

# 应用生物力学杂志,1998 年,技术说明

©1998 年 Human Kinetics Publishers, Inc.

马丁、美利肯、科布等人。

## 数学模型的验证

## 公路自行车动力

James C. Martin、Douglas L. Milliken、John E. Cobb、  
Kevin L. McFadden 和 Andrew R. Coggan

这项调查旨在确定是否可以准确地模拟循环功率。

导出了循环功率的数学模型,并确定了每个模型参数的值。通过与实验室测力计进行比较,验证了安装在自行车上的功率测量系统。在公路骑行期间测量功率,并将测量值与模型预测的值进行比较。功率测量值与模型值高度相关( $R^2 = .97$ ),并且与模型值没有差异。建模功率和测量功率 (2.7 W) 之间的标准误差非常小。该模型还用于估计几个模型参数的变化对循环速度的影响。在评估的参数值范围内,速度呈线性变化( $R^2 > .99$ )。结果表明,循环功率可以通过数学模型准确预测。

关键词:气动阻力,滚动阻力,风速,梯度

在之前的调查中已经提出了几种自行车性能模型 (Davies, 1980; Di Prampero, Cortili, Mognoni, & Saibene, 1979; Kyle, 1988; Olds et al., 1995; Olds, Norton, & Craig, 1993)。一般来说,这些模型是基于生理学、人体测量学和环境参数的。研究人员已经使用这些模型来预测计时赛的表现,并预测建模参数的变化如何影响表现 (di Prampero 等人,1979; Kyle, 1988; Olds 等人,1993,1995)。然而,据我们所知,没有任何调查解决了有关建模的最基本问题:数学模型能否准确预测公路自行车期间的功率?

在骑自行车的过程中,骑手相对固定在自行车上,基本上承担了发动机的作用,产生动力来推动自行车。可以根据基本工程和物理原理对阻碍自行车/骑手系统运动的外部因素进行建模。这些因素包括气动阻力、滚动阻力、轴承和链条传动系统中的摩擦,以及动力和动力的变化。

---

James C. Martin 就职于德克萨斯大学奥斯汀分校运动机能学和健康教育系电机控制实验室,奥斯汀,TX 78712。Douglas L. Milliken 就职于 Milliken Research Associates, Inc., 地址 245 Brompton Road, Williamsville, NY 14221。John E. Cobb 在 Bicycle Sports, 288 South Field St., Shreveport, LA 71105。Kevin L. McFadden 在通用汽车空气动力学实验室, 6363 E. 12 Mile Rd., Warren, MI 48090。Andrew R.

Coggan 就职于德克萨斯大学医学分院新陈代谢部门、Shriners Burns 研究所和麻醉科,加尔维斯顿,TX 77550。

能量。在这些因素中,气动阻力通常是遇到的最大阻力  
在骑行过程中,它与空气密度、额叶面积、形状和空气速度有关。滚动  
阻力与自行车和骑手的总重量、轮胎压力和  
施工、道路坡度和路面纹理 (Ryschon, 1994)。最后,变化  
势能与质量、重力和垂直速度有关,而动能的变化与质量、惯性和速度有关。

以前的模型在自行车计时赛中占到了高达 79% 的变化  
性能 (Olds 等,1995)。然而,这些模型的验证仍然是相对的,因为这些调查都没有测量公路自行车期间  
的功率。以前,用于测量和记录循环功率的设备需要计算机接口

(Coyle et al., 1991; Wheeler, Gregor, & Broker, 1992) 或者没有记录或提供有效的  
权力的衡量标准 (胡克和斯潘格勒,1989 年)。最近,SRM 培训系统  
(Schoberer, 1994) 已经商业化,并声称准确  
±1% 以内。该系统由安装在曲柄臂和链环之间的可变形圆盘内的多个应变仪和安装在车把上的小型计  
算机组成。它以 1 秒的间隔记录和存储功率、速度和踩踏率数据。事实上,如果该设备能够准确测量功率  
并存储数据,

它可用于确定数学模型是否能准确预测循环功率。

这项调查的目的是确定在实际道路骑行期间测量的骑行功率是否可以通过数学模型准确预测。实  
现  
该目标需要完成四项任务: (a) 建立 SRM 功率测量系统  
提供了一个有效的循环功率测量,(b) 推导出一个循环的数学模型  
基于工程和物理原理的功率,(c) 确定模型中每个参数的值,以及 (d) 将模型预测的功率值与  
直接测量值。

## 方法

本调查采用的方法旨在完成上述四项任务  
更多。第一步是确定 SRM 功率测量系统是否提供了  
循环功率的有效测量。这是通过比较 SRM 功率来实现的  
使用已知的“黄金标准”:Monark 循环测力计。接下来,我们开发了一个基于工程和物理原理的循环功  
率数学模型,使得  
所有相关参数都可以直接测量或从以前确定  
调查。第三,我们确定了本次调查中 6 个受试者的模型所需的每个参数。第四,我们在路上测量了我们 6 个  
科目的力量  
以多种速度进行自行车试验。最后,我们比较了期间记录的循环功率  
用数学模型估计的功率进行公路自行车试验,以确定  
我们模型的有效性和准确性。

### SRM 功率测量系统的验证

SRM 安装在 Monark 循环测力计 (818 型) 上。测力计是  
通过在皮带上悬挂已知的重量并观察钢笔的偏转进行校准。根据制造商推荐的程序将 SRM 设置为零  
(Schoberer, 1994)。“零”是在链条从驱动系统中移除的情况下设置的

这样链条摩擦力将包含在测量的功率中。

校准后,受试者以 90 RPM 的六种不同工作速率 (45, 90, 135, 180, 225 和 270 W) 踩踏测力计  
3 分钟阶段。二十秒是 al

在要调整的摆锤的每个工作速率之间降低,从而为每个工作负载产生 160 秒的数据。摆锤被连续监测和调整以保持适当的负载。踩踏测力计的受试者是一位经验丰富的自行车手,并被指示在整个试验过程中保持恒定的踩踏率。以 1 秒的间隔记录功率和踩踏率的 SRM 数据。

根据 SRM 数据,每 1 秒间隔的踩踏率与测力计摆锤上的负载一起用于计算传递到飞轮的功率

作为

$$PFW = PR \cdot 3 \cdot GR \cdot 3 \cdot RFW \cdot 3 \cdot L / 9.55 = v \cdot 3 \cdot RFW \cdot 3 \cdot L \text{ 其中}$$

PFW是传递给飞轮的功率,PR是踩踏率,GR是测力计的齿轮比, RFW是飞轮的半径,L是负载(牛顿)由摆锤的位移表示,9.55 是将 RPM 转换为 rad/s 的因子,v 是根据踩踏率和齿轮比计算的飞轮角速度( $v = PR \cdot 3 \cdot GR / 9.55$ )。

此外,通过有限差分法计算与存储在飞轮中的动能变化相关的功率:

$$Pi = IFW \cdot 3 \cdot vi \cdot 3 \cdot (vi+1 - vi-1) / 2,$$

其中Pi是在时间 i 与飞轮加速度相关的功率, IFW是飞轮的转动惯量(0.95 kg · m<sup>2</sup>),而 i+1 和 i-1 表示时间 i 之后 1 s 和之前 1 s 的条件。

因此,传递到测力计飞轮(PFWT)的总功率计算为以下两个等式的总和:

$$PFWT = vi \cdot 3 \cdot RFW \cdot 3 \cdot L + IFW \cdot 3 \cdot vi \cdot 3 \cdot (vi + 1 - vi - 1) / 2$$

### 数学模型的推导

可以使用基本工程和物理原理来模拟推动自行车和骑车人所需的动力。我们的模型包括克服空气阻力、滚动阻力、车轮轴承摩擦、势能和动能变化率以及驱动链摩擦所需的功率项。

空气动力阻力。空气动力阻力(FD)与自行车和骑手的正面面积和形状以及空气密度和空气速度有关(Fox & McDonald, 1973),如公式 1 所述:

$$FD = 1/2 r CD A V_a^2 \quad (1)$$

其中 r 是空气密度, CD是阻力系数,A 是正面面积, V<sub>a</sub>是与自行车和骑手的行进方向相切的空气速度(取决于风速)以及自行车的方向和地面速度)。

在德克萨斯 A&M 风洞中测量了阻力、空气速度和空气密度(见下文模型参数的确定)。根据这些测量变量,然后计算 CD · 3 · A (阻力面积)的乘积(CDA = 2FD/rV<sub>a</sub>)估计阻力是空气密度和速度的函数。功率是力和速度的乘积;因此,功率克服空气阻力是 FD 与自行车和骑手的地面速度<sup>2</sup>的乘积,如公式 2 所示。

$$PAD = 1/2 r CD A V_a^2 \quad (2)$$

阻力面积随气流相对于自行车和骑手的方向而变化(即,侧风会影响阻力)。因此,必须为每组计算偏航角

模型中的条件。风速分为与自行车行驶方向相切(VWTAN)和法线(VWNOR)的分量,如下所示。

$$VWTAN = VW[\cos(DW - DB)] \text{ 和 } VWNOR$$

$$= VW[\sin(DW - DB)] \text{ 其中 } VW \text{ 是绝对}$$

风速 (m/s), DW是风向, DB是行进方向的自行车。

自行车的空气速度是通过将地面和风速相加来计算的  
如下所示。

$$Va = VG + VWTAN.$$

自行车和骑手相对于风的偏航角计算为

$$\text{偏航角度} = \tan^{-1}(VWNOR / Va)$$

这个偏航角的计算值用于通过测量值之间的线性插值来选择合适的阻力区域值（参见下面的模型参数的确定）。

车轮旋转。风洞天平不测量与旋转车轮相关的附加空气动力项。具体来说,当车轮旋转时,辐条就像风扇的叶片一样穿过空气。我们通过使用 SRM 曲柄在自行车悬挂在地面上旋转车轮来测量空气动力(PW)的这一部分。记录试验中使用的后轮和所用前轮的后轮版本的数据。这种技术使我们能够测量旋转车轮的空气动力以及链条和轴承摩擦损失的摩擦力。

因此,还测量了在没有车轮的情况下旋转轮毂(PH)所需的功率。从旋转后轮的功率中减去该值,以获得车轮旋转所需的实际空气动力功率(PWR = PW - PH)。车轮旋转功率的模型如公式 3 所示。

$$PWR = 1/2 r FWVa^2 \quad (3)$$

其中FW是与车轮旋转相关的因子,表示辐条的增量阻力区域 (m<sup>2</sup>)。

与自行车和骑手相关的总空气动力(PAT)  
通过将等式 2 和 3 相加形成等式 4 给出旋转轮。

$$PAT = 1/2r(CD A + FW)Va^2 \quad (4)$$

滚动阻力。滚动阻力(FRR)产生的力与自行车和骑手的重量、轮胎压力、胎面花纹、外壳结构以及骑行表面的坡度和纹理有关。轮胎和表面特性的影响通常表示为滚动阻力系数 (CRR) ,它是切向力与法向力的比值。因此,滚动阻力(FRR)的计算如公式 5 所示,并假设CRR不随速度变化。

$$FRR = \cos[\tan^{-1}(GR)]CRRmTg \quad (5)$$

其中mT是自行车和骑手的总质量 (kg),g 是重力加速度 (9.81 m/s<sup>2</sup>), GR是道路坡度 (上升/运行)。

因此,克服滚动阻力的能力由公式 6 给出。

$$PRR = VG \cos[\tan^{-1}(GR)] CRRmTg \quad (6)$$

对于高达 10% 的典型道路坡度,  $\cos[\tan-1(\text{GR})]$  约为 1 (0.995 到 1.0)。因此,公式 6a 中所示的简化模型适用于大多数路况。

$$\text{PRR} = \text{VGCRmTg} \quad (6a)$$

车轮轴承的摩擦损失。Dahn、Mai、Poland 和 Jenkins (1991) 测量了与自行车车轮轴承相关的摩擦,发现轴承摩擦与负载和转速有关。对于车轮轴承,每个轴承对中的扭矩为  $T = 0.015 + 0.00005N$ ,其中 N 是以 RPM 为单位的旋转速度,扭矩以  $N \cdot m$  表示。将这种关系与轮胎直径结合使用,我们推导出以下等式,将轴承摩擦扭矩(PWB)的总功率损失作为自行车速度的函数。

$$\text{PWB} = \text{VG} (91 + 8.7\text{VG})10^{-3} \quad (7)$$

势能的变化。在上坡或下坡时,工作是在重力作用下完成的。通过公式 8,这项工作(WPE)与自行车和骑手的质量以及海拔变化有关。

$$\text{WPE} = D \text{ mT g SIN} [\tan - 1 (\text{GR})] \quad (8)$$

其中 D 是经过的距离。

因此,与势能(PPE)变化相关的功率与质量和速度的垂直分量有关,如公式 9 所示。

$$\text{PPE} = \text{VG mTg SIN} [\tan-1(\text{GR})] \quad (9)$$

对于高达 10% 的典型道路坡度,  $\sin[\tan-1(\text{GR})]$  约为 GR。因此,简化模型适用于大多数路况,如公式 9a 所示。

$$\text{PPE} = \text{VG GRmTg} \quad (9a)$$

动能的变化。运动物体中储存的动能与质量和速度有关,方程为  $\text{KE} = 1/2 m V^2$ 。当自行车和骑手的速度发生变化时,必须根据公式 10 对系统或由系统完成工作。

$$\text{WKE} = \text{DKE} = 1/2 \text{ mT} (\text{VGf}^2 - \text{Vgi}^2) \quad (10)$$

中  $\text{Vgi}$  是初始地速 ( $m/s$ ),  $\text{VGf}$  是最终地速。

与动能变化(PKE)相关的功率是动能变化率,如公式 11 所述。

$$\text{PKE} = \text{DKE}/\text{Dt} = 1/2 \text{ mT} (\text{VGf}^2 - \text{Vgi}^2) / (\text{ti} - \text{tf}) \quad (11)$$

其中  $\text{ti}$  是初始时间,  $\text{tf}$  是最终时间。

旋转的轮子中存储了额外的动能 ( $\text{KE} = 1/2 I v^2$ ),其中  $I$  是两个轮子的转动惯量(大约  $0.14 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ), $v$  是轮子的角速度。车轮的角速度与 VG 成正比,因为  $v = VG/r$ ,其中  $r$  是轮胎的外半径。因此,储存在车轮中的动能可以表示为  $\text{KE} = 1/2 I VG^2 / r^2$ 。将此项添加到公式 11 中得到

$$\text{PKE} = \text{DKE} / \text{Dt} = 1/2 (mT + I / r^2) (\text{VGf}^2 - \text{Vgi}^2) / (\text{ti} - \text{tf}) \quad (12)$$

对等式 4、6、7、9 和 12 求和得出以下净循环功率等式:

$$\begin{aligned}
 PNET &= PAT + PRR + PWB + PPE + PKE = \\
 PNET &= \frac{2}{\sqrt{V}} G \frac{1}{2} r (CDA + Fw) + VGCRRmTgCOS [TAN - 1 (GR)] + \\
 &\quad Va VG (91 + 8.7VG) 10-3 + VGmTgSIN [TAN - 1 (GR)] \\
 &\quad + 1/2 (mT + I / r2) (\sqrt{V} f^2_{\text{虚拟机}})^2 / (t_i - t_f) \quad (13)
 \end{aligned}$$

传动链中的摩擦损失。摩擦损失发生在传动链中,与传递的动力有关。由于这种损失发生在曲柄和后轮之间,因此可以将其视为链条效率系数 (EC)。没有尝试对曲轴轴承中的摩擦进行建模,因为(使用我们的方法)无法区分轴承摩擦和链条损失。因此,净估计功率必须除以链效率,如下面的公式 14 所述。因此,链条摩擦损失的功率是链条效率和净功率的乘积 ( $PC = PNET \cdot EC$ )。我们假设效率在测量的功率范围内是恒定的。

$$PTOT = [Va \sqrt{V} \frac{1}{2r} (CDA + Fw) + VGCRRmTgCOS (TAN - 1 (GR)) + VG (91 + 8.7VG) 10-3 +] / VGmTgSIN (TAN - 1 (GR)) + 1/2 (mT + I/r2) (vf^2 - \frac{1}{6} (t_i - t_f)) / EC \quad (14)$$

如果代入简化的表达式 (6a 和 9a),则方程变为

$$PTOT = [Va \sqrt{V} \frac{1}{2r} (CDA + Fw) + VGCRRmTg + VG (91 + 8.7VG) 10-3 +] / VGmTgGR + 1/2 (mT + I / r2) (\sqrt{V} f^2_{\text{虚拟机}} (t_i - t_f)) / EC \quad (15)$$

如果可以准确确定所有模型参数,则这些方程应能准确预测公路骑行期间的功率。附录 I 提供了详细的样本计算。

## 科目

六名健康的男性骑自行车者(身高  $1.77 \pm 0.05$  m,体重  $71.9 \pm 6.3$  kg)自愿参加这项调查。所有人都是经验丰富的自行车手。每个受试者都被口头和书面告知调查的要求,每个人都给出了书面知情同意书。

## 模型参数的确定

空气动力学参数。每个受试者的空气动力阻力是在德克萨斯州大学城的德克萨斯 A&M 风洞中测量的。使用隧道的主要机械天平测量阻力。以 100 Hz 的速率对力数据进行采样,并对每个测量值取 30 秒的平均值。阻力面积由上述阻力计算得出 ( $CD A = 2 FD / rVa$  大约为  $13.4$  m/s,偏航角(即自行车与气流之间的对齐角度)为  $0.5^\circ$ 、 $10^\circ$  和  $15^\circ$ )。为了准确模拟风洞测试期间的骑行条件,受试者以大约 90 RPM 的速度蹬踏,前轮由小型电动机旋转。<sup>2</sup> 测试是在大约

当他坐在测试自行车上时,获得每个受试者的风洞阻力数据。这辆自行车配备了可调节的车把杆和带有肘部支撑的气动车把。每个受试者都被放置在自行车上,因此当他采取肘部放在肘托上的计时赛姿势时,他的肩关节在髋关节(大转子)上方大约 5 厘米处对齐。这辆自行车配了一个透镜形的后盘轮和一个具有翼型横截面和 24 个椭圆形辐条的前轮。轮胎的横截面宽度为 20 毫米,充气压力为 9 个大气压。

空气速度和方向的测量。在每次公路自行车试验期间（参见下面的公路自行车试验），空气速度由紧邻赛道的风杯风速计（Young Mfg., 型号 12102）测量。当放置在自行车上时，测速杯的转动平面与受试者躯干的高度大致相同。在每次试验期间进行四到八次空气速度测量。在每次公路自行车试验之后，立即通过无线电联系机场控制塔以获取有关风向的信息。

滚动阻力系数。我们没有直接测量滚动阻力。

然而，Kyle (1988) 报道了 10 个高压开口自行车轮胎在光滑沥青上的 CRR 值在 0.0027 到 0.0040 之间。这些轮胎与我们测试自行车上使用的轮胎相似，但并不完全相同。因此，我们将这 10 个值的平均值 ( $CRR = 0.0032$ ) 用于我们的模型。

车轮轴承摩擦。车轮轴承摩擦模型参数为

基于 Dahn 等人报告的值。（1991）并纳入方程式 7。

势能的变化。势能项所需的参数是自行车和骑手的质量以及道路坡度。自行车和骑手的质量是用横梁平衡秤确定的。公路自行车试验中使用的路段的道路坡度是根据施工计划确定的，发现为 0.3%。

动能的变化。每次公路自行车试验开始和结束时的动能是根据 SRM 在这些时间点记录的速度确定的。

## 公路自行车试验

公路自行车试验是在伊斯特伍德机场的滑行道上进行的，该机场位于德克萨斯州大学城的风洞设施附近。固定距离测试部分位于两个容易看到的地标之间。该部分用测距轮（Rolatape Corp., MM34 型）测量了 3 次，测得长度为 471.8 m。滑行道是笔直的，并以 340 到 160° 的罗盘航向对齐。

测试部分的表面是混凝土的。数百米范围内没有可能影响当地风速的结构或其他地表特征。

允许受试者在测试部分的每一端之外有足够的距离来加速和减速。指示受试者在进入每次试验的测试部分之前达到稳态速度。一旦进入测试部分，受试者被指示保持恒定速度，并能够在 SRM 显示器上查看他们的速度。每个受试者以三种不同的速度（7.9 和 11 m/s）在两个方向上骑行测试路段，1 名受试者以第四速度（12 m/s）骑行，总共进行了 38 次试验。受试者从测试部分的一端到另一端计时，以确定平均速度。使用手持秒表进行计时。秒表与 SRM 计时同步，因此我们可以在每个公路自行车试验测试期间确定功率。

## 建模和测量功率的比较

对于每次公路自行车试验，该模型用于根据测量的空气和地面速度、道路坡度、自行车和骑手质量、阻力面积、估计的滚动阻力以及轴承和链条驱动系统中的摩擦损失来计算循环功率。以两种方式将此计算出的功率与 SRM 功率测量系统记录的功率进行比较。首先，线性回归用于确定测量功率和建模功率之间的关系。

二、差值的绝对值是

将每次试验的建模和测量功率值之间的值用于确定测量的标准误差。

## 统计数据

配对的学生t检验和线性回归用于比较传递到飞轮的功率与 SRM 测量的功率。使用方差分析分析偏航角对阻力面积的影响。配对的学生t检验和线性回归用于比较公路自行车试验期间测量的功率与数学模型计算的功率。

## 结果

SRM 功率测量系统的结果如图 1 所示。配对学生t检验表明,SRM 测量的功率与传递到 Monark 测力计飞轮的功率显着不同( $p < .001$ )。传递给飞轮的功率与 SRM 功率的线性回归表明,SRM 功率与飞轮功率的关系如下： SRM 功率 = 1.023564 3 飞轮功率( $R^2 > .99$ )。有趣的是,这个 2.3564% 的差异在幅度上与通常与链传动系统相关的摩擦损失值相似。因此,对于下面的建模计算,假设 SRM 功率有效并且链传动系统(EC)的效率为 97.698%。

受试者风洞试验结果如表1所示,以阻力面积 ( $m^2$ )表示。阻力面积随着偏航角的增加而略有减小,但方差分析表明差异不显着。

SRM测得的功率和所有道路骑行试验的数学模型计算的功率如图2所示。SRM测得的功率和

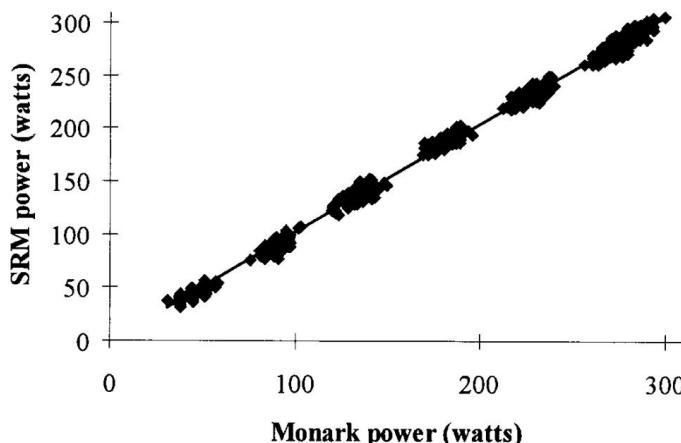


图 1 — SRM 功率计验证。由 SRM 测量的功率与传递到测力计飞轮的功率相关,公式如下： SRM 功率 = 1.023564 3 飞轮功率( $R^2 = .997$ ),当回归线被约束通过原点时。回归线斜率的倒数 (即  $1/1.023564 = 0.97698$ ) 代表链传动系统的效率。数据中的分散表示与踩踏率的微小变化相关的正常功率变化。

表 1 风洞试验结果计算的四个偏航角的阻力面积

	偏航角 (度)			
	0	5	10	15
拖曳面积 ( $m^2$ )	$0.269 \pm 0.006$	$0.265 \pm 0.008$	$0.265 \pm 0.009$	$0.255 \pm 0.008$

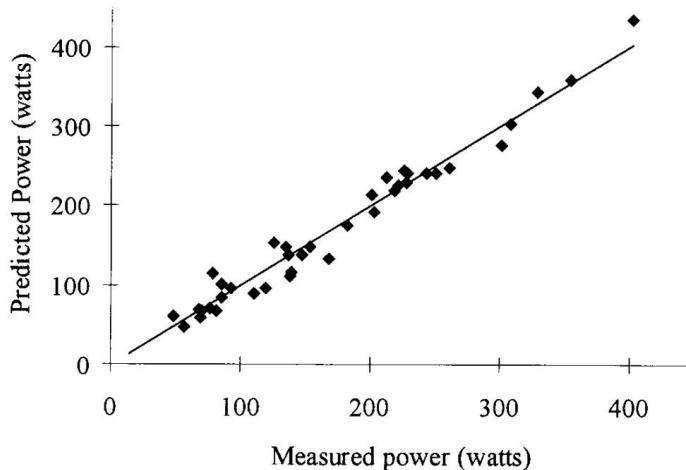


图 2 - 测量和建模功率的比较。对于所有公路自行车试验,模型功率通过以下等式与测量功率相关:当回归线被约束通过原点时,模型功率 = 1.00 3测量功率( $R^2 = .97$ )。

使用配对学生t检验进行比较时,数学模型预测的功效没有差异。SRM 的平均值为  $172.8 \pm 14.7 W$ ,而模型的平均值为  $172.0 \pm 15.2 W$ 。线性回归表明,SRM 测量的功率值与模型计算的功率高度相关 (建模功率 =  $1.00 3$  测量功率,  $R^2 = .97$ )。测量功率与模拟功率之差的测量标准误差为  $2.7 W$ 。

对于每次试验,循环速度(VG)、空气速度 (Va)、风速(VW)、风向(DW)、与空气阻力相关的功率(PAT)、滚动阻力(PPR)、轴承摩擦( PWB)、链条摩擦力(PC)以及动能(PKE)和势能(PPE)的变化如表 2 所示。PPE的正值与上坡时克服重力有关,而负值表示系统的功率下坡时靠重力。

## 讨论

这项调查表明,可以准确地测量和建模公路自行车功率。在我们的 38 次公路自行车试验中,建模功率和实测功率之间的测量标准误差仅为  $2.7 W$ 。我们认为,这种验证是必要的首要步骤,必须先于更复杂的建模。

表 2 地面(VG)、空气 (Va ) 和风的所有 6 个受试者的平均(± SD)值

风速(Vw)和风向(DW)

试验:与势能相关的功率(PPE)、车轮轴承(PWB)、滚动阻力(PPR)、气动阻力(PAT)、动能(PKE)和链摩擦(PC),以及用于建模和测量功率

	结束 1			对接 2			屁股 3			屁股 4			对接 5			屁股 6		
	M	SD	M	S	D	M	S	D	M	S	D	M	S	D	M	S	D	
VG (米/秒)	6.8	0.3	7.0	0.3	8.8	0.5	0.3	9.1	0.3	10.9	0.4	11.1	0.6					
瓦 (米/秒)	6.1	0.6	8.1	8.2	0.3	2.4	0.7	9.6	0.4	10.4	0.7	12.1	0.5					
大众 (米/秒)	2.3	0.3	2.6				0.3	2.2	0.4	2.4	0.4	2.6	0.2					
DW (指南针 进入 度)	222	16	222	16	227	19	225	16	227	19	222	16						
个人防护装备 (W)	16.5	0.7	-16.9	0.8	21.2	0.7	-22.0	0.9	26.3	0.8	-26.7	1.2						
电路板(W)	1.0	0.0	1.1	0.0	1.5	0.0	2.0	0.0	2.1	0.1		1.6	0.0					
PRR (W)	18.2	0.8	18.6	0.9	23.3	0.7	29.0	0.8	29.4	1.3		24.2	1					
帕特 (W)	45.5	7.6	75.6	10	98.6	15.7	137	14.3	193	22.9	269	33.5						
PKE (W)	-2.2	1.2	1.4	PC (W)	1.9	0.2		0.7	-0.6	1.0	0.2		0.9	0.6	-1.4	3.1	-0.6	4.2
建模							3.5	0.4				3.5	0.3	6.1	0.5	6.7	0.8	
功率 (W) 81 实测		8		82			10	147	17			145	14	255	22	280	33	
功率 (W) 81			13	77			5		151	16		156	13	251	22	273	30	

我们的模型基于基本的工程和物理原理,并且是在许多方面与以前的研究人员提出的模型相似 (Davies,1980;Di普拉佩罗等人,1979;凯尔,1988; Olds 等人,1995 年、1993 年)。这方面的主要区别调查是我们能够准确测量循环功率和阻力。我们的主题领域,并直接测量或可靠地估计所有其他模型参数。这些因素的组合使我们能够非常详细和准确地计算在公路自行车试验期间作用于我们受试者的力。

Olds 等人以前的模型。(1995) 占时间变化的 79% 试用性能。这似乎令人印象深刻,特别是考虑到最重要参数,自行车和骑手的阻力区域,是根据人体测量尺寸估计的。目前的模型占循环功率变化的 97% 以上。虽然我们没有尝试对人力输入进行建模,这是一个有待进一步研究的合乎逻辑的话题。例如,科伊尔等人。(1991) 表明,在 1 小时循环的人体工学计性能试验期间的功率和乳酸阈值的功率与道路时间高度相关

试用性能。因此,我们预计这些措施可能是强有力的公路自行车功率的预测因子,因此,使用我们的模型,计时性能。

我们的数学模型的验证取决于功率测量在公路骑行期间。SRM 系统测量的功率与传递给测力计飞轮的功率。然而,差异 (2.36%) 是链条传动系统中功率损失的特征 (Kyle,1988;Whitt & Wilson,1982)。因此,

假设 SRM 提供有效的功率测量值似乎是合理的,它与传递到测力计飞轮的功率仅相差链条摩擦损失的量。因此,我们假设 SRM 实际上是有效且准确的,并且差异与链效率有关。

受试者产生的大部分功率用于克服空气动力损失,这分别占上坡和下坡方向试验总功率的 56-76% 和 93-96%。克服空气阻力的功率相对于总功率的比例随着速度的增加而增加。我们的试验过程几乎是平坦的 (0.3% 的等级),但势能的变化占总功率的 10-20%。在上坡方向的试验中,势能的变化占总功率的 10-20% 的损失。对于下坡方向的试验,势能的变化为系统增加了等量的功率,然后可用于克服其他电源造成的损失(请注意,这是空气动力学百分比之间存在较大差异的原因)上坡和下坡方向的损失)。考虑到非常小的道路坡度,与势能变化相关的 10-20% 的功率损失幅度似乎是显着的,并且表明势能变化可能在更多样化的地形上占功率的更高部分。结果(表 2)表明,在上坡和下坡试验期间,每种速度的功率都非常相似。然而,这是巧合,因为下坡方向倾向于迎风而上坡方向倾向于顺风。滚动阻力占总功率的 10~20%,滚动阻力功率占总功率的比例随着速度的增加而降低。动能的变化约为总功率的 1% (1 到 2 W),表明我们的受试者能够在整个测试部分保持非常接近稳定的速度。轴承摩擦损失也约为总功率的 1% (1 至 2 W)。在所有试验中,由于传动链效率造成的损失固定为 2.36%,占 2 至 7 W。

风速是在球场上的一个地点和每一回合的几个离散间隔测量的。这些离散的测量值显示出每一回合内的高度可变性,每一回合内风速的标准偏差平均为 0.4 m/s。此外,风向仅在每个回合结束时获得,并在距测试部分约 800 m 的机场控制塔处进行测量。在距离公路自行车试验地点约 800 米的风洞处测量空气密度。它仅在公路自行车试验之前测量,并假定在整个测试期间保持不变。尽管我们测量和模拟功率的差异很小,但似乎空气密度、风向和风速测量中的这些限制可能产生了很大的变化。

每个试验都是在高度受控的条件下进行的:接近稳态的速度、一个方向和恒定的坡度。未来研究需要考虑的一种更稳健的方法可能包括“真实世界”骑行情况下更多不同的地形,其中包括山丘和方向变化。

## 模型应用

在确定了我们模型的有效性后,我们有兴趣使用它来预测风速、道路坡度、滚动阻力和阻力区域的不同值的影响。对于以下所有建模,我们使用了一个具有我们受试者平均年龄特征的假设受试者(阻力面积 = 0.264 m<sup>2</sup>质量 = 71.9 kg)。这样一个假设的对象在平静的风中以 11 m/s 的速度在平坦的表面上骑行所需的功率,

发现条件为 255 W,并且该功率用于以下所有示例。

风速。图 3 显示了 0-10 m/s 的风速对行进方向的直接影响和对行进方向的影响。尽管控制这些计算的方程非常复杂,但结果表明,风速对循环速度的影响几乎与线性方式 (循环速度 =  $11.33 - 0.62 \times \text{VWTAN}$ ,  $R^2 > .99$ )。因此,当骑手以 255 W 的功率骑行时,风对骑行速度的影响似乎约为切向风速的 62%。

道路渐变。在我们的公路自行车试验中,与势能(PPE)变化相关的功率占总功率的 10-20%。测试课程的成绩只有 0.3%,我们没想到成绩这么低会对骑行动力产生如此大的影响。我们想知道增加坡度对骑行功率的影响,因此我们使用我们的模型来确定高达 6% 的爬坡和下坡坡度的影响。该模型的结果如图 4 所示,表明对于 255 W 的骑行,每 1% 的坡度会增加或减少骑行速度约 1.24 m/s (约 11%)。与上述风的影响一样,道路坡度的影响在模拟的道路坡度范围内非常接近线性 (循环速度 =  $11.26 - 1.25 \times \text{道路坡度}$ ,  $R^2 > .99$ )。

滚动阻力。在我们的公路自行车试验中,消耗在滚动阻力上的功率占总功率的 10-20%。根据类似轮胎的报告值,我们估计我们的轮胎的滚动阻力系数(CRR)为 0.0032。其他轮胎的 CRR 报告值差异很大,从丝绸赛道轮胎的 0.0016 到旅行轮胎的 0.0066 (Whitt & Wilson, 1982)。因此,我们使用我们的模型来评估 CRR 在该范围内的影响。该模型的结果如图 5 所示,表明循环速度与 CRR 几乎呈线性变化 (循环速度 =  $11.46 - 142 \times \text{CRR}$ ,  $R^2 > .99$ )。在评估的 CRR 范围内,滚动阻力可能会影响骑行速度高达 6%。

对骑行性能的影响。在第一次检查时,风和道路坡度的影响似乎会在循环或背靠背的过程中“平均化”

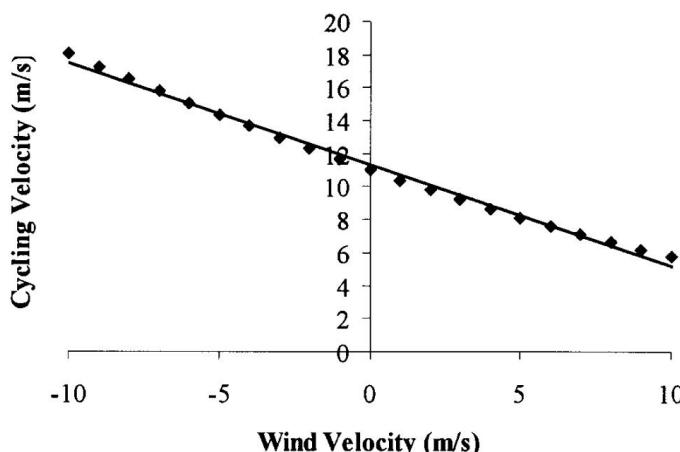


图 3 — 255 W 时风速对循环速度的影响。在评估的风速范围内 (-10 到 10 m/s), 对循环速度的影响非常接近线性 (循环速度 [m/s] =  $11.33 - 0.62 \times \text{风速} [\text{m/s}]$ ,  $R^2 > .99$ )。

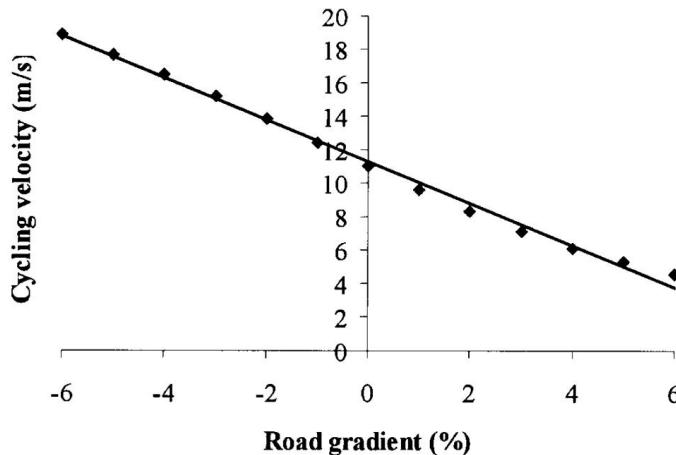


图 4 – 道路坡度对骑行速度的影响。在评估的道路坡度范围内（-6 到 6%），对骑行速度的影响非常接近线性（骑行速度 [m/s] =  $11.26 - 1.25$  道路坡度 [%]， $R^2 > .99$ ）。

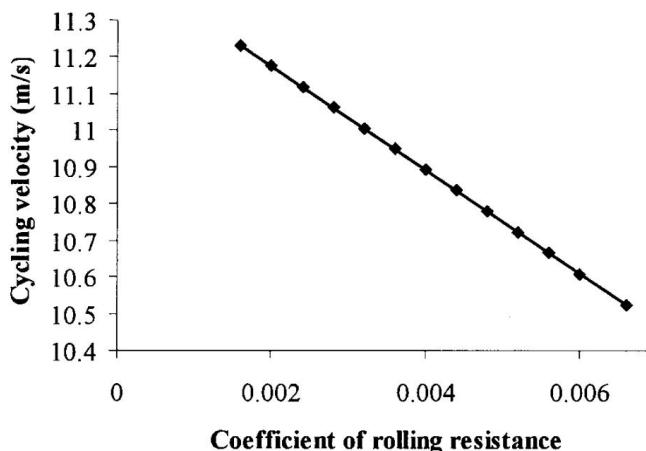


图 5 - 滚动阻力对循环速度的影响。在评估的滚动阻力系数值范围内（0.0016 到 0.0066），对循环速度的影响非常接近线性（循环速度 [m/s] =  $11.46 - 142$  CRR [无量纲]， $R^2 > .99$ ）。

课程。尽管这些影响确实会增加或减少循环速度大致相同的量，但对于执行时间而言并非如此。考虑 4 m/s 风对 40 km 计时赛的影响，该试验采用背靠背的路线。在平静条件下，两个方向的速度均为 11 m/s，总表演时间为 60:36。

但是，如果骑手在一个方向遇到 4 m/s 的逆风，则速度将降低到 8.63 m/s，骑手需要 38:37 才能行驶 20 公里。在赛道的返回部分，骑手将受益于顺风，速度将增加到 13.67 m/s，骑手只需 24:24 即可完成 20 公里。尽管规模巨大

两个速度平均为 11.15 m/s,前后路线的平均速度仅为 10.58 m/s,表演时间将增加约 5% 至 63:01。

类似地,从 60:36 到 64:36,坡度为 2% 的背靠背路线将增加 40 公里时间约 7%。

拖动区域。由于空气动力阻力的减少,很多注意力都集中在自行车性能的改善上。本次调查中使用的自行车质量很高,我们的受试者采用的身体姿势使他们的躯干几乎是水平的。然而,无论是自行车还是身体姿势都不像 1996 年奥运会中使用的那样极端。这些游戏在某种程度上成为了最新和最时尚设计的展示。我们想知道高达 20% 的阻力面积变化会如何影响骑行速度。因此,我们使用我们的模型来确定在 0.211 至 0.317 m<sup>2</sup>阻力区域的平静风中以 255 W 在平坦表面上骑行的效果。该模型的结果如图 6 所示,表明阻力区域的这些变化会使循环速度增加或减少高达 0.71 m/s 或约 6.4%。

循环功率的数学模型需要一个具有多个参数的复杂的三阶多项式方程。即便如此,当循环功率保持恒定时,风速、道路坡度、滚动阻力和阻力面积在评估的值范围内都以非常接近线性的方式 ( $R^2 > .99$ ) 影响循环速度。这一发现有助于简化对这些参数的影响的理解。例如,风对自行车速度的影响约为风速的三分之二,道路坡度每变化 1%,道路坡度对自行车速度的影响约为 11%,这将使运动员和教练能够简化而是对环境条件如何影响性能的现实期望。同样,阻力面积每减少 0.01 m<sup>2</sup>会使自行车速度增加约 0.13 m/s,这一发现可能会激励运动员和运动科学家努力降低空气动力阻力。

这项调查的目的是确定在实际道路骑行期间测量的骑行功率是否可以通过数学模型准确预测。已经确定,SRM 功率计系统提供的功率测量值与传递到测力计飞轮的功率相差了典型的损耗量。

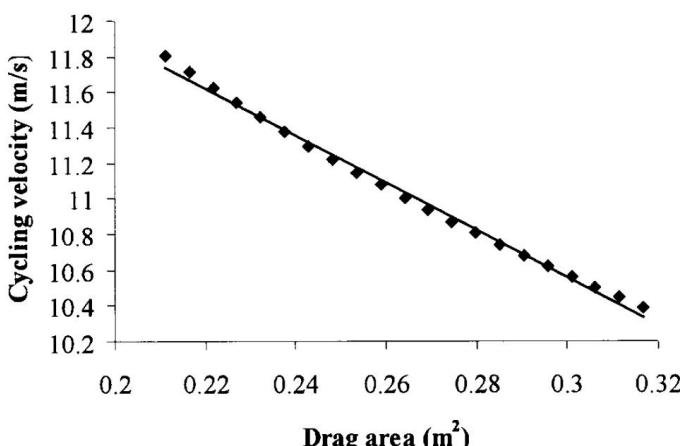


图 6 - 阻力区域对循环速度的影响。在评估的阻力面积值范围内 (0.211 到 0.317 m<sup>2</sup>), 对循环速度的影响非常接近线性 (循环速度 [m/s] = 14.5 - 13.3 CDA [m<sup>2</sup>],  $R^2 > .99$ )。

链传动系统。我们将这一发现解释为意味着 SRM 功率测量系统提供了对循环功率的有效测量。推导了基于工程和物理原理的循环功率数学模型，并确定了模型中每个参数的值。模型预测的功率值与直接测量的值的比较证实了该模型是循环功率的有效和准确表示。将该模型应用于有关模型参数的各种实际问题表明，每个参数以非常接近线性的方式影响循环速度。因此，这项研究有效地解决了关于自行车性能建模的最基本问题，现在可以说，数学模型实际上可以准确地预测公路自行车期间的功率和速度。

## 参考

- Coyle, EF, Feltner, ME, Kautz, SA, Hamilton, MT, Montain, SJ, Baylor, AM, Abraham, LD 和 Petrek, GW (1991 年)。与精英耐力骑行表现相关的生理和生物力学因素。运动与运动中的医学与科学, 23 (1) ,93-107。
- Dahn, K., Mai, L., Poland, J. 和 Jenkins, C. (1991)。自行车车轮轴承的摩擦阻力。  
自行车科学, 3 (3) ,28-32。
- 康涅狄格州戴维斯 (1980)。空气阻力对循环代谢成本和性能的影响。欧洲应用生理学和职业生理学杂志, 45 (2-3) , 245-254。
- Di Prampero, PE, Cortili, G., Mognoni, P., & Saibene, F. (1979)。骑自行车者的运动方程。  
应用生理学杂志, 47 (1) ,201-206。
- Fox, RW, & McDonald, AT (1973)。流体力学导论 (第 2 版)。纽约 :威利。
- Hooker, D. 和 Spangler, G. (1989)。科学的性能测试。自行车科学, 1 (1) ,2-5。
- 凯尔, CR (1988)。自行车的力学和空气动力学。在 ER Burke (Ed.)，自行车的医学和科学方面 (第 235-251 页)。伊利诺伊州尚佩恩 :人体动力学。
- Olds, TS, Norton, KI, Lowe, EL, Olive, S., Reay, F., & Ly, S. (1995)。公路自行车建模  
表现。应用生理学杂志, 78 (4) ,1596-1611。
- Olds, TS, Norton, KI 和 Craig, NP (1993)。自行车性能的数学模型。应用生理学杂志, 75 (2) ,730-737。
- 台湾里雄 (1994)。骑自行车的生理方面。运动医学诊所, 13 (1) ,15-38。
- Schoberer, E. (1994)。SRM 培训系统的操作说明。德国韦尔多夫。
- Wheeler, JB, Gregor, RJ 和 Broker, JP (1992)。具有多种鞋/踏板接口兼容性的双压电自行车踏板。国际运动生物力学杂志, 8, 251-258。
- Whitt, FR, & Wilson, DG (1982)。自行车科学。马萨诸塞州剑桥 :麻省理工学院出版社。

## 附录一: 功率计算示例

每个测试记录的原始数据如下所示。这些数据与模型参数 (即滚动阻力系数、阻力面积、轴承摩擦和传动链效率)一起用于计算每个试验的估计功率, 如下所示。

骑手质量 80 kg 自行车质量 10 kg 风向  
310° 风速 2.94 m/s 覆盖时间 475.42  
s 初始速度 8.28 m/s 最终速度 8.44  
方向 340 等级 0.003

计算值：

地面速度	$VG = 471.8 \text{ m}/56.42 \text{ s} = 8.36$
风速	$\text{m/s } VWTAN = 2.94 \text{ m/s } \cos(340 - 310) = 2.55 \text{ m/s }$ $Va = VG + VWTAN = 8.36 + 2.55 = 10.91 \text{ m/s }$
偏航角	$VWNOR = 2.94 \text{ m/s } \sin(340 - 310) = 1.47 \text{ m/s }$ $Yaw = \tan^{-1}(1.47/10.91) = 7.7^\circ$
= 7.7° 基于偏航角的阻力区域:对于这个主题,5° 和 10° 的阻力区域分别为 0.258 和 0.257。 插值到 7.7° 的偏航角产生校正的阻力区域:	

$$CDA = [(0.257 - 0.258) / (10 - 5)] (7.7 - 5) + 0.257 = 0.2565$$

$$\text{空气动力: } PAT = Va^3 / 2 \rho (CDA + F_w) = 10.91^3 \cdot 3.836^3 \cdot 0.5 \cdot 3 \cdot 1.2234 \cdot 3 \\ (0.2565 + 0.0044) = 158.8 \text{ W}$$

$$\text{滚动阻力功率: } PRR = VG \cos[\tan^{-1}(GR)] \cdot CRR \cdot m \cdot T_g = 8.36 \cdot 3 \cdot \cos[\tan^{-1}(0.003)] \\ 3 \cdot 0.0032 \cdot 3 \cdot 90 \cdot 3 \cdot 9.81 = 23.6 \text{ W}$$

$$\text{车轮轴承摩擦功率: } PWB = VG(91 + 8.7 VG) \cdot 10^{-3} = 8.36 \cdot 3 \cdot (91 + 8.7 \cdot 3 \cdot 8.36) \cdot 10^{-3} \\ = 1.4 \text{ W.}$$

$$\text{与势能变化相关的功率: } PPE = VG \cdot m \cdot T_g \cdot \sin[\tan^{-1}(GR)] = 8.36 \cdot 3 \cdot 90 \cdot 3 \cdot 9.81 \cdot 3 \\ \sin[\tan^{-1}(0.003)] = 22.1 \text{ W.}$$

$$\text{与动能变化相关的功率: } PKE = 1/2 \cdot (mT + I) \\ r^2 \cdot 3 \cdot (VGf/2 \cdot 3 \cdot (90 + 0.14/0.3112) \cdot 3 \cdot (8.452 - 8.282)) / 56.42 = 2.3 \text{ W}^2 \cdot \text{虚拟机}^2 / (t_i - t_f) =$$

$$\text{净功率: } PNET = 158.8 + 23.6 + 1.4 + 22.1 + 2.3 = 208.2 \text{ W}$$

$$\text{W 总功率: } PTOT = PNET/EC = 208.2/0.976 = 213.3 \text{ W. 本回合的 SRM 功率平均为 218 W.}$$

## 致谢

我们要感谢受试者的热情参与。我们非常感谢伊斯特伍德机场工作人员的宝贵帮助与合作。此外,我们感谢 Allsop/Softride 的 Sandy Liman 先生为风洞测试提供资金,以及 Electronic Data Systems 的 Nick Chenoweth 先生提供了本次调查中使用的自行车和 SRM 并提供了部分资金。