

我們要證明，對觀察值 x 來說，選擇讓公式 (4.17) 的 $p_k(x)$ 最大的類別 k ，等同於選擇讓公式 (4.18) 的 $\delta_k(x)$ 最大的類別 k 。

1. 最大化 $P_k(x)$ ：

可先只考慮分子：

$$\pi_k \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(x - \mu_k)^2\right) \quad \log(\pi_k) - \frac{1}{2\sigma^2}(x - \mu_k)^2$$

展開後得到

$$\text{又 } (x - \mu_k)^2 = x^2 - 2x\mu_k + \mu_k^2 \quad \log(\pi_k) - \frac{1}{2\sigma^2}(x^2 - 2x\mu_k + \mu_k^2)$$

代回上式得

$$\text{分解與 } x \text{ 有關的項：} \quad -\frac{x^2}{2\sigma^2} + \frac{x\mu_k}{\sigma^2} - \frac{\mu_k^2}{2\sigma^2} + \log(\pi_k)$$

$$-\frac{x^2}{2\sigma^2} \quad \text{與 } k \text{ 無關可忽略該項，得} \quad x \cdot \frac{\mu_k}{\sigma^2} - \frac{\mu_k^2}{2\sigma^2} + \log(\pi_k) \quad (4.18)$$