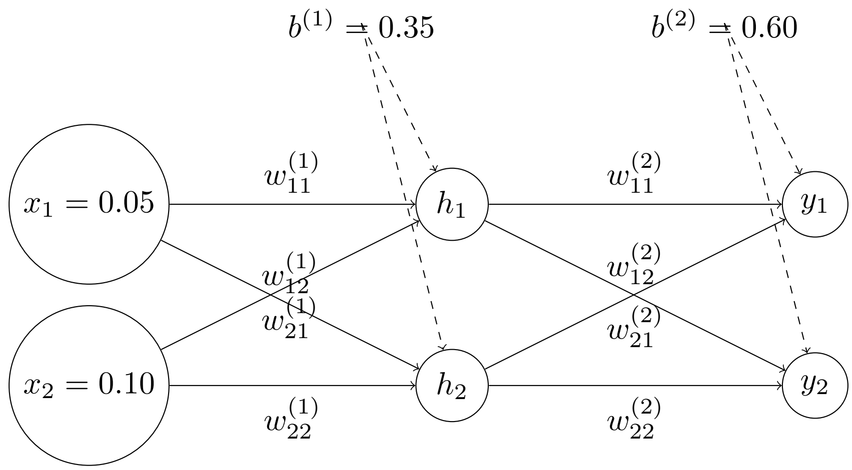
Forwardpropagation Beispiel

Betrachte das folgende relativ einfache Beispiel:



Voraussetzungen des Beispiels:

- 2 Eingabeknoten: $x_1 = 0.05$, $x_2 = 0.10$
- 2 versteckte Knoten: h_1, h_2
- 2 Ausgabeknoten: y_1, y_2
- Lernrate: $\eta = 0.5$

Gewichte und Biases:

$$W^{(1)} = \begin{pmatrix} 0.149658 & 0.2493165 \\ 0.19964325 & 0.2992865 \end{pmatrix}, \quad b^{(1)} = \begin{pmatrix} 0.35 \\ 0.35 \end{pmatrix}$$

$$W^{(2)} = \begin{pmatrix} 0.359025 & 0.408785 \\ 0.511435 & 0.561495 \end{pmatrix}, \quad b^{(2)} = \begin{pmatrix} 0.60 \\ 0.60 \end{pmatrix}$$

Zielausgaben:

$$y_{\text{target},1} = 0.01, \quad y_{\text{target},2} = 0.99$$

Schritt 1: Vorwärtsdurchlauf

1. Berechnung der Nettoeingänge für die versteckte Schicht:

$$z_1^{(1)} = x_1 \cdot w_{11}^{(1)} + x_2 \cdot w_{12}^{(1)} + b_1^{(1)} = 0.05 \cdot 0.149658 + 0.10 \cdot 0.2493165 + 0.35 = 0.3824145$$

$$z_2^{(1)} = x_1 \cdot w_{21}^{(1)} + x_2 \cdot w_{22}^{(1)} + b_2^{(1)} = 0.05 \cdot 0.19964325 + 0.10 \cdot 0.29928650 + 0.35 = 0.3899108$$

2. Aktivierung der versteckten Knoten mit der Sigmoid-Funktion:

$$h_1 = \sigma(z_1^{(1)}) = \frac{1}{1 + e^{-0.3824145}} = 0.594455$$

$$h_2 = \sigma(z_2^{(1)}) = \frac{1}{1 + e^{-0.3899108}} = 0.59626$$

3. Berechnung der Nettoeingänge für die Ausgabeschicht:

$$z_1^{(2)} = h_1 \cdot w_{11}^{(2)} + h_2 \cdot w_{12}^{(2)} + b_1^{(2)} = 0.594455 \cdot 0.359025 + 0.59626 \cdot 0.408785 + 0.60 = 1.05716$$

$$z_2^{(2)} = h_1 \cdot w_{21}^{(2)} + h_2 \cdot w_{22}^{(2)} + b_2^{(2)} = 0.594455 \cdot 0.511435 + 0.59626 \cdot 0.561495 + 0.60 = 1.23882$$

4. Aktivierung der Ausgabeknoten:

$$y_1 = \sigma(z_1^{(2)}) = \frac{1}{1 + e^{-1.05716}} = 0.742147$$

$$y_2 = \sigma(z_2^{(2)}) = \frac{1}{1 + e^{-1.23882}} = 0.775358$$

Schritt 2: Fehlerberechnung (Loss)

Verwende die Mean Squared Error (MSE) als Fehlerfunktion:

$$L = \frac{1}{2} \left((y_{\text{target},1} - y_1)^2 + (y_{\text{target},2} - y_2)^2 \right)$$

$$L = \frac{1}{2} \left((0.01 - 0.742147)^2 + (0.99 - 0.775358)^2 \right) = \frac{1}{2} (0.536039 + 0,046071) = 0.291055$$