

第12讲:(第8章)

关系模式设计优化

单 位：重庆大学计算机学院

1. 函数依赖和键（码）

- ▶ 给定 $R(A, B, C)$.
 - $A \rightarrow ABC$ 意味着 A 是一个键（码）。
- ▶ 通常, X 是 R 的属性集,
 - $X \rightarrow R$ 意味着 X 是一个(超)码。
- ▶ 超码 \supseteq 候选码 \supseteq 主码

2. 函数依赖集的闭包 F^+

- ▶ 函数依赖集的闭包？由 F 逻辑蕴含的所有函数依赖的集合。
- ▶ 计算函数依赖集的闭包：

```
 $F^+ = F$   
repeat  
  for each  $F^+$  中的函数依赖  $f$   
    在  $f$  上应用自反律和增补律  
    将结果加入到  $F^+$  中  
  for each  $F^+$  中的一对函数依赖  $f_1$  和  $f_2$   
    if  $f_1$  和  $f_2$  可以使用传递律结合起来  
      将结果加入到  $F^+$  中  
until  $F^+$  不再发生变化
```

F+例子

- ▶ $F = \{A \rightarrow B, B \rightarrow C, C D \rightarrow E\}$
- ▶ Step 1: F中的每一个函数依赖, 使用自反律
 - 得到: $CD \rightarrow C; CD \rightarrow D$
 - 加到F上:
 $F = \{A \rightarrow B, B \rightarrow C, C D \rightarrow E; CD \rightarrow C; CD \rightarrow D\}$
- ▶ Step 2: F中的每一个函数依赖, 使用增广律
 - $A \rightarrow B$ 得到: $A \rightarrow AB; AB \rightarrow B; AC \rightarrow BC; AD \rightarrow BD; ABC \rightarrow BC; ABD \rightarrow BD; ACD \rightarrow BCD$
 - $B \rightarrow C$ 得到: $AB \rightarrow AC; BC \rightarrow C; BD \rightarrow CD; ABC \rightarrow AC; ABD \rightarrow ACD, \text{ etc.}$
- ▶ Step 3: 使用传递律
- ▶ 重复1~3步骤...

可以看出计算**F+**代价太高.

3. 属性集闭包

- ▶ 函数依赖集闭包的大小是（属性的）指数级的
- ▶ 很多时候，我们仅仅是想判断一个函数依赖 $X \rightarrow Y$ 是否在 F 的闭包中。一个有效的方式是：
 - 计算属性 X 的闭包（记为 X^+ ）：
 - X 的闭包 就是由 X 在 F 上蕴含的所有属性的集合。
 - 计算属性的闭包仅仅需要一个线性的时间算法就够了。
 - $F = \{A \rightarrow B, B \rightarrow C, C D \rightarrow E\}$
 $A \rightarrow E$ 成立吗？
将判断 $A \rightarrow E$ 是否在 F 闭包里面的问题转换为 E 是否在 A 的属性集闭包里

属性集闭包的计算

- **Input F (a set of FDs), and X (a set of attributes)**
- **Output: Result= X^+ (under F)**

Method:

- **Step 1: Result := X;**
- **Step 2: Take $Y \rightarrow Z$ in F, and Y is in Result, do:**

Result := Result \cup Z

- **Repeat step 2 until Result cannot be changed and then output Result.**

属性集闭包例子

▶ $F = \{A \rightarrow B, B \rightarrow C, CD \rightarrow E\}$

$A \rightarrow E$ 是否成立?

– 也就是, 判断 $A \rightarrow E$ 是否在 F^+ 中?

等价于, E 是否在 A^+ 中?

▶ Step 1: Result = A

▶ Step 2: 考虑 $A \rightarrow B$, Result = AB

考虑 $B \rightarrow C$, Result = ABC

考虑 $CD \rightarrow E$, CD 不在 ABC, 不添加

▶ Step 3: $A^+ = \{ABC\}$

E 不在 A^+ 中, 所以 $A \rightarrow E$ 不在 F^+ 中

属性集闭包例子

- ▶ $F = \{A \rightarrow B, AC \rightarrow D, AB \rightarrow C\}$?
- ▶ 计算 A^+ 。
- ▶ Answer: $A^+ = ABCD$

属性集闭包例子

- ▶ $R = (A, B, C, G, H, I)$
 $F = \{A \rightarrow B; A \rightarrow C; CG \rightarrow H; CG \rightarrow I; B \rightarrow H\}$
 $(AG)^+ = ?$
- ▶ Answer: ABCGHI
- ▶ AG 是候选键吗?
 - 这个问题包括两部分:
 1. AG 是一个超键吗?
 - $AG \rightarrow R? \iff Is (AG)^+ \supseteq R$
 2. AG 的子集是否是一个超键?
 - $A \rightarrow R? \iff Is (A)^+ \supseteq R$
 - $G \rightarrow R? \iff Is (G)^+ \supseteq R$

属性集闭包的作用

▶ 属性集闭包的作用:

1. 检测超键:

- 判断 X 是否是一个超键? 只需要计算 X^+ , 检查 X^+ 是否包括 R 的所有属性.

2. 检测函数依赖

- 判断 $X \rightarrow Y$ 是否成立 (或者说, 是否在 F^+ 中), 只需要判断 $Y \subseteq X^+$.
- 因此, 我们计算 X^+ , 然后检测这个属性集闭包是否包括 Y .
- 简单有用的方法

3. 计算 F 的函数依赖集闭包

计算 F^+

- $F = \{ A \rightarrow B, B \rightarrow C \}$. 计算 F^+ (属性包括 A, B, C).

Step 1: 构建二维表, 行和列列出所有可能的属性组合

	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
A							
B							
C							
AB							
AC							
BC							
ABC							

Step 2: 计算所有的属性组合的属性集闭包

Attribute closure
$A^+ = ?$
$B^+ = ?$
$C^+ = ?$
$AB^+ = ?$
$AC^+ = ?$
$BC^+ = ?$
$ABC^+ = ?$

Step 3: 将结果填写到二维表中

计算 F^+

▶ $F = \{ A \rightarrow B, B \rightarrow C \}$. 计算 F^+ (属性包括 A, B, C).

▶ 例如: A^+ .

Step 1: $\text{Result} = A$

Step 2: 考虑 $A \rightarrow B$, $\text{Result} = A \cup B = AB$

考虑 $B \rightarrow C$, $\text{Result} = AB \cup C = ABC$

Step 3: $A^+ = \{ABC\}$

Computing F^+

- ▶ $F = \{ A \rightarrow B, B \rightarrow C \}$. 计算 F^+ (包括属性 A, B, C).

Step 1: 构建一个空的二维表, 行和列列出所有可能的属性组合

	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
A	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
B							
C							
:							

Step 3: 将结果填写到二维表中.

由于 $A^+ = ABC$. 填写标的时候, 考虑第一列, **A** 是 A^+ 的一部分吗? 是, 勾选. **B** 是 A^+ 的一部分吗? 是, 勾选...

Step 2: 计算所有的属性组合的属性集闭包

Attribute closure
$A^+ = \mathbf{ABC}$
$B^+ = ?$
$C^+ = ?$
$AB^+ = ?$
$AC^+ = ?$
$BC^+ = ?$
$ABC^+ = ?$

计算 F^+

- $F = \{ A \rightarrow B, B \rightarrow C \}$. Compute F^+ (包括属性A, B, C).

	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
A	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
B		✓	✓			✓	
C			✓				
AB	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
AC	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
BC		✓	✓			✓	
ABC	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

Attribute closure
$A^+ = ABC$
$B^+ = BC$
$C^+ = C$
$AB^+ = ABC$
$AC^+ = ABC$
$BC^+ = BC$
$ABC^+ = ABC$

- 每一个✓ 表示**FD (行) \rightarrow (列)** 在 F^+ 中.
- 每一个✓ (列) 在 (行) $^+$ 中

计算 F^+

- $F = \{ A \rightarrow B, B \rightarrow C \}$. Compute F^+ (包括属性A, B, C).

	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
A	√	√	√	√	√	√	√
B		√	√			√	
C			√				
AB	√	√	√	√	√	√	√
AC	√	√	√	√	√	√	√
BC		√	√			√	
ABC	√	√	√	√	√	√	√

$A \rightarrow BC$

Attribute closure
$A^+ = ABC$
$B^+ = BC$
$C^+ = C$
$AB^+ = ABC$
$AC^+ = ABC$
$BC^+ = BC$
$ABC^+ = ABC$

- 每一个√ 表示**FD (行) \rightarrow (列)** 在 F^+ 中.
- 每一个√ (列) 在(行)+中

例子

▶ $F = \{ A \rightarrow BC, B \rightarrow C \}$. 判断 $C \rightarrow AB$ 是否在 F^+ ?

▶ Answer: 不在.

Reason 1) $C^+ = C$, 不包括 AB .

Reason 2) 反例, 不存在 $C \rightarrow AB$.

A	B	C
1	1	2
2	1	2

例子

- ▶ $R(A, B, C, D, E)$,
- ▶ $F = \{A \rightarrow B, C \rightarrow D\}$
- ▶ 候选键?
- ▶ ACE.
- ▶ 怎么计算?
- ▶ Intuitively,
 - A is not determined by any other attributes (like E), and A has to be in a candidate key (because a candidate key has to determine all the attributes).
 - Now if A is in a candidate key, B cannot be in the same candidate key, since we can drop B from the candidate without losing the property of being a “key”.
 - So B cannot be in a candidate key
 - Same reasoning apply to others attributes.