解題步驟

1. 後驗概率 $p_k(x)$ 展開:

$$p_k(x) = rac{\pi_k \cdot rac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-rac{1}{2\sigma^2}(x-\mu_k)^2
ight)}{\sum_{l=1}^K \pi_l \cdot rac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-rac{1}{2\sigma^2}(x-\mu_l)^2
ight)}$$

- 2. 最大化對數的等價性:
 - 因為 \log 是單調函數,最大化 $p_k(x)$ 等價於最大化 $\log(p_k(x))$ 。
 - p_l(x) 的對數為

$$\log(p_k(x)) = \log\left(\pi_k \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu_k)^2\right)\right) - \log\left(\sum_{l=1}^K \pi_l \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu_l)^2\right)\right)$$

- 3. 化簡得出判別函數形式
 - ・ 展開並簡化這個對數式後,可以得到 $\delta_k(x) = x \cdot rac{\mu_k}{\sigma^2} rac{\mu_k^2}{2\sigma^2} + \log(\pi_k)$ 。
 - 因此,最大化 $\log(p_k(x))$ 等價於最大化 $\delta_k(x)$ 。