

```

In [1]: import numpy as np
        from scipy.optimize import minimize

        # Definierte Datenpunkte und Klassen
        X = np.array([[1, 1], [-1, 1], [2, 1], [1, -2], [-2, 1]]) # A, B, C, D, E
        y = np.array([1, 1, -1, -1, -1]) # Labels: +1 für A und B, -1 für C, D und E

        # Linearer Kernel:  $K(x_i, x_j) = x_i \cdot x_j$ 
        def linear_kernel(x_i, x_j):
            return np.dot(x_i, x_j)

        # Kernel-Matrix berechnen
        def compute_kernel_matrix(X):
            n_samples = X.shape[0]
            K = np.zeros((n_samples, n_samples))
            for i in range(n_samples):
                for j in range(n_samples):
                    K[i, j] = linear_kernel(X[i], X[j])
            return K

        # Berechne die Kernel-Matrix für die Datenpunkte
        K = compute_kernel_matrix(X)
        print("Kernel-Matrix:\n", K)

        # Lagrange-Funktion:  $L = \text{Sum}(\alpha_i) - 1/2 * \text{Sum}(\alpha_i * \alpha_j * y_i * y_j * K(x_i, x_j))$ 
        def lagrange_function(alpha, y, K):
            return np.sum(alpha) - 0.5 * np.sum(alpha * alpha[:, None] * y * y[:, None] * K)

        # Randbedingungen:  $\text{Sum}(\alpha_i * y_i) = 0$ 
        def equality_constraint(alpha, y):
            return np.dot(alpha, y)

        # Bounds für die Multiplikatoren alpha ( $\alpha_i \geq 0$ )
        bounds = [(0, None) for _ in range(X.shape[0])]

        # Anfangswerte für alpha
        initial_alpha = np.zeros(X.shape[0])

        # Optimierung der Lagrange-Funktion
        result = minimize(lambda alpha: -lagrange_function(alpha, y, K), initial_alpha,
                          constraints={'type': 'eq', 'fun': lambda alpha: equality_constraint(alpha, y)},
                          bounds=bounds)

        # Optimierte Lagrange-Multiplikatoren
        optimal_alpha = result.x
        print("Optimierte Lagrange-Multiplikatoren:\n", optimal_alpha)

        # Ausgabe der Lagrange-Funktion
        lagrange_value = lagrange_function(optimal_alpha, y, K)
        print("Wert der Lagrange-Funktion:\n", lagrange_value)

```

Kernel-Matrix:

```
[[ 2.  0.  3. -1. -1.]  
 [ 0.  2. -1. -3.  3.]  
 [ 3. -1.  5.  0. -3.]  
 [-1. -3.  0.  5. -4.]  
 [-1.  3. -3. -4.  5.]]
```

Optimierte Lagrange-Multiplikatoren:

```
[1.10721516e+05 1.10702248e+05 1.10706469e+05 7.31608626e+00  
 1.10709978e+05]
```

Wert der Lagrange-Funktion:

```
442426.72160310304
```