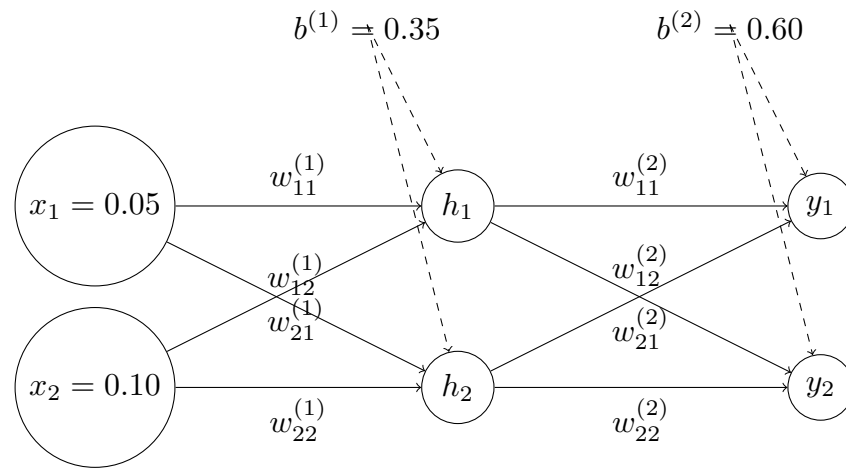


# Forwardpropagation Beispiel

Betrachte das folgende relativ einfache Beispiel:



## Voraussetzungen des Beispiels:

- 2 Eingabeknoten:  $x_1 = 0.05$ ,  $x_2 = 0.10$
- 2 versteckte Knoten:  $h_1, h_2$
- 2 Ausgabeknoten:  $y_1, y_2$
- Lernrate:  $\eta = 0.5$

## Gewichte und Biases:

$$W^{(1)} = \begin{pmatrix} 0.149658 & 0.2493165 \\ 0.19964325 & 0.2992865 \end{pmatrix}, \quad b^{(1)} = \begin{pmatrix} 0.35 \\ 0.35 \end{pmatrix}$$

$$W^{(2)} = \begin{pmatrix} 0.40 & 0.50 \\ 0.45 & 0.55 \end{pmatrix}, \quad b^{(2)} = \begin{pmatrix} 0.60 \\ 0.60 \end{pmatrix}$$

## Zielausgaben:

$$y_{\text{target},1} = 0.01, \quad y_{\text{target},2} = 0.99$$

### Schritt 1: Vorwärtsthroughlauf

1. Berechnung der Nettoeingänge für die versteckte Schicht:

$$z_1^{(1)} = x_1 \cdot w_{11}^{(1)} + x_2 \cdot w_{12}^{(1)} + b_1^{(1)} = 0.05 \cdot 0.15 + 0.10 \cdot 0.20 + 0.35 = 0.3775$$

$$z_2^{(1)} = x_1 \cdot w_{21}^{(1)} + x_2 \cdot w_{22}^{(1)} + b_2^{(1)} = 0.05 \cdot 0.25 + 0.10 \cdot 0.30 + 0.35 = 0.3925$$

2. Aktivierung der versteckten Knoten mit der Sigmoid-Funktion:

$$h_1 = \sigma(z_1^{(1)}) = \frac{1}{1 + e^{-0.3775}} = 0.59327$$

$$h_2 = \sigma(z_2^{(1)}) = \frac{1}{1 + e^{-0.3925}} = 0.59688$$

3. Berechnung der Nettoeingänge für die Ausgabeschicht:

$$z_1^{(2)} = h_1 \cdot w_{11}^{(2)} + h_2 \cdot w_{12}^{(2)} + b_1^{(2)} = 0.59327 \cdot 0.40 + 0.59688 \cdot 0.45 + 0.60 = 1.1059$$

$$z_2^{(2)} = h_1 \cdot w_{21}^{(2)} + h_2 \cdot w_{22}^{(2)} + b_2^{(2)} = 0.59327 \cdot 0.50 + 0.59688 \cdot 0.55 + 0.60 = 1.22492$$

4. Aktivierung der Ausgabeknoten:

$$y_1 = \sigma(z_1^{(2)}) = \frac{1}{1 + e^{-1.1059}} = 0.75136$$

$$y_2 = \sigma(z_2^{(2)}) = \frac{1}{1 + e^{-1.22492}} = 0.77293$$

### Schritt 2: Fehlerberechnung (Loss)

Verwende die Mean Squared Error (MSE) als Fehlerfunktion:

$$L = \frac{1}{2} ((y_{\text{target},1} - y_1)^2 + (y_{\text{target},2} - y_2)^2)$$

$$L = \frac{1}{2} ((0.01 - 0.75136)^2 + (0.99 - 0.77293)^2) = 0.29837$$

\*\*\*\*\*

- Neue Gewichte in der Ausgabeschicht:

$$w_{11}^{(2)} = 0.40 - 0.5 \cdot 0.08195 = 0.359025$$

$$w_{12}^{(2)} = 0.45 - 0.5 \cdot 0.08243 = 0.408785$$

$$w_{21}^{(2)} = 0.50 - 0.5 \cdot (-0.02287) = 0.511435$$

$$w_{22}^{(2)} = 0.55 - 0.5 \cdot (-0.02299) = 0.561495$$

- Neue Gewichte in der versteckten Schicht:

$$w_{11}^{(1)} = 0.15 - 0.5 \cdot 0.0006835 = 0.149658$$

$$w_{12}^{(1)} = 0.25 - 0.5 \cdot 0.001367 = 0.2493165$$

$$w_{21}^{(1)} = 0.20 - 0.5 \cdot 0.0007135 = 0.19964325$$

$$w_{22}^{(1)} = 0.30 - 0.5 \cdot 0.001427 = 0.2992865$$