3 será cero. Además, para el análisis no se considerará la una carga externa m_e , en consecuencia, $m_e=T_3=0$ y las restantes variables desconocidas podrán ser calculadas mediante la herramienta OptimolTooool de Matlab.

Las constantes físicas a utilizar en el resorte de compresión lateral para el prototipo de cuello robótico se presentan en la tabla 4.

Lo(m)	n	G(GPa)	E(GPa)	r(m)	d(m)
0.1	15	79.3	206.8	0.015	0.00307

Tabla 4 Características del Acero 228A para resorte

Además, se debe calcular la inercia I , la constante de elasticidad del resorte K y la constante de flexión β_0 (3.5) con las siguientes formulas.

$$I = \frac{\pi d^4}{64} \quad (3.20)$$

$$K = \frac{Gd^4}{64nr^3} \quad (3.21)$$

Resolviendo se obtiene la siguiente tabla 5, también algunos parámetros adicionales que se debe considerar que son $a=b=0.05$ m, $m_e=T3=0$.

$I (m^4)$	$K (N/m)$	β_0
$4,36 \times 10^{-12}$	2.174×10^3	0.554

Tabla 5 Constantes del resorte

Utilizando Matlab con la función Solver el sistema de ecuaciones anteriormente mencionados se obtiene una tabla 6 considerando que θ_x como una variable de entrada.

θ_x (deg)	y _b (m)	z _y (m)	L ₁ (m)	L ₃ (m)	w	a ₁	a ₀	L(m)	T(N)
1	0,0009	0,0000	0,0978	0,0995	2,3024	0,0058	0,0325	0,0987	1,9161
2	0,0017	0,0002	0,0959	0,0994	2,9779	0,0139	0,0384	0,0978	3,8222
3	0,0025	0,0006	0,0938	0,0990	3,5328	0,0225	0,0405	0,0969	5,7195
4	0,0034	0,0013	0,0914	0,0983	4,0178	0,0314	0,0413	0,0961	7,6101
5	0,0042	0,0024	0,0885	0,0972	4,4566	0,0407	0,0415	0,0952	9,4971
6	0,0049	0,0041	0,0851	0,0956	4,8625	0,0506	0,0413	0,0943	11,3854
7	0,0057	0,0064	0,0811	0,0933	5,2447	0,0614	0,0408	0,0935	13,2825
8	0,0065	0,0095	0,0764	0,0903	5,6101	0,0736	0,0402	0,0926	15,1999
9	0,0072	0,0134	0,0708	0,0865	5,9647	0,0881	0,0393	0,0917	17,1565
10	0,0079	0,0183	0,0642	0,0817	6,3153	0,1060	0,0381	0,0908	19,1849
11	0,0085	0,0242	0,0566	0,0757	6,6711	0,1298	0,0365	0,0898	21,3474
12	0,0091	0,0314	0,0476	0,0685	7,0489	0,1641	0,0341	0,0888	23,7815
13	0,0096	0,0401	0,0371	0,0597	7,4889	0,2209	0,0301	0,0875	26,8719
14	0,0096	0,0505	0,0243	0,0484	8,1495	0,3445	0,0217	0,0855	32,3421
15	0,0062	0,0590	0,0066	0,0317	10,9132	0,9249	-0,0116	0,0767	68,2044

Tabla 6 Resultados del sistema de ecuaciones del (3.12) al (3.19) con Matlab.

De acuerdo a [development] demostró que el ángulo de pandeo era aparentemente proporcional a la entrada de fuerza, observando los datos de la tabla 6 se ve que para desplazamientos pequeños los datos son linealmente hasta los 13 grados de pandeo, como uno de los objetivos del proyecto es alcanzar los 40 grados de inclinación se

tendrá que linealizar los datos para obtener una curva linealmente ajusta con la ayuda de la herramienta Curve Fitting Tool de Matlab, como se muestra en la Figura 3.11.

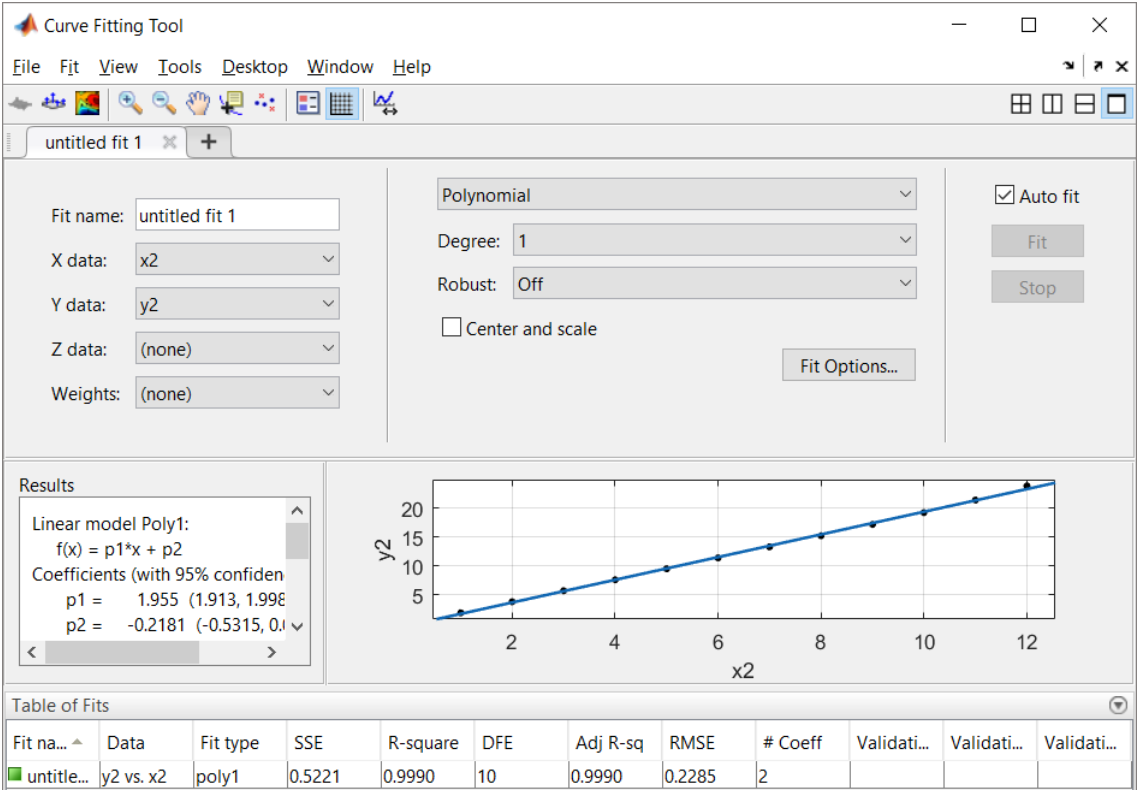


Figura 3.11 Herramienta Curve Fitting Tool de Matlab

Obteniendo como ecuación de la curva de ajuste:

$$T1 = 1.955(\theta_x) - 0.2181 \text{ [N]} \quad (3.22)$$

Reemplazando por 40 grados que representa el ángulo de máximo de inclinación de diseño en la ecuación (3.22) da como resultado una tensión de 79,925 N.