我們要證明,對觀察值 x 來說,選擇讓公式 (4.17) 的  $p_k(x)$  最大的類別 k,等同於選擇讓公式 (4.18) 的  $\delta_k(x)$  最大的類別 k。

## 1.最大化 Pk(x):

可先只考慮分子:

$$\pi_k rac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-rac{1}{2\sigma^2}(x-\mu_k)^2
ight) \ ext{ 展開後得到} \ \log(\pi_k) - rac{1}{2\sigma^2}(x-\mu_k)^2$$

$$ig (x-\mu_k)^2 = x^2 - 2x\mu_k + \mu_k^2$$
 代回上式得  $\log(\pi_k) - rac{1}{2\sigma^2}(x^2 - 2x\mu_k + \mu_k^2)$ 

分解與 x 有關的項: 
$$-rac{x^2}{2\sigma^2}+rac{x\mu_k}{\sigma^2}-rac{\mu_k^2}{2\sigma^2}+\log(\pi_k)$$

$$-rac{x^2}{2\sigma^2}$$
與  $_{\mathsf{k}}$ 無關可忽略該項,得  $x\cdotrac{\mu_k}{\sigma^2}-rac{\mu_k^2}{2\sigma^2}+\log(\pi_k)$  (4.18)