

一、畸变及其成因和分类。

相机的畸变有很多种，其中起到主要影响的是径向畸变和切向畸变。

径向畸变是由透镜的形状影响的，它会造成图像上的某一点与图像中心的距离发生变化。光线通过镜头中心时不发生弯曲，光线越是远离中心，发生的弯曲越显著。径向畸变可分为枕形畸变和桶形畸变。在感性的角度理解，枕形畸变使得图像看起来像内凹陷，越是远离图像中心的位置，成像对实际的拉长效应越明显；桶形畸变使得图像看起来像是图像的中心在背后被向观察者捅得更近了一些，换句话说，越是远离图像中心的位置，成像对实际的缩短效应越明显。

切向畸变来自于摄像机的组装过程，是由于透镜制造上的缺陷使得透镜本身与图像平面不平行产生的。切向畸变像是图像的成像与实际物体发生了一些偏转。切向畸变可分为薄透镜畸变和离心畸变。

从复变函数共形映射的角度理解，进入摄像机且没有穿过透镜的图像是原象，在感光元件上的成像是在映射 f 下的象。镜头就是这个对应法则 f ，它本身和它与图像的关系决定了 f 的表达式。 f 在全平面上解析，在除原点的位置以外的区域内 f' 不为 0，而且一般上图像上不同的两个点所产生的形变一般不同，从而构成了共形映射。导函数 f' 的模表述了径向畸变，幅角描述了切向畸变。这只是一种简单的类比，不是严格的等价。

二、计算机中对镜头畸变的表示。

由于镜头本身的偏差，通过摄像头采集到的原始图像畸变明显，需要进行校正。

$$\text{径向畸变模型: } \begin{cases} \delta_{xr} = x(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6 + K) \\ \delta_{yr} = y(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6 + K) \end{cases}, \text{ 其中 } r^2 = x^2 + y^2, K=1$$

$$\text{切向畸变模型: } \begin{cases} \delta_{xd} = 2p_1 xy + p_2(r^2 + 2x^2) + K \\ \delta_{yd} = 2p_1(r^2 + 2y^2) + 2p_2 xy + K \end{cases}$$

理想坐标 (x',y') 与真实坐标 (x,y) 的关系：

$$\begin{cases} x' = x + \delta_{xr} + \delta_{xd} \\ y' = y + \delta_{yr} + \delta_{yd} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = (k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6 + K) \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2p_1 xy + p_2(r^2 + 2x^2) \\ 2p_1(r^2 + 2y^2) + 2p_2 xy \end{bmatrix}$$

从而描述畸变共需要 5 个参数，即一个五维向量： $[k_1, k_2, k_3, p_1, p_2]^T$

在径向畸变中，不引入更高阶的参数，以提高标定求解的稳定性。

参考：

1. <https://blog.csdn.net/lql0716/article/details/71973318>