


RĐ:	Ngày:	PD:	Ngày
Ký tên	Ký tên		
.....		

 TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM KHOA KHUD	THI CUỐI KỲ		Học kỳ/ Năm học	2	2021 - 2022
			Ngày thi	02/05/2022	
	Môn học		Giải tích 2		
	Mã môn học		MT1005		
	Thời lượng		100 phút	Mã đề	Mã đề thi: 592
Ghi chú: - Không được sử dụng tài liệu - Nộp lại đề thi cùng với bài làm.					

Câu 1. Mật độ dân số của tỉnh A tại vị trí có tọa độ (x, y) so với trung tâm hành chính tỉnh là

$$\rho(x, y) = 3e^{-0.01(x^2+y^2)} \text{ (ngàn người/km}^2\text{)}$$

. Dân số sống trong khu vực bán kính R tính từ trung tâm hành chính được tính bởi công thức

$$P(x, y) = \iint_{x^2+y^2 \leq R} \rho(x, y) dx dy \text{ (ngàn người)}$$

. Tìm dân số (ngàn người) sống trong khu vực có bán kính $R = 2$.

- A. $\approx 36.9551..$ B. $\approx 32.2150..$ C. $\approx 37.2150..$
D. $\approx 36.9434..$ E. Các câu khác sai..

Câu 2. Cho S là mặt phía trong của mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Tính

$$\iint_S y\sqrt{x^2+y^2} dy dz - x\sqrt{x^2+y^2} dx dz - z dx dy.$$

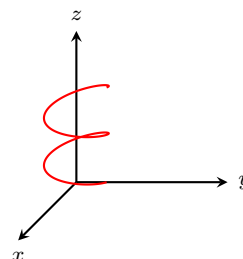
- A. $\frac{4\pi}{3}$. B. $-\frac{4\pi}{3}$. C. 0.
D. 2π . E. Các câu khác sai..

Câu 3. Tính khối lượng của 1 dây mỏng L (hình vẽ bên),

biết L cho bởi phương trình tham số

$$\begin{cases} x(t) = \cos t, \\ y(t) = \sin t, \\ z(t) = t \end{cases}, \quad 0 \leq t \leq \pi,$$

và hàm mật độ $\rho(x, y, z) = x + y + z$.



- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi^2$. B. $\sqrt{2}\left(2 + \frac{1}{2}\pi^2\right)$. C. $\sqrt{2}\pi^2$.
D. Các câu khác sai.. E. $\frac{1}{2}\pi^2$.

Câu 4. Tính tích phân $\int_C xydx + (2x - 3y)dy$, trong đó C là đường đi gấp khúc bao gồm đoạn thẳng từ $(0, 0)$ đến $(2, 0)$ và đoạn thẳng từ $(2, 0)$ đến $(3, 1)$, ta được kết quả là

- A. $\frac{23}{6}$. B. $\frac{17}{6}$. C. $\frac{29}{6}$.
D. $\frac{10}{3}$. E. Các câu khác sai..

Câu 5. Tập hợp nào dưới đây KHÔNG nằm trong miền hội tụ của chuỗi $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x-1)^n}{2^n \sqrt{n}}$

- A. $(1, 3)$. B. $(-2, -1)$. C. $(-1, 2)$.
D. Các câu khác sai.. E. $(1, 2)$.

Câu 6. Trong tọa độ trụ $x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi, z = z$, vật thể Ω được cho bởi $\frac{r}{\sqrt{3}} \leq z \leq \sqrt{1-r^2}$. Khi biểu diễn Ω trong tọa độ cầu $x = \rho \sin \theta \cos \varphi, y = \rho \sin \theta \sin \varphi, z = \rho \cos \theta$, miền giá trị của θ là

- A. $\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$. B. Các câu khác sai.. C. $\frac{\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$.
D. $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{6}$. E. $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{3}$.

Câu 7. Nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2^n a_n = 3$, tìm phát biểu ĐÚNG về chuỗi $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$.

- A. Hội tụ vì $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$.
B. Các câu khác sai..
C. Phân kỳ theo tiêu chuẩn Cauchy vì $C = 2$.
D. Phân kỳ vì cùng bản chất với $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n$.
E. Hội tụ theo tiêu chuẩn so sánh khi so sánh với $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$.

Câu 8. Bán kính hội tụ của chuỗi $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{5^n n^n}{n!} (x-5)^n$

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{1}{5e}$. C. $\frac{5}{e}$.
D. $5e$. E. Các câu khác sai..

Câu 9. Một tấm phẳng (P) không đồng chất có dạng phần mặt phẳng $x + y + z = 2$ bị chắn bởi 3 mặt tọa độ. Tính khối lượng của (P) nếu biết mật độ khối lượng trên (P) là $\rho(x, y, z) = 6yz$ (bỏ qua đơn vị tính).

- A. $4\sqrt{3}$. B. $8\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{3}$.
D. $6\sqrt{3}$. E. Các câu khác sai..

Câu 10. Tính tích phân $\int_C (xy + e^x)dx + (3x + \cos y)dy$, trong đó C là biên của hình phẳng giới hạn bởi 2 đường parabol $y = x^2$ và $x = y^2$, lấy ngược chiều kim đồng hồ, ta được kết quả là

- A. $\frac{17}{20}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $-\frac{2}{3}$.
D. $\frac{17\pi}{20}$. E. Các câu khác sai..

Câu 11. Khẳng định nào dưới đây là ĐÚNG khi khảo sát sự hội tụ của các chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ và $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$, với $a_n = \sqrt{n} \sin\left(\frac{\pi}{\sqrt{2n}}\right)$, $b_n = \frac{(-1)^{n+1}}{2^n}$.

- A. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ phân kỳ theo điều kiện cần của sự hội tụ, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ hội tụ theo tiêu chuẩn Leibnitz..
 B. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ và $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ hội tụ theo điều kiện cần của sự hội tụ.
 C. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ và $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ phân kỳ theo điều kiện cần của sự hội tụ.
 D. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ và $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ hội tụ theo tiêu chuẩn so sánh..
 E. Các câu khác sai..

Câu 12. Tính tích phân $\int_C (y + \cos(\pi x)) dl$ với C là đoạn thẳng nối điểm $O(0, 0)$ tới điểm $A(4, 5)$.

- A. $\frac{11\sqrt{21}}{3}$. B. Các câu khác sai.. C. $\frac{9\sqrt{21}}{4}$.
 D. $\frac{5\sqrt{41}}{2}$. E. $\frac{11\sqrt{41}}{4}$.

Câu 13. Cho S là phía trên (theo hướng trục Oz) của mặt nón $3z^2 = x^2 + y^2$ và $M(3, -\sqrt{3}, -2) \in S$. Tìm pháp vector của S tại M .

- A. Các câu khác sai.. B. $k(3, -\sqrt{3}, -6)$, với $k \neq 0$.
 C. $k(3, -\sqrt{3}, 6)$, với $k > 0$. D. $k(3, -\sqrt{3}, 6)$, với $k \neq 0$. E. $k(3, -\sqrt{3}, -6)$, với $k > 0$.

Câu 14. Diện tích phần paraboloid $z = x^2 + y^2$ nằm giữa mặt $z = 1$ và $z = 4$, bằng giá trị của tích phân nào dưới đây?

- A. $\iint_D (x^2 + y^2) \sqrt{1 + 4x^2 + 4y^2} dx dy$, với D thỏa $x^2 + y^2 \leq 4$.
 B. $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$, với D thỏa $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$.
 C. $\iint_D dx dy \sqrt{1 + 4x^2 + 4y^2} dz$, với D thỏa $x^2 + y^2 \leq 4$.
 D. $\iint_D \sqrt{1 + 4x^2 + 4y^2} dx dy$, với D thỏa $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$.
 E. Các câu khác sai..

Câu 15. Tìm thể tích vật thể Ω được giới hạn bởi các mặt $z = x^2$, $z = 2 - x^2$, $y = -1$ và $y = 1$, bỏ qua đơn vị tính.

- A. $\frac{8}{3}$. B. $\frac{16}{3}$. C. $\frac{2}{3}$.
 D. Các câu khác sai.. E. $\frac{4}{3}$.

Câu 16. Phát biểu nào dưới đây ĐÚNG khi khảo sát sự hội tụ của chuỗi $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{5n+2}{8n+11}\right)^{3n}$.

- A. Chuỗi hội tụ theo điều kiện cần vì $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n+2}{8n+11}\right)^{3n} = 0$.

- B. Chuỗi hội tụ theo tiêu chuẩn Cauchy vì $C_n = \left(\frac{5n+2}{8n+11}\right)^3 < 1$.
- C. Chuỗi hội tụ theo tiêu chuẩn Cauchy vì $C = \frac{5}{8} < 1$.
- D. Chuỗi hội tụ theo tiêu chuẩn Cauchy vì $C = \left(\frac{5}{8}\right)^3 < 1$.
- E. Các câu khác sai..

Câu 17. Cho chuỗi số $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{(-1)^n}{n+1} + \frac{\sin \frac{n\pi}{2}}{3^n} \right]$. Giá trị của tổng riêng S_3 là

- A. -0.1070. B. -0.2158. C. Các câu khác sai..
D. -0.1204. E. -0.3128.

Câu 18. Cho Ω là miền giới hạn bởi $z = x^2 + y^2$, $z = -1 + 2(x^2 + y^2)$, $y \leq 0$, và $I = \iiint_{\Omega} \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz$. Công thức nào dưới đây có giá trị bằng I ?

- A. $\int_0^{\pi} d\varphi \int_0^1 r^2 dr \int_{-1+2r}^r dz$. B. $\int_0^{\pi} d\varphi \int_0^1 r^2 dr \int_{-1+2r^2}^{r^2} dz$. C. $\int_{-\pi}^0 d\varphi \int_0^1 r dr \int_{-1+2r^2}^{r^2} dz$.
D. $\int_{-\pi}^0 d\varphi \int_0^1 r^2 dr \int_{-1+2r^2}^{r^2} dz$. E. Các câu khác sai..

Câu 19. Lực $\vec{F}(x, y) = (x^2 + y) \vec{i} + (4x - \cos y) \vec{j}$ làm di chuyển một chất điểm ngược chiều kim đồng hồ vòng quanh hình vuông có các đỉnh là $(0, 0)$, $(5, 0)$, $(5, 5)$, $(0, 5)$. Tính công do \vec{F} tạo ra khi chất điểm đi được 1 vòng (Bỏ qua đơn vị tính).

- A. Các câu khác sai.. B. -25. C. -50.
D. 75. E. 25.

Các câu khác sai.

Câu 20. Hình chiếu của vật thể giới hạn bởi $-1 + \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{2} \leq z \leq \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ lên mặt phẳng Oxy là

- A. Hình tròn $x^2 + y^2 \leq 2$. B. Hình tròn $x^2 + y^2 \leq 3$. C. Hình tròn $x^2 + y^2 \leq 4$.
D. Hình tròn $x^2 + y^2 \leq 1$. E. Các câu khác sai..

PHẦN II: PHẦN TRẢ LỜI NGẮN

Thời gian: 50 phút

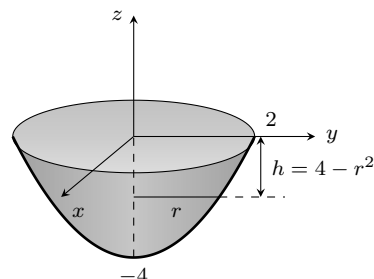
Gọi a là tổng 3 chữ số cuối của Mã Số Sinh Viên, đặt M là 2 cộng với số dư khi chia a cho 4.

$$M = \dots\dots$$

Câu 1: Một hố có dạng paraboloid tròn xoay, bán kính mặt hố là 2 (m). Với bán kính thiết diện $0 \leq r \leq 2$ (m), độ sâu tương ứng là $h = 4 - r^2$ (m) (xem hình vẽ).

- (a) Nếu xem mặt đất là mặt phẳng (Oxy), phương trình mặt xung quanh của hố có dạng $z = f(x, y)$, xác định công thức của f .

$$f(x, y) = \dots\dots\dots$$



- (b) Xác định bán kính r ở độ sâu $h = 4 - \frac{M}{2}$
 $r = \dots\dots\dots$

- (c) Viết một tích phân bội ba với các cận trong tọa độ trụ để tính thể tích V của phần hố từ đáy đến độ sâu h trong câu (b).

$$V = \dots\dots\dots$$

- (d) Tính V .

$$V = \dots\dots\dots$$

- (d) Tìm khối lượng cát cần thiết để lấp phần hố trong câu (c), biết khối lượng riêng của cát là 1.2 (tấn/ m^3).

$$m = \dots\dots\dots$$

Câu 2: Cho cung AB trong mặt phẳng Oyz . Gọi S là mặt phía trong khi quay cung AB quanh trục Oz .

- (a) Tìm pháp vector đơn vị của mặt S tại điểm $M(x, y, z)$ bất kì trên S .

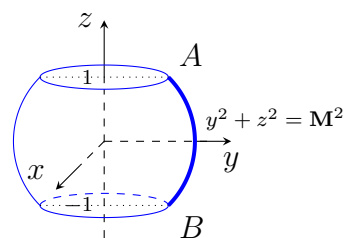
$$\vec{n}(x, y, z) = \dots\dots\dots$$

- (b) Viết $I = \iint_S xdydz + ydzdx + zdx dy$

dưới dạng một tích phân mặt loại 1 trên

S .

$$I = \dots\dots\dots$$



- (c) Tính I .

$$I = \dots\dots\dots$$

Câu 3: Cho 2 chuỗi số

$$(1) \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{2^n} + \frac{(-1)^n}{n^3} \right],$$

$$(2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^3}.$$

(a) Chứng minh chuỗi (1) hội tụ.


.....
.....
.....
.....

(b) Gọi S_1, S_2 lần lượt là tổng chuỗi (1) và (2) theo thứ tự, tính tổng $S_1 + S_2$.

$S_1 + S_2 =$

————— **HẾT** —————

RĐ:	Ngày:	PD:	Ngày
Ký tên		Ký tên	
.....		

 TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM KHOA KHUD	THI CUỐI KỲ		Học kỳ/ Năm học		2	2021 - 2022
			Ngày thi		02/05/2022	
	Môn học		Giải tích 2			
	Mã môn học		MT1005			
	Thời lượng		100 phút	Mã đề	Mã đề thi: 679	
Ghi chú: - Không được sử dụng tài liệu - Nộp lại đề thi cùng với bài làm.						

Câu 1. Diện tích phần paraboloid $z = x^2 + y^2$ nằm giữa mặt $z = 1$ và $z = 4$, bằng giá trị của tích phân nào dưới đây?

- A. $\iint_D \sqrt{1 + 4x^2 + 4y^2} dx dy$, với D thỏa $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$.
- B. $\iint_D (x^2 + y^2) \sqrt{1 + 4x^2 + 4y^2} dx dy$, với D thỏa $x^2 + y^2 \leq 4$.
- C. $\iint_D dx dy \sqrt{1 + 4x^2 + 4y^2} dz$, với D thỏa $x^2 + y^2 \leq 4$.
- D. $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$, với D thỏa $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$.
- E. Các câu khác sai..

Câu 2. Khẳng định nào dưới đây là ĐÚNG khi khảo sát sự hội tụ của các chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ và $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$,

với $a_n = \sqrt{n} \sin\left(\frac{\pi}{\sqrt{2n}}\right)$, $b_n = \frac{(-1)^{n+1}}{2^n}$.

- A. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ và $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ hội tụ theo tiêu chuẩn so sánh..
- B. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ và $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ phân kỳ theo điều kiện cần của sự hội tụ.
- C. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ phân kỳ theo điều kiện cần của sự hội tụ, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ hội tụ theo tiêu chuẩn Leibnitz..
- D. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ và $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ hội tụ theo điều kiện cần của sự hội tụ.
- E. Các câu khác sai..

Câu 3. Tìm thể tích vật thể Ω được giới hạn bởi các mặt $z = x^2$, $z = 2 - x^2$, $y = -1$ và $y = 1$, bỏ qua đơn vị tính.

- A. $\frac{4}{3}$.
- B. $\frac{16}{3}$.
- C. Các câu khác sai..
- D. $\frac{2}{3}$.
- E. $\frac{8}{3}$.

Câu 4. Hình chiếu của vật thể giới hạn bởi $-1 + \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{2} \leq z \leq \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ lên mặt phẳng Oxy là

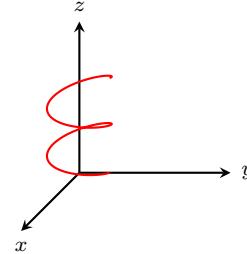
- A. Hình tròn $x^2 + y^2 \leq 2$. B. Hình tròn $x^2 + y^2 \leq 3$. C. Hình tròn $x^2 + y^2 \leq 4$.
D. Các câu khác sai.. E. Hình tròn $x^2 + y^2 \leq 1$.

Câu 5. Tính khối lượng của 1 dây mỏng L (hình vẽ bên),

biết L cho bởi phương trình tham số

$$\begin{cases} x(t) = \cos t, \\ y(t) = \sin t, \\ z(t) = t \end{cases}, \quad 0 \leq t \leq \pi,$$

và hàm mật độ $\rho(x, y, z) = x + y + z$.



- A. $\frac{1}{2}\pi^2$. B. $\sqrt{2}\left(2 + \frac{1}{2}\pi^2\right)$. C. $\sqrt{2}\pi^2$.
D. $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi^2$. E. Các câu khác sai..

Câu 6. Tính tích phân $\int_C (xy + e^x)dx + (3x + \cos y)dy$, trong đó C là biên của hình phẳng giới hạn bởi 2 đường parabol $y = x^2$ và $x = y^2$, lấy ngược chiều kim đồng hồ, ta được kết quả là

- A. $-\frac{2}{3}$. B. Các câu khác sai.. C. $\frac{17}{20}$.
D. $\frac{17\pi}{20}$. E. $\frac{2}{3}$.

Câu 7. Tập hợp nào dưới đây KHÔNG nằm trong miền hội tụ của chuỗi $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x-1)^n}{2^n \sqrt{n}}$

- A. $(1, 2)$. B. $(-2, -1)$. C. $(1, 3)$.
D. $(-1, 2)$. E. Các câu khác sai..

Câu 8. Một tấm phẳng (P) không đồng chất có dạng phần mặt phẳng $x + y + z = 2$ bị chắn bởi 3 mặt tọa độ. Tính khối lượng của (P) nếu biết mật độ khối lượng trên (P) là $\rho(x, y, z) = 6yz$ (bỏ qua đơn vị tính).

- A. $8\sqrt{3}$. B. $4\sqrt{3}$. C. $6\sqrt{3}$.
D. Các câu khác sai.. E. $2\sqrt{3}$.

Câu 9. Cho S là phía trên (theo hướng trục Oz) của mặt nón $3z^2 = x^2 + y^2$ và $M(3, -\sqrt{3}, -2) \in S$. Tìm pháp vector của S tại M .

- A. $k(3, -\sqrt{3}, 6)$, với $k \neq 0$.
B. $k(3, -\sqrt{3}, -6)$, với $k \neq 0$.
C. $k(3, -\sqrt{3}, -6)$, với $k > 0$.
D. $k(3, -\sqrt{3}, 6)$, với $k > 0$.
E. Các câu khác sai..

Câu 10. Cho chuỗi số $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{(-1)^n}{n+1} + \frac{\sin \frac{n\pi}{2}}{3^n} \right]$. Giá trị của tổng riêng S_3 là

- A. -0.1070 . B. Các câu khác sai.. C. -0.2158 .

D. -0.1204 .

E. -0.3128 .

Câu 11. Cho Ω là miền giới hạn bởi $z = x^2 + y^2$, $z = -1 + 2(x^2 + y^2)$, $y \leq 0$, và $I = \iiint_{\Omega} \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz$. Công thức nào dưới đây có giá trị bằng I ?

A. Các câu khác sai..

B. $\int_0^{\pi} d\varphi \int_0^1 r^2 dr \int_{-1+2r^2}^{r^2} dz$.

C. $\int_0^{\pi} d\varphi \int_0^1 r^2 dr \int_{-1+2r}^r dz$.

D. $\int_{-\pi}^0 d\varphi \int_0^1 r dr \int_{-1+2r^2}^{r^2} dz$.

E. $\int_{-\pi}^0 d\varphi \int_0^1 r^2 dr \int_{-1+2r^2}^{r^2} dz$.

Câu 12. Bán kính hội tụ của chuỗi $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{5^n n^n}{n!} (x-5)^n$

A. $\frac{1}{5}$.

B. $\frac{5}{e}$.

C. Các câu khác sai..

D. $\frac{1}{5e}$.

E. $5e$.

Câu 13. Tính tích phân $\int_C xy dx + (2x - 3y) dy$, trong đó C là đường đi gấp khúc bao gồm đoạn thẳng từ $(0, 0)$ đến $(2, 0)$ và đoạn thẳng từ $(2, 0)$ đến $(3, 1)$, ta được kết quả là

A. $\frac{10}{3}$.

B. $\frac{17}{6}$.

C. $\frac{23}{6}$.

D. Các câu khác sai..

E. $\frac{29}{6}$.

Câu 14. Tính tích phân $\int_C (y + \cos(\pi x)) dl$ với C là đoạn thẳng nối điểm $O(0, 0)$ tới điểm $A(4, 5)$.

A. $\frac{11\sqrt{21}}{3}$.

B. $\frac{11\sqrt{41}}{4}$.

C. $\frac{9\sqrt{21}}{4}$.

D. Các câu khác sai..

E. $\frac{5\sqrt{41}}{2}$.

Câu 15. Lực $\vec{F}(x, y) = (x^2 + y) \vec{i} + (4x - \cos y) \vec{j}$ làm di chuyển một chất điểm ngược chiều kim đồng hồ vòng quanh hình vuông có các đỉnh là $(0, 0)$, $(5, 0)$, $(5, 5)$, $(0, 5)$. Tính công do \vec{F} tạo ra khi chất điểm đi được 1 vòng (Bỏ qua đơn vị tính).

A. -50 .

B. 25 .

C. 75 .

D. Các câu khác sai..

E. -25 .

Câu 16. Phát biểu nào dưới đây ĐÚNG khi khảo sát sự hội tụ của chuỗi $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{5n+2}{8n+11} \right)^{3n}$.

A. Các câu khác sai..

B. Chuỗi hội tụ theo tiêu chuẩn Cauchy vì $C = \frac{5}{8} < 1$.

C. Chuỗi hội tụ theo điều kiện cần vì $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n+2}{8n+11} \right)^{3n} = 0$.

D. Chuỗi hội tụ theo tiêu chuẩn Cauchy vì $C_n = \left(\frac{5n+2}{8n+11} \right)^3 < 1$.

E. Chuỗi hội tụ theo tiêu chuẩn Cauchy vì $C = \left(\frac{5}{8} \right)^3 < 1$.

Câu 17. Nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2^n a_n = 3$, tìm phát biểu ĐÚNG về chuỗi $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$.

A. Hội tụ vì $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$.

B. Phân kỳ theo tiêu chuẩn Cauchy vì $C = 2$.

C. Các câu khác sai..

D. Phân kỳ vì cùng bản chất với $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n$.

E. Hội tụ theo tiêu chuẩn so sánh khi so sánh với $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$.

Câu 18. Mật độ dân số của tỉnh A tại vị trí có tọa độ (x, y) so với trung tâm hành chính tỉnh là

$$\rho(x, y) = 3e^{-0.01(x^2+y^2)} \text{ (ngàn người/km}^2\text{)}$$

. Dân số sống trong khu vực bán kính R tính từ trung tâm hành chính được tính bởi công thức

$$P(x, y) = \iint_{x^2+y^2 \leq R} \rho(x, y) dx dy \text{ (ngàn người)}$$

. Tìm dân số (ngàn người) sống trong khu vực có bán kính $R = 2$.

A. ≈ 36.9551 ..

B. ≈ 32.2150 ..

C. ≈ 36.9434 ..

D. ≈ 37.2150 ..

E. Các câu khác sai..

Câu 19. Trong tọa độ trụ $x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi, z = z$, vật thể Ω được cho bởi $\frac{r}{\sqrt{3}} \leq z \leq \sqrt{1-r^2}$.

Khi biểu diễn Ω trong tọa độ cầu $x = \rho \sin \theta \cos \varphi, y = \rho \sin \theta \sin \varphi, z = \rho \cos \theta$, miền giá trị của θ là

A. $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{3}$.

B. $\frac{\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$.

C. $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{6}$.

D. $\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$.

E. Các câu khác sai..

Câu 20. Cho S là mặt phía trong của mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Tính

$$\iint_S y \sqrt{x^2 + y^2} dy dz - x \sqrt{x^2 + y^2} dx dz - z dx dy.$$

A. $\frac{4\pi}{3}$.

B. 0.

C. $-\frac{4\pi}{3}$.

D. Các câu khác sai..

E. 2π .

PHẦN II: PHẦN TRẢ LỜI NGẮN

Thời gian: 50 phút

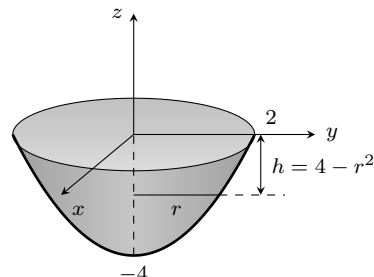
Gọi a là tổng 3 chữ số cuối của Mã Số Sinh Viên, đặt M là 2 cộng với số dư khi chia a cho 4.

$$M = \dots\dots$$

Câu 1: Một hố có dạng paraboloid tròn xoay, bán kính mặt hố là 2 (m). Với bán kính thiết diện $0 \leq r \leq 2$ (m), độ sâu tương ứng là $h = 4 - r^2$ (m) (xem hình vẽ).

- (a) Nếu xem mặt đất là mặt phẳng (Oxy), phương trình mặt xung quanh của hố có dạng $z = f(x, y)$, xác định công thức của f .

$$f(x, y) = \dots\dots\dots$$



- (b) Xác định bán kính r ở độ sâu $h = 4 - \frac{M}{2}$
 $r = \dots\dots\dots$

- (c) Viết một tích phân bội ba với các cận trong tọa độ trụ để tính thể tích V của phần hố từ đáy đến độ sâu h trong câu (b).

$$V = \dots\dots\dots$$

- (d) Tính V .

$$V = \dots\dots\dots$$

- (d) Tìm khối lượng cát cần thiết để lấp phần hố trong câu (c), biết khối lượng riêng của cát là 1.2 (tấn/ m^3).

$$m = \dots\dots\dots$$

Câu 2: Cho cung AB trong mặt phẳng Oyz . Gọi S là mặt phía trong khi quay cung AB quanh trục Oz .

- (a) Tìm pháp vector đơn vị của mặt S tại điểm $M(x, y, z)$ bất kì trên S .

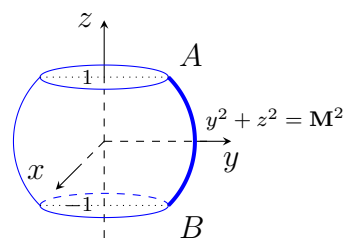
$$\vec{n}(x, y, z) = \dots\dots\dots$$

- (b) Viết $I = \iint_S xdydz + ydzdx + zdx dy$

dưới dạng một tích phân mặt loại 1 trên

S .

$$I = \dots\dots\dots$$



- (c) Tính I .

$$I = \dots\dots\dots$$

Câu 3: Cho 2 chuỗi số

$$(1) \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{2^n} + \frac{(-1)^n}{n^3} \right],$$

$$(2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^3}.$$

(a) Chứng minh chuỗi (1) hội tụ.

.....

.....

.....

.....

(b) Gọi S_1, S_2 lần lượt là tổng chuỗi (1) và (2) theo thứ tự, tính tổng $S_1 + S_2$.

$S_1 + S_2 =$

————— **HẾT** —————